

Tellefsen, Haugli

En rik oppgave

Realfagprosjektet skal bidra til at barn og unge utforsker og tilegner seg kunnskaper og ferdigheter i realfag med motivasjon og glede. De som arbeider tettest på barn og unge, skal mobiliseres, bevisstgjøres og forpliktet til å bidra til prosjektets mål.

Slik lyder det overordna målet for realfagssatsingen i Eidsvoll kommune. Det er en plan for arkitekten snarere enn håndverkeren på den måten at det er metodikken og tilnærmingen til realfag i seg selv som er hovedfokuset. Gjennom rike oppgaver, undersøkende aktiviteter og en utforskende tilnærming til realfag ser de for seg at motivasjonen og mestringsfølelsen i realfag vil øke. Dette er et skritt mot ny læreplan 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Eidsvoll kommune har siden 2016 vært deltaker i Kunnskapsdepartementets satsing på realfag, beskrevet i «Tett på realfag – Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopp-

Helga Kufaaas Tellefsen

OsloMet – storbyuniversitetet
helgate@oslomet.no

Morten Fallet Haugli

Feiring skole
morten.fallet.haugli@eidsvoll.kommune.no

læringen (2015–2019)» (Kunnskapsdepartementet, 2015).

I tett samarbeid med Helga Kufaaas Tellefsen har lærerne i Eidsvoll kommune fra 1. til 10. trinn jobbet med rike oppgaver på fagdager, med kollegaer på egen arbeidsplass og i klasserommene. I denne artikkelen presenteres en av oppgavene fra ulike klasserom. Vi ønsker å belyse oppgavens design som en tilnæringsmåte til faget snarere enn en enkeltstående oppgave.

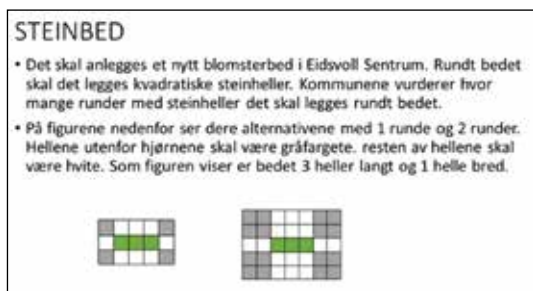
Ifølge Utdanningsdirektoratet kjennetegnes rike oppgaver av at de introduserer viktige ideer eller løsningsstrategier. De skal være lette å forstå, og alle skal kunne komme i gang og ha muligheter til å jobbe med den (lav inngangsterskel). Oppgavene skal oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og tillates å ta tid, samt at de skal kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner. Videre nevnes det at rike oppgaver skal kunne initiere en faglig diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og ideer, og at de skal kunne fungere som brobyggere mellom ulike faglige områder. Til slutt blir det poengtert at elever og lærere sammen formulerer nye interessante problemer, som «Hva hvis ...?», «Hvorfor ble det sånn ...?». *Tangenten* 3/2017 var viet til temaet rike oppgaver, og i lederen står det følgende:

Rike oppgaver kan seist å vera ein kontrast til dei ofte lukka og standardiserte øvingsoppgåvene ein er vant med i matematikkfaget. Me etterlyste difor tekstar om rike oppgaver som kunne utfordra og motivera elevar til å undersøka og bruka matematikk. (Herheim, 2017)

Matematikkfaget er for mange kjent som et fag hvor et av hovedproblemene kanskje er at elevene, kanskje med økende alder, opparbeider en stor motstand og aversjon. Det er ikke en debatt som skal forfølges videre i denne artikkelen, men i Eidsvoll har arbeidet i nettverket gjort oss mer og mer bevisst på ett av tiltakene vi kan gjøre noe med: fokus på å åpne opp for kreativitet og selvvalgte løsningsstrategier og ikke minst la elevene selv søke nye utfordringer. Rike oppgaver legger i stor grad til rette for dette.

Nytt blomsterbed i kommunen

Oppgaven (figur 1) ble først presentert for nettverket der lærerne jobbet sammen i grupper på tvers av trinn.



Figur 1: Oppgave fra Nummer 8 (Hole, Jensen, Tellefsen & Wallace, 2014).

Lærerne fikk så spørsmålene «Hva er oppgaven?» og «Hvilke spørsmål kan vi stille?».

For å hjelpe lærerne videre ble følgende spørsmål og momenter framlagt:

- 1 Tegn bedet med tre runder med heller rundt.

- 2 Hvis vi legger en runde med heller, hvor mange hvite steinheller trenger vi da?
- 3 Finn ut hvor mange hvite heller vi trenger dersom vi legger 2 og 3 runder.
- 4 Finn ut hvor mange grå heller vi trenger dersom vi legger 1, 2 og 3 runder.

Anta at vi nå ikke helt vet hvor mange runder vi trenger. Vi kan si at vi trenger n runder.

Finn ut hvor mange hvite og hvor mange grå fliser dere trenger når vi har n runder.

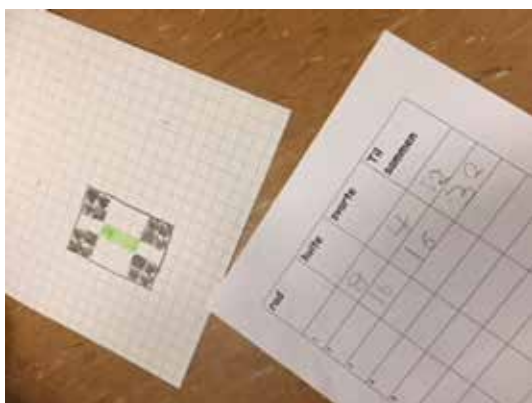
Noe av poenget med å la lærere jobbe med slike oppgaver er at de selv må oppdage gleden og nytteverdien ved rike oppgaver – de må eie oppgavene selv. Ved å jobbe med oppgavene selv kan de erfare og bevisstgjøres slik at de blir motiverte til å la egne elever utforske og tilegne seg kunnskaper og ferdigheter i matematikk med motivasjon og glede.

Videre ble oppgaven gjennomført blant lærere på egen skole på flere trinn. Lærerne har gjort sine tilpasninger og varianter av oppgaven, men den er presentert på samme måte for alle trinn. Utfordringen ligger i at læreren stiller gode spørsmål – eller enda bedre: får elevene til å stille de gode spørsmålene i klassen.

Eksempler fra 1. til 4. trinn

På 1. og 2. trinn så noen elever at det ble et mønster: $8 + 8 + 8 + 8$. Når elevene ser slike mønstre, er det en gyllen anledning til å innføre og jobbe med for eksempel multiplikasjon. Flere elever ble så ivrige at de ville fortsette med bedet i flere timer senere og i friminuttene. Som en lærer sier: «Det kan godt være at aktiviteten for noen handlet mer om fargelegging, men alle syntes det var en motiverende oppgave.» Vi ser at elever på veldig mange ulike nivåer kan jobbe med oppgaven ut fra der hvor de befinner seg. Bildene i figur 2 er hentet fra 2. trinn.

Erfaringen fra læreren var at hun måtte hjelpe en del elever med å konkretisere ved å bruke klosser. I tillegg var det også behov for å lage et skjema der de kunne skrive hva de kom fram til. Elevene oppdager ulike måter å syste-

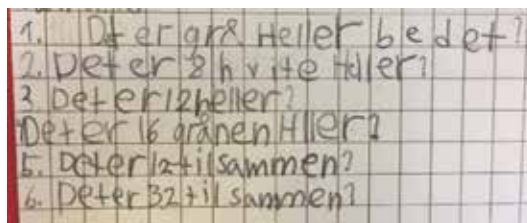


Figur 2

matisere det de ser, på en mer oversiktlig måte.

I andre klasser jobbet elevene i læringspar for så å oppsummere i hel klasse. Det ble fokusert på likheter og forskjeller, og elever fra 3. trinn kunne komme med svar som at fargene var like, formene var like, at det ene rektangelet var større enn det andre, og at det største har mange flere grå heller. Elever allerede på 3. trinn kan svare at det er $3 \cdot 2 + 2$, det blir åtte hvite heller, mens eldre elever fortsatt bruker telling som strategi. Alt er relevante strategier som leder til samme svar: «Det er fire grå heller – det så jeg med en gang, en i hvert hjørne!» Som figur 3 viser, forteller en elev helt uten å vite det om en god strategi for å nærme seg en oppgave systematisk.

På 4. trinn trengte de ikke så mye begrepsforklaring. Flere elever vokste veldig, og lærerne har i etterkant snakket om hvordan de som har



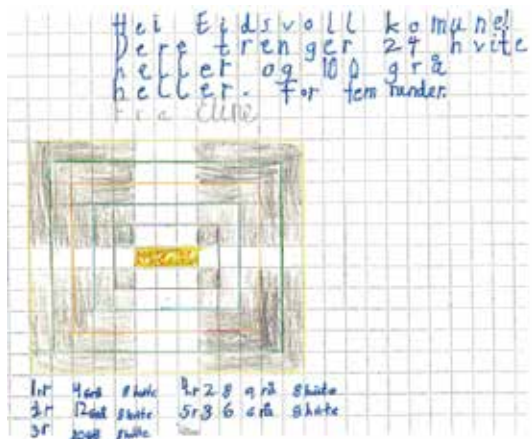
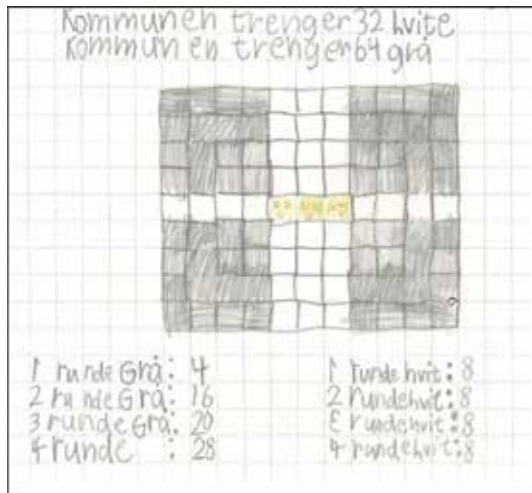
Figur 3

blitt oppfattet som lavtpresterende elever, fikk til mest. Noen elever var raske til å se mønstre. Disse elevene fikk da utfordringen med å finne hvor mange heller de trengte dersom det var 17 runder. De regnet uten å tegne. Begreper som kvadrattall og kvadratroten ble introdusert, og vi ser hvordan elever på barnetrinnet kan jobbe på nivå med ungdomstrinns elever.

Eksempler fra 5. til 7. trinn

På mellomtrinnet jobbet elevene med ulike tilnærminger. I figur 4 ser vi eksempler på hvordan elever ser mønstre og sammenhenger.

Her vises også en misoppfatning eller delvis oppfatning på antallet grå fliser (se figur 4 a), fra først å si antallet på de to første rundene og til så å si hva det øker med. Her har man imidlertid et glimrende utgangspunkt ved å stille enkle spørsmål til eleven slik at man kan oppklare eventuelle misoppfatninger og komme videre. Veien er også kort til generalisering og algebra. Det viser figur 5, som også selvsagt kan brukes til funksjoner, prisberegning, innkjøp, rabatt osv.

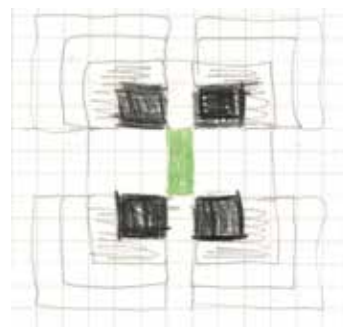


Figur 4

rad	hvite	svarte	Til sammen
1	8	4	12
2	16	16	32
3	24	36	60
4	32	64	96
5	40	100	140
6	48	144	192
7	56	196	252

$7 \cdot 7 \cdot 49 = 98$

Figur 5



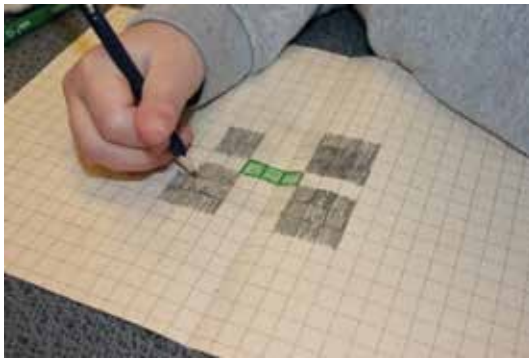
Figur 6

Flere elever bruker multiplikasjon for å finne antallet svarte/grå heller: først kvadrattallet (som er for ett av hjørnene), deretter dobling og så en dobling til. Hoderegning kan gå fort om man er taktisk og skriver underveis. En annen elev tar også i bruk begrepet kvadrat, og her blir også overgangen til å jobbe algebraisk enkel når man ser grunnarbeidet eleven har gjort.

I figur 7 ser vi først en nøyaktig gjengivelse av en elev. Videre (figur 8) ser vi hvordan læreren bruker elevenes løsninger for å sammenfatte og gjennomføre matematiske samtaler med hele klassen. Mange elever får bidra inn i samtalen, og mange kjenner igjen sin løsningsstrategi. Læreren forsøker seg også på å innføre generalisering i form av n antall runder (figur 9). Når forarbeidet er gjort av alle elevene, vil veien til å forstå være langt kortere enn i mange andre sammenhenger. Bedet ble «bygd videre» på tavla underveis, slik at elevene kunne sjekke seg selv og jobbe videre med oppgavene.

Eksempler fra ungdomstrinnet

Elevene på ungdomstrinnet fikk oppgaven introdusert slik den først ble presentert for



Figur 7



Figur 8



Figur 9

lærerne i denne artikkelen. De fikk deretter beskjed om å lage tre spørsmål og besvare disse. I figur 10 og 11 vises noen eksempler.

Også fra ungdomsskolen ser vi eksempler på å tegne neste runde, se etter mønstre, generalisere ved hjelp av algebra og utlede formler for figur tall.

I denne «bed-oppgaven» er alle kriteriene for rike oppgaver godt ivaretatt. Elever fra 1. til 10. trinn har jobbet med samme oppgave, og vi ser flere eksempler på at elevene tilpasser og undersøker matematikken i oppgaven på sitt nivå. De tar utgangspunkt i det de kan fra før, og bruker ulike strategier for å finne løsninger. Lærerne har selv sagt gjort tilpasninger og varianter av oppgaven, men den er presentert på samme måte til alle. En samlet oppsummering fra lærerne som har gjennomført denne og andre rike oppgaver, er at alle fungerer bra

uavhengig av trinn. Elevene jobber godt, og det er gjerne andre elever som profitterer og viser mestring enn det man kanskje har vært vant til. Et annet positivt og viktig element som trekkes fram, er at det skaper mange situasjoner for gode fagsamtaler, kanskje nettopp på grunn av den utforskende tilnærmingen elevene inntar. Den matematiske kompetansen som vises samlet sett, strekker seg fra småskolen og opp

1. 2. 3.

Hvor mange grå steiner på runde n ?

Hvor mange hvide steiner på runde n ?

Hvor mange grå steiner på runde 5 ?

Svar a) $R_1 = 1 \cdot 1 \cdot 4$
 $R_2 = 2 \cdot 2 \cdot 4$
 $R_3 = 3 \cdot 3 \cdot 4$
 $R_n = n \cdot n \cdot 4 = 4n^2$

Svar b) $R_1 = 8 \cdot 1$
 $R_2 = 8 \cdot 2$
 $R_3 = 8 \cdot 3$
 $R_n = 8 \cdot n = 8n$

Svar c) $R_5 = 5 \cdot 5 \cdot 4$

1 2

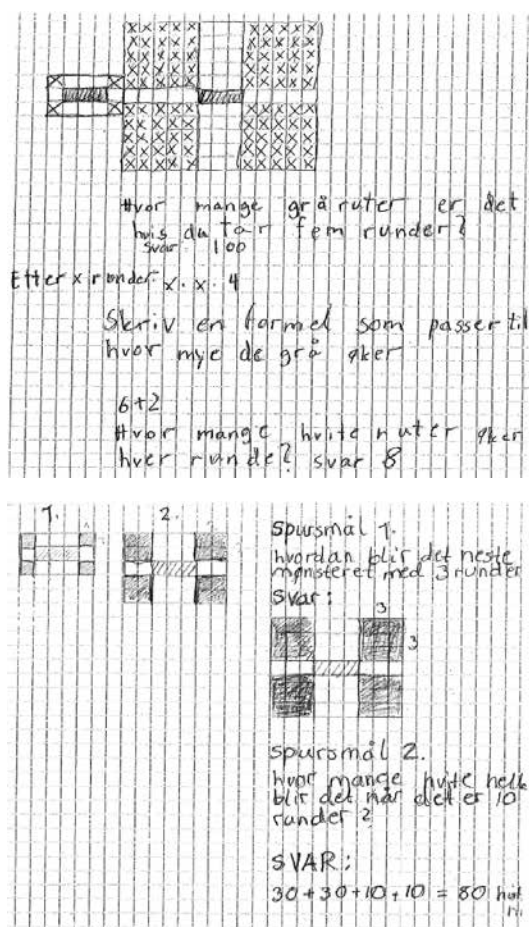
2 3 2

Ant. grå på et hjørne

1	1	=	1
2	2	=	4
3	3	=	9
4	4	=	16
5	5	=	25
6	6	=	36
7	7	=	49
8	8	=	64
9	9	=	81
10	10	=	100

Figur 10

mot videregående skole i en og samme oppgave. Vi har sett engasjerte elever som ved hjelp av ulike strategier og forslag lærer matematikk, og vi hører fra lærere som stiller spørsmål for å få i gang de gode fagsamtalene mellom elevene. Det er da læring skjer.



Figur 11

Det som blir lærerens oppgave i slike lærings-situasjoner er å sørge for at elevene strekker seg, kommer videre og tilegner seg «lurere» eller mer

«effektive» løsningsstrategier. Det er også verdt å merke seg kommentaren til en kontaktlærer på 4. trinn, som hevder at noen av de elevene som blir oppfattet som lavtpresterende, faktisk fikk til mest. Denne tilnærmingen fører til at også mange lærere finner det mer motiverende å undervise i matematikk. En lærer på 3. og 4. trinn sa følgende etter noen måneder med denne tilnærmingen til faget; «Nå synes jeg matematikk faktisk er det morsomste faget å undervise i, og det hadde jeg ikke trodd.» Det å spore en slik motivasjon hos lærerne må kunne sies å være en viktig faktor for økt motivasjon også hos elevene. Entusiasme smitter.

Takk til alle lærere som har bidratt med eksempler fra klasserommene til denne artikkelen!

Referanser

- Herheim, R. (2017). Rike oppgaver. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 28(3), 1.
- Hole, A., Jensen, R., Tellefsen, H. K. & Wallace, A. K. (2014). *Nummer 8: Matematikk for ungdomstrinnet*. Oslo: Aschehoug.
- Kunnskapsdepartementet (2015). *Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015–2019)*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf
- Utdanningsdirektoratet (2019). *Læreplan i matematikk fellesfag 1.-10. trinn*. Hentet fra <https://hoering.udir.no/Hoering/v2/343?notatId=686>