Nils Johan Kjøsnes

Divisjonsalgoritmen – gudeskapt eller skapt av mennesker?

For en del år tilbake gjennomførte Stieg Mellin-Olsen en spørreundersøkelse (samtale) med en del grunnskolelærere om hva de syntes var mest viktig av det de foretok seg i sin matematikkundervisning og hva de hadde som mål med sin undervisning.

Svarene var ikke særlig overraskende. Å beherske de fire regneartene med hele tall ble meget høgt prioritert.

Mange norske barn bruker veldig mye tid på de fire regneartene med hele tall. Undervisningen har som mål å lære en standardalgoritme for hver av regneartene. Samtidig vet en at slik algoritmelæring har vært drevet meget deduktivt. Læreren forklarer framgangsmåten og elevene øver deretter på ferdigheten.

Jeg mener ikke at man skal utelate ferdighetstrening. Man bør sørge for at elevene blir brukbart effektive for eksempel til å utføre et divisjonsstykke og det er noe av det første jeg poengterer når jeg holder kurs for lærere, førskolelærere og studenter.

Det spørsmålet jeg imidlertid stiller meg er:

Når så mange lærere og dermed elever bruker så mye tid på algoritmeregning, kunne vi da ha fått mere ut av dette stoffet. Kunne vi ha fått litt mere både i pose og sekk? Kunne vi ha fått mere ut av prosessen som går forut for algoritmen?

Jeg skal nå beskrive hvordan jeg tar opp dette temaet i forbindelse med de mange kurs jeg har holdt og hvilke tanker jeg sitter igjen med. Jeg avgrenser i denne artikkelen temaet til bare å gjelde divisjon.

Når jeg kommer til divisjon i mine kurs, setter jeg opp følgende stykke på tavla:

$3247 : 5 =$

Jeg regner da i veg som vist nedenfor. Samtidig snakker jeg litt med meg selv underveis og alltid så høgt at deltakerne hører hva jeg sier til meg selv.

Slik kan det hele se ut sammen med noen av mine kommentarer:

3247 : 5 =

45	9	Det går en 9-gang og 9 ganger 5 er 45.
3202		Tilbake blir 3202
315	63	Da prøver jeg en 63-gang og det blir 315.
2887		Da har vi 2887 igjen.
1250	250	Jeg prøver med en 250-gang og får 1250.
1637		
1000	200	
637		
400	80	
237		
125	25	
112		
50	10	
62		
50	10	
12		
10	2	
2	i rest og 649	altså får vi at 3247 : 5 = 649 og 2 i rest.

Kommentarer:

Jeg tar meg god tid etter at jeg har skrevet mitt 9-tall første gangen. Studenter varsler høylydt at det går da bare en 6-gang. Jeg nærmest overhører dette og fortsetter så med mine skriverier. Når jeg så skriver 45 går det et slags overbærende smil over forsamlingen. Deretter kjører jeg løpet ut men passer alltid på å velge en del «rare» tall i min høyre kolonne.

Etter hvert blir de med på selve utregningene og jeg ber dem kontrollere at jeg regner riktig og jeg slutter å snakke høyt med meg selv.

Etter en pause hvor deltakerne får studere utregningene, spør jeg om dette kan være måten å dividere på. Her er noen av de kommentarene jeg har fått:

- Dette skjønner jeg ingen ting av
- Jeg synes metoden er veldig rotete
- Jeg er redd denne måten kan forkludre den riktige metoden
- Hvorfor startet du med 9 første gangen ?
- Kunne vi ha startet med et annet tall ?

Ettertanke:

Selvsagt er det mange lærere og også studenter som gjennomskuer dette straks. Likevel er det oppsiktsvekkende når erfarne lærere, som har undervist i divisjon både som begrep og som algoritme, utbryter at dette skjønner de ikke noe av. Hvor dypt sitter egentlig kunnskapen i slike tilfeller?

Jeg fortsetter så med å gi deltakerne ca 10 minutter til først å skjønne hvordan jeg har regnet. Så får alle i oppdrag å lage ei regnefortelling som skal føre deres elever på mellomtrinnet inn i et 1.ordens språk for metoden. Kort sagt skal de lage ei regnefortelling som gjør at elever skjønner det som har foregått i min utregning.

Som tips til fortellinga sier jeg til de som ikke kommer i gang, at 5 elever har utført en dugnad og tjent 3247 kr.

Etter en stund kommer mange fantasifulle fortellinger om hvordan de fem elevene fordelte pengene og da med naturlige forklaringer på hvordan de enkelte tallene i høyre kolonne dukket opp.

Slik kan ei fortelling være:

Pengene de hadde samlet inn lå i flere plastposer. I den første de åpnet var det penger nok til at hver fikk en femkrone og fire enkrone. Dermed var 45 kroner av pengene brukt opp og 3202 kroner lå igjen. I den neste posen lå det nok til at hver fikk 63 kroner. Dermed ble 315 kroner brukt opp og 2887 kr lå igjen. Så åpnet de en pose med masse papirsedler og delte ut 250 kr til hver … og slik fortsetter fortellinga til pengene er delt ut og til de har oppsummert hvor mye hver av elevene fikk.

Hva synes dere ?
– Ja nå skjønner jeg framgangsmåten.
– Det spiller jo ikke noen rolle hva man deler ut i starten.
– Vil ikke dette bli uoversiktlig og altfor langtrukket spesielt for de svake ?
– Det er dumt å begynne fra høyre når det riktige er fra venstre.

Litt senere:
– Men er det ikke ofte slik unger deler seg i mellom da?
– Dette er da en mye mer naturlig måte å starte med å dele litt større tall.

Her ser dere hvordan noen elever har tenkt om penger når de skal fordele 4937 kroner.

Tor:

4937 : 5 =	
5	1
4932	
500	100
4432	
25	5
4407	
5	1
4402	
250	50
4152	
50	10
4102	
100	20
4002	
2500	500
1502	
500	100
1002	
1000	200
2 i rest	987 til hver

Gry:

4937 :5 =	
2500	500
2437	
1000	200
1437	
1000	200
437	
250	50
187	
100	20
87	
50	10
37	
25	5
12	
5	1
7	
5	1
2	987

Anne:

4937 :5 =	
5	1
4932	
30	6
4902	
900	180
4002	
4000	800
2	987

Trine:

4937 : 5 =	
4000	800
937	
900	180
37	
35	7
2 i rest	987 til hver

Jon:

4937 : 5 =	
4500	900
437	
400	80
37	
35	7
2 i rest	987 til hver

Per:

4937 : 5 =	
30	6
4907	
750	150
4157	
1500	300
2657	
200	40
2457	
800	160
1657	
1500	300
157	
100	20
57	
45	9
12	
10	2
2 i rest 987 til hver	

Tove:

4937 : 5 =		
500	100	
4437		
500	100	
3937		
2937	100	+100
1937	100	+100
937	100	+100
500	100	
437		
50	10	
387		
50	10	
337		
237	10+10	
137	10+10	
37	10+10	
35	7	
2 i rest 987 til hver		

Jeg viser disse 7 eksemplene på en overhead og lar dem diskutere i små grupper om og i tilfelle hvilke tankemønstre som kan ligge bak de skriftlige produktene til elevene.

Mange lærere blir begeistret over dette med å kunne analysere tankemønstre til elever og sier rett ut at dette har de aldri tenkt på. Mange blir også overrasket over hvor fornuftige og praktiske resonementer som ofte skjuler seg bak elevenes skriverier.

Etter en stund oppsummerer vi hva gruppene har funnet ut om tankemønstre hos de 7 elevene.

Leserne kan jo også prøve på dette!

Er det mulig å komme videre fra det kaos som ville være i den klassen med blant andre de 7 elevene vi har sett og fram til den vanlige algoritmen for divisjon? Hvordan kan en lærer opptre for at de 7 elevene skal kunne få opplevelsen av å «finne opp» standardalgoritmen hvis det er ønskelig ?

Vi kunne for eksempel la samtlige skrive opp forslaget sitt på tavla. La alle 7 elevene få forklare hvordan de hadde tenkt.

Her er noen spørsmål som læreren så kunne stille:

- Hvem var mest forsiktig med å dele ut penger i starten?
- Hvem delte ut mest penger i første forsøk ?
- Kunne dere ha delt ut en tusenkrone til hver ?
- Hvordan finner dere ut hvor mange 500-kronere som kunne ha vært til utdeling ?
- Hvordan finner dere ut hvor mange 200-kronere som kunne ha vært til utdeling ?
- Hvordan finner dere ut hvor mange 100-kronere som kunne ha vært til utdeling?
- Er det en lett måte å kunne se på direkten hvor mange 100-kronere som kunne ha vært til utdeling?
- Kan dere da avgjøre hvor mange 100-kronere det da ville blitt på hver?

Tilsvarende kunne man fortsette med 50-kronere, 20-kronere og 10-kronere osv.

Læreren kunne så samtale om og diskutere de ulike forslagene til elevene og kanskje for eksempel vie forslaget til Jon litt spesiell interesse hvis intensjonen var å lede inn mot den mest vanlige algoritmen.

Etter at elevene rimelig tidlig på småskoletrinnet har utviklet begrepet divisjon samt en ganske god forståelse for titallsystemet og pengeverdier, hva er det da som gjør at ikke elever kan bli utsatt for slike problemstillinger som den vi har sett her. Hvorfor må vi la elevene vente i flere år før arbeid rundt algoritmer for alvor starter.

Dette er ett av de spørsmålene jeg stiller til mine kursdeltakere.

Det er greitt nok at den formelle siden ved algoritmer her divisjonsalgoritmer venter, men jeg mener at matematikkundervisningen i overgangen småskoletrinn-mellomtrinn kan brukes slik at elevene selv kan eksperimentere, utforske og konstruere sine egne framgangsmåter. Jeg tror også det ligger store muligheter for differensiering innenfor et slikt tema.

Et annet aspekt som jeg påpeker overfor kursdeltakerne er all den skjulte regnetreninga som følger med på kjøpet.

Hvis vi studerer mitt innledende eksempel så har vi her 9 multiplikasjonsstykker og tilsvarende antall subtraksjonsstykker. Selv om temaet i læreboka skulle hete multiplikasjon, så kunne jo et prosjektet der være en slik pengefordeling.

Ferdighetstrening burde i mange tilfelle kunne være noe annet enn bare oppstilte stykker. Derfor bør vi som lærere se slike muligheter til også å få mengdetrening på ferdigheter i slike små prosjekter som dette. I et slikt delingsproblem som her , må elevene selv ta initiativ til å lage stykkene, hvilket i seg selv er mye mer kreativt og sikkert også motiverende.