

# Solenergi

- Hvordan kan vi varme vann ved hjelp av solenergi?



En samling av solcellepaneler

## Energiproduksjon fra sollys

Energien fra sollyset er fornybar energi, siden vi ikke kan bruke den opp. Sollyset som treffer jordkloden kan gi energi som er 15 000 ganger høyere enn energiforbruket til alle menneskene på jordkloden. Dersom vi hadde klart å utnytte alle energien fra sola, så hadde vi ikke trengt annen energiproduksjon.

Det er to måter å produsere energi fra sollys. Vi kan bruke solceller eller solfangere. I en solcelle dannes det elektrisitet

siden sollyset kan slå løs elektroner. Disse elektronene beveger seg i en krets på grunn av måten solcellene er bygget opp, og vi får dannet elektrisitet.

Det finnes to typer solfangere. Begge virker slik at de varmer opp vann eller en annen væske. Forskjellen på de to typene er hvor høy temperatur de varmer væsken opp til, og hva de gjør med væsken etter den er oppvarmet.

1. Solfanger til elektrisitetsproduksjon – denne typen består av mange speil som reflekterer sollyset slik at det treffer en liten beholder med væske. Da vil temperaturen til denne væska øke kraftig og væska fordampes. Det vil si at den blir til gass. Da kan gassen drive en turbin som omformer bevegelsesenergien til gassen til elektrisitet. Dette er typisk større energikraftverk som produserer elektrisitet nok til mange tusen husstander.
2. Solfanger til oppvarming av vann – denne typen er langt enklere enn den andre, og noe privatpersoner kan ha hjemme. De bruker energi fra sollyset til å varme opp vann til opp mot kokepunktet. Mange bruker slike solfangere på hytta eller campingtur for å varme opp dusjvann. De består av en svart pose med vann oppi, siden svart farge absorberer mest mulig av strålingen fra sollyset, og en plastslange med et lite dusjhode. Her får vannet som regel ikke veldig høy temperatur, men det kan være lurt å sjekke litt forsiktig med en lillefinger før man dusjer hele seg.

Lignende solfangere kan også brukes av mennesker som bor steder uten tilgang til elektrisitet for å koke vannet sitt, slik at bakterier og parasitter dør. Da er det mindre fare for å bli syke. I tillegg kan de få laget varm mat, selv om de ikke har tilgang på ved. Disse solfangerne består gjerne av papp eller tre, noe reflekterende, noe absorberende, noe som isolerer, og en beholder til vannet.



Testing av en solfanger.

**Materialene som en solfanger består av har alle en funksjon.**



Papp - byggemateriale



Plastfolie – isolerer



Aluminiumsfolie – reflekterer sollys



Svart maling – absorberer sollys

### Snakk om

All energi på jordkloden stammer til sist fra solenergi, både fornybare energikilder og ikke-fornybare energikilder. For eksempel vindkraft, vannkraft, olje, gass og kull, til og med energien i maten vi spiser!

1. Hvordan kan det stemme? Forklar hvordan det kan være slik.
2. Kan du komme på noen unntak? Er det noen energikilder som ikke har sitt opphav i solenergi?



# Lag en effektiv solfanger

## Oppgave

Lag en solfanger. Mål hvor mye temperaturen stiger for hvert minutt den står i sola. Lag en lineær modell for hvordan temperaturen avhenger av tiden.

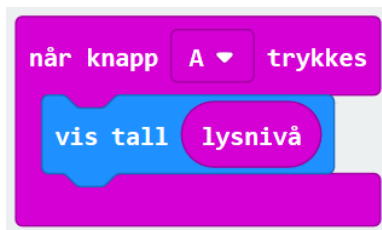
**Fase 1:** Undersøk litt mer om solfangere, dersom dere trenger det.

**Fase 2:** Det er viktig at dere er åpne for alle slags ideer og ikke er kritiske, da kan nyttige forslag bli avfeid for tidlig.

- Tenk selv først og tegn gjerne skisser.
- Forklar ideen din for de andre på gruppa.
- Hele gruppa diskuterer de ulike ideene, og lager en felles hypotese for bygging.

**Fase 3:** Gjennomfør planen deres for å lage solfangeren og lag programmet for å måle temperaturen med micro:bit.

Lag et program som måler temperaturen når du trykker på den ene knappen. Under vises et eksempel som måler lysstyrken når man trykker på knapp A, og skriver verdien til LED-lysene på framsiden av micro:biten (skjermen). Hva må du endre på?



Knapp A finner du her på micro:biten.

Foto av Gareth Halfacree



**Fase 4:** Test hvor mye temperaturen øker.

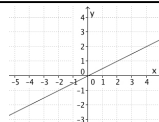
**Fase 5:** Sammenlign resultatene med andre i klassen.

Fikk noen andre større temperaturøkning? Hvorfor gjorde de det, tror du? Kan din gruppe gjøre noe av det samme?

**Fase 6:** Gå tilbake til de andre fasene for å gjøre de planlagte forbedringene.

**Fase 7:** Gjennomfør de siste målingene, disse skal dere bruke til å plote en graf med.

## Regresjonsoppgave – lineær modell



1. Plott alle de målte verdiene i Geogebra.
2. Finn en matematisk modell ved å foreta en regresjon for de målte dataene. Se introduksjon til kapitlet for fremgangsmåte.
3. Hvordan ser funksjonen ut?
4. Passer den bra med datapunktene deres?
5. Tror dere modellen vil passe bra dersom dere lar solfangeren stå ute i sola en hel dag?

## Ekstraoppgaver

1. Hva kan være mulige feilkilder for måling av temperaturen?
2. Forklar viktigheten av å teste-evaluere-forbedre.
3. Kan dere finne ut av hva faseoverganger er?
4. Koble resultatene deres mot faseoverganger, kanskje går en del av energien til at vannet fordamper. Hvordan kan man forhindre dette?

## Oppgave

Modellen deres er en lineær funksjon som kan skrives på denne formen

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Dersom dere setter deres funksjon lik en annen gruppes funksjon har dere laget en likning! Løs denne likningen, og diskuter hva dere har regnet ut.

# Personlig økonomi



Personlig økonomi handler om de pengene folk tjener, låner og bruker på forskjellige varer og tjenester, og større ting som bolig og bil. Her kommer en liten forklaring på noen viktige begreper.

**Innskudd** – Penger vi har stående på konto i banken.

**Lån** – Vi kan låne penger fra banker eller kredittkortselskaper, og da må vi betale en viss prosentdel av lånesummen (det vi har lånt) i tillegg til selve lånesummen tilbake. Det finnes flere typer lån, blant annet serielån og annuitetslån.

**Renter** – En viss prosentdel av innskuddene eller lånene våre. Dersom det er renter på innskudd, er det penger vi får fra banken, men dersom det er renter på lån, er det penger vi må betale til banken.

**Forbruk** – Det vi kjøper. Et høyt forbruk betyr at vi bruker mye penger, mens et lite forbruk betyr at vi bruker lite penger.

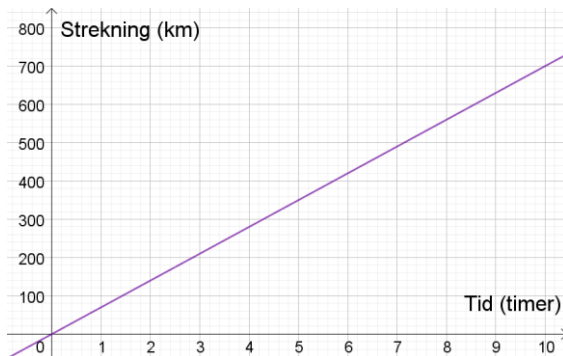
**Lønn** – De pengene vi tjener når vi jobber.

**Skatt** – Når vi får lønn, må vi betale en viss prosentdel av pengene til staten, som kalles skatt.

**Budsjett** – En oversikt over hvor mye penger vi tror vi kommer til å bruke på forskjellige ting.

**Regnskap** – En oversikt over hvor mye penger vi faktisk har brukt på forskjellige ting.

## Stigningstall til lineære funksjoner



Denne lineære grafen viser strekningen en bil har kjørt som funksjon av tiden den bruker. Vi skal finne funksjonsuttrykket til grafen.

Alle lineære funksjoner kan skrives på formen

$$f(x) = a \cdot x + b$$

der  $a$  er stigningstallet og  $b$  er konstantleddet.

Stigningstallet forteller hvor bratt grafen er, og konstantleddet forteller hvor grafen skjærer y-aksen.

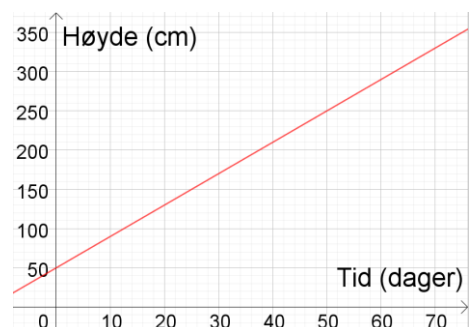
For vår graf blir konstantleddet  $b = 0$  siden grafen krysser y-aksen i origo, altså når  $f(x) = 0$ . Når vi skal finne stigningstallet  $a$  må vi finne hvor mye grafen går oppover for hver enhet på x-aksen. Da velger vi to punkter på grafen vår, og regner ut hvor stor endringen er på y-aksen mellom de to punktene. Så regner vi ut hvor stor endringen er på x-aksen mellom de samme to punktene. Etterpå deler vi endringen på y-aksen på endringen på x-aksen, og da finner vi stigningstallet.

$$a = \frac{\text{endring i } y}{\text{endring i } x} = \frac{700 \text{ km} - 0 \text{ km}}{10 \text{ t} - 0 \text{ t}} = \frac{700 \text{ km}}{10 \text{ t}} = 70 \text{ km/t}$$

Stigningstallet til en lineær funksjon sier oss hvor mye  $y$  øker for hver økning i  $x$ . I en lineær graf med strekning og tid, slik som vi har, vil stigningstallet alltid gi oss farten, altså hvor mye strekningen i kilometer endrer seg per time. Funksjonsuttrykket til grafen vår blir dermed  $f(x) = 70 \cdot x$ .

### Diskusjonsoppgaver

- Grafen til høyre viser høyden til en solsikke som funksjon av antall dager etter den ble satt ut.
  - Hva er funksjonsuttrykket for denne grafen?
  - Hva betyr stigningstallet for denne grafen?
  - For hvilke  $x$ -verdier tror du denne grafen stemmer med målingene?
- Hva betyr det at en graf har negativt stigningstall?
- En lineær graf viser antall firere som en funksjon av antall terningkast.
  - Hva blir stigningstallet (for store  $x$ -verdier)?
  - Hva betyr stigningstallet for denne grafen?



# Forsk på personlig økonomi

- Bruk statistikk fra SSB

## Oppgave

Finn data innen personlig økonomi som varierer over tid (<https://www.ssb.no/statbank/>), og utfør en lineær regresjon (gjærne med python) for å finne en matematisk modell. Lag et produkt som viser hvilke data du har brukt og hva du har gjort med dem. Husk begrunnelse for hvilke metoder du har brukt og beskriv hva du har funnet ut.



**Fase 1:** Undersøk hvilke data som kan være fornuftig å bruke. Hvilke data har med personlig økonomi å gjøre? TIPS: Lån, renter, forbruk, arbeidsledighet og lønn.

Tenk gjennom hvordan dere best kan vise fram dataene dere samler inn – hvilken fremstilling som blir tydeligst. Vil dere lage en plakatt, en film, en utstilling, eller noe annet?

**Fase 2:** Ha en idémyldring for deg selv. Hvilke data ønsker du å bruke? Hvorfor akkurat dette? Tegn gjerne en skisse over produktet før du diskuterer med de andre. Deretter må gruppa samlet bestemme hvilke data dere skal bruke og hvilket produkt dere skal lage.

Planlegg gjennomføringen, og anslå hvor lang tid hver del tar.

**Fase 3:** Lag første versjon av grafen for den matematiske modellen. Lag det dere trenger til produktet deres.

**Fase 4:** Test produktet ved å spørre de andre i klassen om produktet deres er informativt og tydelig.

**Fase 5:** Sammenlign gjerne med de andre i klassen, er det noen som har brukt interessante data eller gjort noe spennende med produktet sitt? Kan dere bruke noe av de samme grepene til deres produkt?

**Fase 6:** Hopp gjerne tilbake til tidligere punkt og gjør forandringer for å få en best mulig produkt. Gjør gjerne endringer i grafen deres om det trengs.

**Fase 7:** Pass på å ta vare på bilder og notater dere har gjort underveis, slik at dere kan vise hva dere har tenkt. I denne oppgaven går dokumenteringen ut på å lage selve produktet.

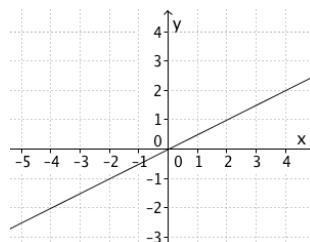


## Oppgave

Hva er stigningstallet for den lineære funksjonen din?

Forklar hva stigningstallet ditt betyr.

Forklar hva resultatet hadde blitt om stigningstallet ditt ble mindre.



# Formler, likninger og fart

## Hva er fart?

Farten forteller oss hvor raskt vi beveger oss fra et sted til et annet. Når en gjenstand beveger seg, så er gjennomsnittsfarten lik strekningen dividert med tiden det tok. Dette kan vi skrive med formelen  $v = \frac{s}{t}$  der  $v$  er farten,  $s$  er strekningen og  $t$  er tiden.



## Snakk om

Enheten til fart er ofte  $km/t$  eller  $m/s$ . Vet du når de forskjellige enhetene brukes?

Vet du om andre enheter for fart og når de brukes?

## Likninger

En likning består av en ukjent variabel (ofte bruker vi  $x$ ), et likhetstegn og minst ett tall. Det som er hovedpoenget med likninger er at de inneholder et likhetstegn som forteller oss at det på venstre side er likt som det på høyre side av likhetstegnet.

Dette er like stort  $\rightarrow$   $3x - 2 = x + 4$   $\leftarrow$  som dette

Siden vi vet at det som står på begge sidene av likhetstegnet er like stort, så må vi alltid gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Dersom vi legger til et tall, så MÅ vi gjøre det på begge sidene. Det samme gjelder om vi trekker fra et tall, multipliserer eller dividerer. Når vi har to ting som er like, må vi alltid gjøre det samme med begge for at de fortsatt skal være like. Er ikke det logisk?

Vi prøver å løse eksempelet vårt. Det finnes flere mulige rekkefølger for hva vi gjør, og dere kan velge helt fritt blant dem, så lenge dere ALLTID GJØR DET SAMME PÅ BEGGE SIDER.

Samle alle ledd med  $x$  på den venstre siden, da må vi trekke fra alle  $x$ -ene som er på høyre side:

$$3x - 2 - x = x + 4 - x$$

Også trekker vi sammen uttrykkene på hver side og får:

$$2x - 2 = 4$$

Det neste steget er å samle alle tallene på høyre side, da må vi finne ut hva vi må legge til eller trekke fra for å kvitte oss med tallene på venstre side:

$$2x - 2 + 2 = 4 + 2$$

Også trekker vi sammen uttrykkene på hver side og får:

$$2x = 6$$

Da er vi nesten i mål, men vi må bare kvitte oss med tallet foran  $x$ . Det står jo egentlig en gangetegn mellom tallet og  $x$ , så dersom vi deler på samme tallet, så kan vi stryke tallet. Dette fordi det blir som å multiplisere med en brøk som er lik 1, slik som  $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{6}{6} = \frac{1000}{1000} = 1$ .

Da får vi:

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

Når vi til slutt forkorter, så står vi igjen med:

$$x = 3$$

Og vi har funnet svaret vårt! Så lenge vi gjør det samme på begge sidene av likhetstegnet, så trenger vi egentlig ikke huske noe mer for å løse likninger.

## Formelregning

En formel er egentlig veldig lik en likning, og vi kan bruke akkurat de samme reglene for å omforme den. For  $v = \frac{s}{t}$  som vi startet med, så kan vi omforme den til  $s = v \cdot t$ . Klarer du å se hva man må gjøre?

# Lag det raskeste kjøretøyet

- med kontinuerlig servo

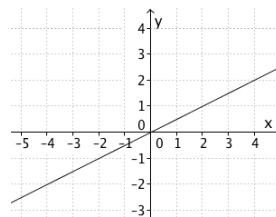
## Oppgave

Lag et kjøretøy som bruker en kontinuerlig servo. Mål hvor lang tid det bruker på minst fem forskjellige strekninger. Lag en lineær modell for hvordan tiden avhenger av strekningen.

**Fase 1:** Undersøk gjerne litt for å få inspirasjon til kjøretøyet deres.

**Fase 2:** Det er viktig at dere er åpne for alle slags ideer og ikke er kritiske, da kan nyttige forslag bli avfeid for tidlig.

- Tenk selv først og tegn gjerne skisser.
- Forklar ideen din for de andre på gruppa.
- Hele gruppa diskuterer de ulike ideene, og lager en felles hypotese for bygging.



**Fase 3:** Gjennomfør planen deres for å lage kjøretøyet og lag programmet for å styre servoen.

## Ekstraoppgave

Lag en stoppeklokke for micro:bit for å måle tiden på strekningene.



**Fase 4:** Test hvor raskt kjøretøyet er.

**Fase 5:** Sammenlign resultatene med andre i klassen. Fikk noen andre større fart? Hvorfor tror du deres kjøretøy fikk større fart? Kan dere gjøre noe av det samme?

**Fase 6:** Gå tilbake til de andre fasene for å gjøre de planlagte forbedringene.

**Fase 7:** Gjennomfør de siste målingene for strekning og tid, disse skal dere bruke til å plotte en graf med.

## Regresjonsoppgave – lineær modell

1. Plott alle de målte verdiene i Geogebra. Tiden tilsvarer x-verdiene og strekningen tilsvarer y-verdiene.
2. Finn en matematisk modell ved å foreta en lineær regresjon for de målte dataene. Se introduksjon til kapitlet for fremgangsmåte.
3. Passer den bra med datapunktene deres?
4. For denne lineære modellen, vil stigningstallet være gjennomsnittsfarten til kjøretøyet. Det kjøretøyet med størst stigningstall, har størst fart. Hvordan kan dere se på grafen hvilket kjøretøy som har størst fart?
5. Tror dere modellen vil passe bra dersom dere lar kjøretøyet kjøre i 12 timer?

## Oppgave

Modellen deres er en lineær funksjon som kan skrives på denne formen

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Dersom dere setter deres funksjon lik en annen gruppes funksjon har dere laget en likning! Løs denne likningen, og diskuter hva dere har regnet ut.

## Ekstraoppgave

Når dere har funksjonen for sammenhengen mellom tiden og strekningen til kjøretøyet, finn ut hva strekningen måtte vært for at kjøretøyet skulle kjørt i 5 timer.

Tror dere at svaret er realistisk?

Kan dere lage en annen ligning basert på kjøretøyet deres?

# Uniform sannsynlighet

## Uniform sannsynlighet

Alle muligheter har like stor sannsynlighet for å skje.

Eksempler på uniform sannsynlighet kan være å trekke et kort fra en kortstokk eller å kaste mynt eller kron. Det er ingen grunn til at det skal være mer sannsynlig å trekke akkurat hjerter tre enn kløver fem. Det er heller ingen grunn til at det skulle være mer sannsynlig at en mynt lander med kronen opp, enn myntsiden opp (den med hodet). Vi ser bort fra den utrolig lille sannsynligheten for at mynten lander på kanten.



## Diskuter

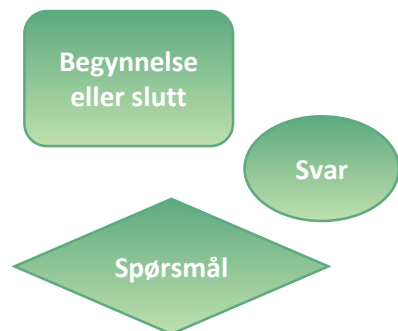
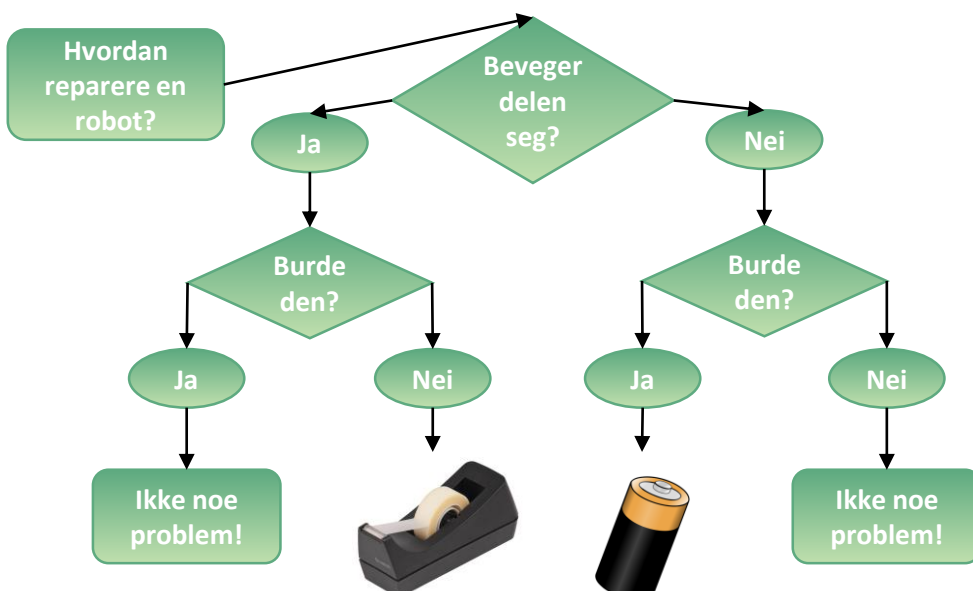
1. Kan du finne noen andre eksempler på uniform sannsynlighet
2. Kan du finne noen eksempler som ikke er uniforme?
3. Hvordan kan vi sjekke om eksemplene våre er uniforme eller ikke?

## Algoritmisk tenkning: Pseudokode og flytskjema

I begynnelsen av boka er det to oppgaver der dere skal programmere hverandre, uten å bruke et programmeringsspråk. Da endte dere opp med å skrive en oppskrift, en algoritme, med vanlige ord. Dette kan kalles pseudokode. Altså det å skrive et program med det vanlige språket vårt, men gjerne med stikkord, og ikke med et programmeringsspråk.

Når man skal lage et litt større program, så kan det være lurt å bruke pseudokode først. Da skriver du hva programmet skal gjøre med egne ord, og etterpå oversetter du dette til enten Scratch- eller Pythonkode.

Et alternativ er å lage et flytskjema først. Et flytskjema er et slags bilde over programmet ditt. Man bruker forskjellige små figurer som betyr forskjellige ting. En form for spørsmål, en form for svar og en form for begynnelse og slutt. Du kan bruke både flytskjema og pseudokode når du skal lage et program, men som regel er det greit å velge det som passer best for deg.



## Oppgaver

1. Hva viser dette flytskjemaet?
2. Lag et flytskjema for hvordan rydde rommet ditt (søk på «funny flowcharts» for inspirasjon).
3. Lag en pseudokode for å rydde rommet ditt.

# Lag en terning eller et lykkehjul

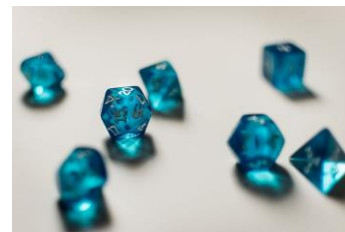
- og et program som simulerer sannsynligheten

## Oppgave

Lag en egendesignet terning som ikke har seks sider eller et lykkehjul som senere skal være en del av et spill. Du skal lage et program som du kan bruke til å simulere terningkast eller lykkehjul-snurr og finne sannsynligheten for de forskjellige utfallene.



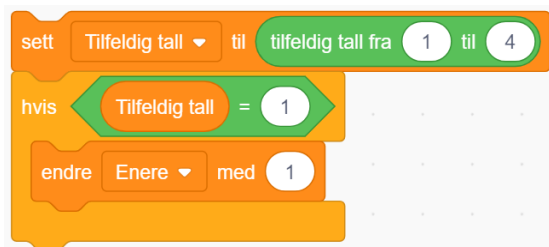
© Inter IKEA Systems B.V. 2020



**Fase 1:** Finn informasjon og inspirasjon til en terning eller et lykkehjul. Hvilken form kan en terning ha? Hvilke deler består et lykkehjul av? Hvordan ser disse delene ut?

**Fase 2:** Ha en idémyldring for deg selv. Tegn gjerne en skisse før du diskuterer med de andre. Deretter må gruppa bestemme hvordan terningen/lykkehjulet skal se ut.

**Fase 3:** Tid for å lage simuleringsprogrammet og å lage terningen eller lykkehjulet. Se på eksemplene for et firedelt lykkehjul under:



Hva tror du disse kodeblokkene gjør?  
Hvordan kan du bruke det i ditt simuleringsprogram?

Lag et simuleringsprogram – det finnes et ark med HINT.

Del oppgaven opp i flere små deler (algoritmisk tenking)

- Vet du hvordan du må programmere for å få et tilfeldig terningkast eller lykkehjul-spinn?
- Vet du hvordan du må programmere for å telle opp hvor mange det blir av hvert utfall?
- Hvis du ikke vet, kan du finne det ut?
- Kan du bruke noe fra programmeringseksemplene over?
- Hvordan skal du kombinere de forskjellige delene?



**Fase 4:** Test terningen eller lykkehjulet og programmet ditt.

**Fase 5:** Virker alt slik det skal?

**Fase 6:** Hopp gjerne tilbake til tidligere punkt og gjør forandringer for å få en best mulig terning eller lykkehjul. Gjør gjerne endringer i modelleringsprogrammet ditt. Kan det gjøres mer effektivt eller ryddigere?

**Fase 7:** Lag et ark med bilder fra hele prosessen sammen med resultatet for sannsynligheten til de forskjellige utfallene.

Polyeder – hva er det?



# Antall mulige kombinasjoner



## Regel for sannsynlighet

Vi har alltid denne regelen for beregning av sannsynlighet:

$$P(\text{utfall}) = \frac{\text{gunstige utfall}}{\text{mulige utfall}}$$

## Hendelse

Satt sammen av ett eller flere utfall.

## Gunstige utfall

Utfallene som er med i hendelsen du skal finne sannsynligheten til.

## Mulige utfall

Alle utfallene som er mulige å få.

For å bruke denne regelen, må vi kunne finne ut hvor mange gunstige utfall vi har, og hvor mange mulige utfall vi har. En måte å gjøre dette på, dersom man ikke har altfor mange utfall, er å tegne opp alle utfallene i en tabell og telle opp hvilke som er gunstige.

Vi skal finne ut hvor stor sannsynlighet det er for at summen av øyne på terningene blir 9. Vi kaster to forskjellige terninger. En av terningene er vanlig og har seks sider, mens den andre har åtte sider. Vi lager en tabell (som en krystabell for gener, men med flere utfall):

+	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11	12	13
6	7	8	9	10	11	12	13	14

For å finne hvor mange gunstige utfall vi har, må vi telle alle utfallene der vi får at summen blir 9. Det blir 6 utfall.

For å finne hvor mange mulige utfall vi har, så må vi telle alle utfallene i tabellen vår. Eller må vi det? Dersom vi skal finne ut hvor mange ruter det er i tabellen vår, så kan vi vel bare multiplisere antall utfall for hver av terningene?

Den ene terningen har 6 sider, og dermed 6 mulige utfall. Den andre terningen har 8 sider, og dermed 8 mulige utfall. For hver av de 6 sidene på den ene terningen, så kan vi kombinere den med hver av de 8 sidene på den andre terningen. Altså blir det 8 mulige summer for hver utfall på den 6-sida terningen. Dermed kan vi multiplisere 8 med 6 for å finne alle de mulige utfallene:  $6 \cdot 8 = 48$ . Da kan vi regne ut sannsynligheten for at summen på terningene blir 9:

$$P(\text{summen er 9}) = \frac{\text{gunstige utfall}}{\text{mulige utfall}} = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

## Regel for antall mulige utfall

For å beregne antall mulige utfall for en hendelse, kan vi multiplisere antall mulige hendelser for hvert av utfallene hendelsen består av.



## Oppgaver

1. Finn ut hvor stor sannsynlighet det er for å trekke et billedkort (inkludert ess) fra en vanlig kortstokk. Trenger du å tegne en tabell?
2. Finn ut hvor stor sannsynlighet det er for at produktet av øynene på to vanlige terninger blir 14. Trenger du å tegne en tabell?
3. Hva gjorde at du trengte å tegne tabell på en av oppgavene, men ikke den andre? Kan du lage en regel for når det er lurt å tegne en tabell?

# Lag en magisk krystallkule

- og tilpass programmet som simulerer sannsynligheten

## Oppgave

Bruk tilgjengelige materialer til å lage en «krystallkule» med plass til micro:biten inni. Den skal bruke et program som tilfeldig velger blant minst 8 spådommer. Du skal også lage et program som du kan bruke til å simulere trekning av spådommer og finne sannsynligheten for de forskjellige utfallene.

**Fase 1:** Finn inspirasjon til spådommene og hvordan «krystallkula» skal se ut. Hvilke materialer skal du bruke? Hvor mange spådommer skal du lage?

**Fase 2:** Ha en idémyldring for deg selv. Hvordan skal micro:bit programmet ditt vise hvilken spådom som blir tilfeldig trukket? Tegn gjerne en skisse før du diskuterer med de andre. Deretter må gruppa bestemme hvordan krystallkula skal se ut.

**Fase 3:** Tid for å lage «krystallkula» og spådommene, i tillegg til programmene:

- Lag et program til micro:biten som velger tilfeldig blant spådommene dine, og viser resultatet.
- Endre det tidligere simuleringsprogrammet (fra forrige oppgave) ditt for å bruke til å simulere trekking av spådommer og beregning av sannsynligheten for de forskjellige utfallene.



## TIPS

Hva tror du disse blokkene gjør?

Kan du bruke noen av dem i ditt program på micro:biten?



**Fase 4:** Test krystallkula og programmene dine.

**Fase 5:** Virker alt slik det skal?

**Fase 6:** Hopp gjerne tilbake til et tidligere punkt og gjør forandringer for å få en best mulig krystallkule eller micro:bit-program. Gjør gjerne endringer i modelleringsprogrammet ditt. Kan det gjøres mer effektivt eller ryddigere?

**Fase 7:** Dokumenter hele prosessen sammen med resultatet for sannsynligheten til de forskjellige utfallene på en valgfri måte.

# Populasjoner og populasjonsvekst

## Hva er en populasjon?

Det er alle individene av en bestemt art som lever innenfor et avgrenset område eller økosystem. Det kalles også en bestand.

## Hva er et økosystem?

Det består av alle populasjonene innenfor et begrenset område, samt de abiotiske faktorene i området. Noen eksempler kan være en myr, en skog eller et korallrev.

## Eksponentialfunksjoner og prosentvis endring

En eksponentialfunksjon kan alltid skrives på denne formen  $f(x) = a \cdot b^x$  der  $a$  er startverdien og  $b$  er vekstfaktoren, som alltid er et positivt tall.

Vi har en populasjon av rådyr og vi vet at den øker med 20 % årlig. Hva blir vekstfaktoren til denne populasjonen?

Vi begynner med å regne om 20 % til desimaltall.

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,20$$

Siden hele den opprinnelige populasjonen alltid tilsvarer 100 %, må vi legge til dette  $100\% + 20\% = 1,00 + 0,20 = 1,20$

I dette tilfellet blir vekstfaktoren til rådyrpopulasjonen 1,20.

## Diskuter

Hva blir vekstfaktoren om populasjonen minker med 20 % årlig?



Startverdien er antall rådyr i den opprinnelige populasjonen. Dersom vi har 250 i en rådyrpopulasjon med en årlig vekst på 20 % vil funksjonen vår se slik ut:

$$f(x) = 250 \cdot 1,20^x$$

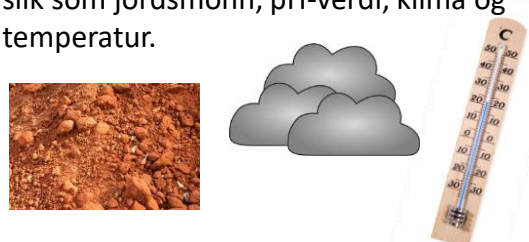
## Hva er en biotisk faktor?

Det er alle de levende organismene i et økosystem, slik som alle planter, dyr, bakterier og sopp.



## Hva er en abiotisk faktor?

Det er alle de ikke-levende omgivelsene som påvirker organismene som lever der, slik som jordsmonn, pH-verdi, klima og temperatur.



# Lag en øy!

- og programmer populasjonsveksten

## Oppgave

Lag en modell av en liten øy med en oversikt over de forskjellige biotiske og abiotiske faktorene. Tenk deg at det ble satt ut et kaninpar. Lag et program som beregner hvor mange kaniner det blir på øya hvert år etterpå, for de 10 første årene. Lag en figur på oversikten som viser populasjonsveksten for kaninene.

**Fase 1:** Hvilke materialer skal dere bruke for å lage øya? Hvilke abiotiske/biotiske faktorer skal dere illustrere?

**Fase 2:** Det er viktig at dere er åpne for alle slags ideer og ikke er kritiske, da kan morsomme forslag bli avfeid for tidlig.

1. Tenk selv først og tegn gjerne skisser.
2. Forklar ideen din for de andre på gruppa.
3. Hele gruppa diskuterer de ulike ideene, og lager en felles plan for øymodellen.



**Fase 3:** Lag en modell av øya deres med biotiske og abiotiske faktorer. Lag programmet som beregner populasjonsveksten. Spør læreren om ark med tips til programmeringen, om dere vil.

## Puslespill-programmering

```
verdi = verdi*vekstfaktor
```

```
verdi = startverdi
```

```
startverdi = 0
```

```
print(verdi)
```

```
økning = 0
```

```
for i in range(0,10):
```

```
    vekstfaktor = 1 + økning/100
```

**Fase 4:** Hvordan skal dere teste modellen av øya deres? Kanskje kan det være fornuftig å sammenligne resultatene med andre i klassen.

**Fase 5:** Er det noe dere vil endre?

**Fase 6:** Gå tilbake til de andre fasene for å gjøre planlagte forbedringer på modellen deres.

**Fase 7:** Dokumenter det dere har gjort med en liten film og begrunn valgene deres. Vis fram resultatet for resten av klassen med en liten utstilling.

## Refleksjonsoppgaver

1. Hva ville skjedd med de forskjellige artene på øya om det flyttet mennesker dit?
2. Menneskene ville trenge å dyrke mat, hvilke konsekvenser ville dette få for det biologiske mangfoldet på øya?
3. Hva er viktigst av at mennesker kan benytte naturressursene og å bevare det biologiske mangfoldet?
4. Hva om menneskene ville drive gruver eller lage et kraftverk?

## Diskuter

1. Hvilken type matematisk modell har vi brukt for populasjonen på øya?
2. Er denne realistisk?
3. Hvorfor/hvorfor ikke?
4. Klarer du å finne en modell som er mer realistisk?

# Python-oppgave populasjoner

```
1 økning = 20
2 startverdi = 500
3
4 vekstfaktor = 1 + økning/100
5 verdi = startverdi
6
7 for i in range(0,10):
8     verdi = verdi*vekstfaktor
9     print(verdi)
```

1. Gjett hva programmet ved siden av gjør. Skriv en kort forklaring på baksiden av arket.
2. Gå inn på nettadressen: <https://tjenester.lokus.no/open/programmering/python.html> og skriv av koden. Trykk på play-knappen for å kjøre koden. Hva skjer?

### 3. Forklar koden:

Kodelinje	Forklaring
<code>økning = 20</code>	
<code>startverdi = 500</code>	
<code>vekstfaktor = 1 + økning/100</code>	
<code>verdi = startverdi</code>	
<code>for i in range(0,10):</code>	
<code>verdi = verdi*vekstfaktor</code>	
<code>print(verdi)</code>	

### 4. Endre koden

- a) Bytt rekkefølgen på linje 8 og 9. Hva tror du vil endre seg når du kjører programmet?
- b) Finn ut hvor mange dyr det er etter 10 år hvis økningen er 4,0 % årlig.
- c) Hva må du endre i programmet ditt dersom populasjonen **minker** med 20 % årlig?
- d) Kan du fjerne en linje i programmet og fortsatt få samme resultat som i oppgave b? Må du endre noe mer i tillegg?

### 5. Utfordring:

- a) Finn ut hvor lang tid det tar før en pingvinpopulasjon på 10 000 pingviner doubles dersom økningen er på 2,0 %.
- b) Endre koden slik at du lager en graf over antall pingviner for 5000 år.
- c) Hvilken type matematisk modell har vi for pingvinpopulasjonen? Er denne realistisk?



# Personlig økonomi



Personlig økonomi handler om de pengene folk tjener, låner og bruker på forskjellige varer og tjenester, og større ting som bolig og bil. Her kommer en liten forklaring på noen viktige begreper.

**Innskudd** – Penger vi har stående på konto i banken.

**Lån** – Vi kan låne penger fra banker eller kredittkortselskaper, og da må vi betale en viss prosentdel av lånesummen (det vi har lånt) i tillegg til selve lånesummen tilbake. Det finnes flere typer lån, blant annet serielån og annuïtetslån.

**Renter** – En viss prosentdel av innskuddene eller låneene våre. Dersom det er renter på innskudd, er det penger vi får fra banken, men dersom det er renter på lån, er det penger vi må betale til banken.

**Forbruk** – Det vi kjøper. Et høyt forbruk betyr at vi bruker mye penger, mens et lite forbruk betyr at vi bruker lite penger.

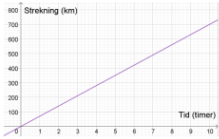
**Lønn** – De pengene vi tjener når vi jobber.

**Skatt** – Når vi får lønn, må vi betale en viss prosentdel av pengene til staten, som kalles skatt.

**Budsjett** – En oversikt over hvor mye penger vi tror vi kommer til å bruke på forskjellige ting.

**Regnskap** – En oversikt over hvor mye penger vi faktisk har brukt på forskjellige ting.

## Stigningstall til lineære funksjoner



Denne lineære grafen viser strekningen en bil har kjørt som funksjon av tiden den bruker. Vi skal finne funksjonsuttrykket til grafen.

Alle lineære funksjoner kan skrives på formen

$$f(x) = a \cdot x + b$$

der  $a$  er stigningstallet og  $b$  er konstantleddet. Stigningstallet forteller hvor bratt grafen er, og konstantleddet forteller hvor grafen skjærer y-aksen.

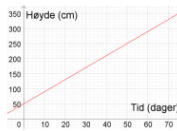
For vår graf blir konstantleddet  $b = 0$  siden grafen krysser y-aksen i origo, altså når  $f(x) = 0$ . Når vi skal finne stigningstallet  $a$  må vi finne hvor mye grafen går oppover for hver enhet på x-aksen. Da velger vi to punkter på grafen vår, og regner ut hvor stor endringen er på y-aksen mellom de to punktene. Så regner vi ut hvor stor endringen er på x-aksen mellom de samme to punktene. Etterpå deler vi endringen på y-aksen på endringen på x-aksen, og da finner vi stigningstallet.

$$a = \frac{\text{endring i } y}{\text{endring i } x} = \frac{700 \text{ km} - 0 \text{ km}}{10 \text{ t} - 0 \text{ t}} = \frac{700 \text{ km}}{10 \text{ t}} = 70 \text{ km/t}$$

Stigningstallet til en lineær funksjon sier oss hvor mye y øker for hver økning i x. I en lineær graf med strekning og tid, slik som vi har, vil stigningstallet alltid gi oss farten, altså hvor mye strekningen i kilometer endrer seg per time. Funksjonsuttrykket til grafen vår blir dermed  $f(x) = 70 \cdot x$ .

### Diskusjonsoppgaver

- Grafen til høyre viser høyden til en solsikke som funksjon av antall dager etter den ble satt ut.
  - Hva er funksjonsuttrykket for denne grafen?
  - Hva betyr stigningstallet for denne grafen?
  - For hvilke x-verdier tror du denne grafen stemmer med målingene?
- Hva betyr det at en graf har negativt stigningstall?
- En lineær graf viser antall firere som en funksjon av antall termingstøt.
  - Hva blir stigningstallet (for store x-verdier)?
  - Hva betyr stigningstallet for denne grafen?



# Forsk på personlig økonomi

- Bruk statistikk fra SSB

## Oppgave

Finn data innen personlig økonomi som varierer over tid (<https://www.ssb.no/statbank/>), og utfør en lineær regresjon (gjør med python) for å finne en matematisk modell. Lag et produkt som viser hvilke data du har brukt og hva du har gjort med dem. Husk begrunnelse for hvilke metoder du har brukt og beskriv hva du har funnet ut.



**Fase 1:** Undersøk hvilke data som kan være fornuftig å bruke. Hvilke data har med personlig økonomi å gjøre? TIPS: Lån, renter, forbruk, arbeidsløshet og lønn.

Tenk gjennom hvordan dere best kan vise fram dataene dere samler inn – hvilken fremstilling som blir tydeligst. Vil dere lage en plakett, en film, en utstilling, eller noe annet?

**Fase 2:** Ha en idéymøting for deg selv. Hvilke data ønsker du å bruke? Hvorfor akkurat dette? Tegn gjerne en skisse over produktet før du diskuterer med de andre. Deretter må gruppa samlet bestemme hvilke data dere skal bruke og hvilket produkt dere skal lage.

Planlegg gjennomføringen, og anslå hvor lang tid hver del tar.

**Fase 3:** Lag første versjon av grafen for den matematiske modellen. Lag det dere trenger til produktet deres.

**Fase 4:** Test produktet ved å spørre de andre i klassen om produktet deres er informativt og tydelig.

**Fase 5:** Sammenlign gjerne med de andre i klassen, er det noen som har brukt interessante data eller gjort noe spennende med produktet sitt? Kan dere bruke noe av de samme grepene til deres produkt?

**Fase 6:** Hopp gjerne tilbake til tidligere punkt og gjør forandringer for å få en best mulig produkt. Gjør gjerne endringer i grafen deres om det trengs.

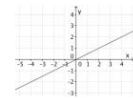
**Fase 7:** Pass på å ta vare på bilder og notater dere har gjort underveis, slik at dere kan vise hva dere har tenkt. I denne oppgaven går dokumenteringen ut på å lage selve produktet.



## Oppgave

Hva er stigningstallet for den lineære funksjonen din? Forklar hva stigningstallet ditt betyr.

Forklar hva resultatet hadde blitt om stigningstallet ditt ble mindre.



# Formler, likninger og fart

## Hva er fart?

Farten forteller oss hvor raskt vi beveger oss fra et sted til et annet. Når en gjenstand beveger seg, så er gjennomsnittsfarten lik strekningen dividert med tiden det tok. Dette kan vi skrive med formelen  $v = \frac{s}{t}$  der  $v$  er farten,  $s$  er strekningen og  $t$  er tiden.



### Snakk om

Enheten til fart er ofte km/t eller m/s. Vet du når de forskjellige enhetene brukes? Vet du om andre enheter for fart og når de brukes?

## Likninger

En likning består av en ukjent variabel (ofte bruker vi  $x$ ), et likhetstegn og minst ett tall. Det som er hovedpoenget med likninger er at de inneholder et likhetstegn som forteller oss at det på venstre side er likt som det på høyre side av likhetstegnet.

Dette er like stort  $3x - 2 = x + 4$  som dette

Siden vi vet at det som står på begge sidene av likhetstegnet er like stort, så må vi alltid gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Dersom vi legger til et tall, så må vi gjøre det på begge sidene. Det samme gjelder om vi trekker fra et tall, multipliserer eller dividerer. Når vi har to ting som er like, må vi alltid gjøre det samme med begge for at de fortsatt skal være like. Er ikke det logisk?

Vi prøver å løse eksempelet vårt. Det finnes flere mulige rekkefølger for hva vi gjør, og dere kan velge helt fritt blant dem, så lenge dere ALLTID GJØR DET SAMME PÅ BEGGE SIDER.

Samle alle ledd med  $x$  på den venstre siden, da må vi trekke fra alle  $x$ -ene som er på høyre side:

$$3x - 2 - x = x + 4 - x$$

Også trekker vi sammen uttrykkene på hver side og får:

$$2x - 2 = 4$$

Det neste steget er å samle alle tallene på høyre side, da må vi finne ut hva vi må legge til eller trekke fra for å kvitte oss med tallene på venstre side:

$$2x - 2 + 2 = 4 + 2$$

Også trekker vi sammen uttrykkene på hver side og får:

$$2x = 6$$

Da er vi nesten i mål, men vi må bare kvitte oss med tallet foran  $x$ . Det står jo egentlig en gangetegn mellom tallet og  $x$ , så dersom vi deler på samme tallet, så kan vi stryke tallet. Dette fordi det blir som å multiplisere med en brøk som er lik 1, slik som  $\frac{2}{2} = \frac{2}{2} = \frac{1000}{1000} = 1$ .

Da får vi:

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

Når vi til slutt forkortet, så står vi igjen med:

$$x = 3$$

Og vi har funnet svaret vårt! Så lenge vi gjør det samme på begge sidene av likhetstegnet, så trenger vi egentlig ikke huske noe mer for å løse likninger.

## Formelregning

En formel er egentlig veldig lik en likning, og vi kan bruke akkurat de samme reglene for å omforme den. For  $v = \frac{s}{t}$  som vi startet med, så kan vi omforme den til  $s = v \cdot t$ . Klarer du å se hva man må gjøre?

# Lag det raskeste kjøretøyet

- med kontinuerlig servo

## Oppgave

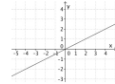
Lag et kjøretøy som bruker en kontinuerlig servo. Mål hvor lang tid det bruker på minst fem forskjellige strekninger. Lag en lineær modell for hvordan tiden avhenger av strekningen.

**Fase 1:** Undersøk gjerne litt for å få inspirasjon til kjøretøyet deres.

**Fase 2:** Det er viktig at dere er åpne for alle slags ideer og ikke er kritiske, da kan nyttige forslag bli avleid for tidlig.

- Tenk selv først og tegn gjerne skisser.
- Forklar ideen din for de andre på gruppa.
- Hele gruppa diskuterer de ulike ideene, og lager en felles hypotese for bygging.

**Fase 3:** Gjennomfør planen deres for å lage kjøretøyet og lag programmet for å styre servoene.



## Ekstraoppgave

Lag en stoppeklokke for micro:bit for å måle tiden på strekningene.



**Fase 4:** Test hvor raskt kjøretøyet er.

**Fase 5:** Sammenlign resultatene med andre i klassen. Fikk noen andre større fart? Hvorfor tror du deres kjøretøy fikk større fart? Kan dere gjøre noe av det samme?

**Fase 6:** Gå tilbake til de andre fasene for å gjøre de planlagte forbedringene.

**Fase 7:** Gjennomfør de siste målingene for strekning og tid, disse skal dere bruke til å plote en graf med.

## Regresjonsoppgave – lineær modell

- Plott alle de målte verdiene i GeoGebra. Tiden tilsvarer x-verdiene og strekningen tilsvarer y-verdiene.
- Finn en matematisk modell ved å foreta en lineær regresjon for de målte dataene. Se introduksjon til kapitlet for fremgangsmåte.
- Passer den bra med datapunktene deres?
- For denne lineære modellen, vil stigningstallet være gjennomsnittsfarten til kjøretøyet. Det kjøretøyet med størst stigningstall, har størst fart. Hvordan kan dere se på grafen hvilket kjøretøy som har størst fart?
- Tror dere modellen vil passe bra dersom dere lar kjøretøyet kjøre i 12 timer?

## Oppgave

Modellen deres er en lineær funksjon som kan skrives på denne formen

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Dersom dere setter deres funksjon lik en annen gruppes funksjon lik den laget en likning! Løs denne likningen, og diskuter hva dere har regnet ut.

## Ekstraoppgave

Når dere har funksjonen for sammenhengen mellom tiden og strekningen til kjøretøyet, finn ut hva strekningen måtte vært for at kjøretøyet skulle kjørt i 5 timer. Tror dere at svaret er realistisk?

Kan dere lage en annen ligning basert på kjøretøyet deres?

# Uniform sannsynlighet

## Uniform sannsynlighet

Alle muligheter har like stor sannsynlighet for å skje.

Eksempler på uniform sannsynlighet kan være å trekke et kort fra en kortstokk eller å kaste mynt eller korn. Det er ingen grunn til at det skal være mer sannsynlig å trekke akkurat hjerter tre enn kløver fem. Det er heller ingen grunn til at det skulle være mer sannsynlig å en mynt lander med kronen opp, enn myntsidan opp (den med hodet). Vi ser bort fra den utrolig lille sannsynligheten for at mynten lander på kanten.



### Diskuter

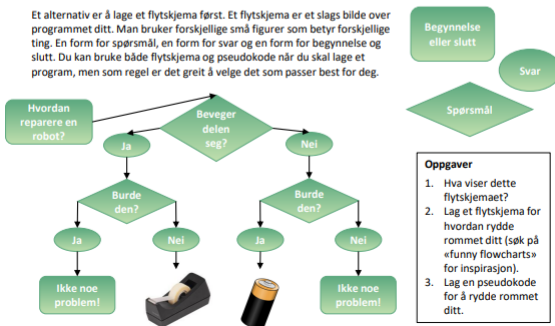
1. Kan du finne noen andre eksempler på uniform sannsynlighet
2. Kan du finne noen eksempler som ikke er uniforme?
3. Hvordan kan vi sjekke om eksemplene våre er uniforme eller ikke?

## Algoritmisk tenkning: Pseudokode og flytskjema

I begynnelsen av boka er det to oppgaver der dere skal programmere hverandre, uten å bruke et programmeringsspråk. Da endte dere opp med å skrive en oppskrift, en algoritme, med vanlige ord. Dette kan kalles pseudokode. Altså det å skrive et program med det vanlige språket vårt, men gjerne med stikkord, og ikke med et programmeringsspråk.

Når man skal lage et litt større program, så kan det være lurt å bruke pseudokode først. Da skriver du hva programmet skal gjøre med egne ord, og etterpå oversetter du dette til enten Scratch- eller Pythonkode.

Et alternativ er å lage et flytskjema først. Et flytskjema er et slags bilde over programmet ditt. Man bruker forskjellige små figurer som betyr forskjellige ting. En form for spørsmål, en form for svar og en form for begynnelse og slutt. Du kan bruke både flytskjema og pseudokode når du skal lage et program, men som regel er det greit å velge det som passer best for deg.



# Lag en terning eller et lykkehjul

- og et program som simulerer sannsynligheten

## Oppgave

Lag en egendesignet terning som ikke har seks sider eller et lykkehjul som senere skal være en del av et spill. Du skal lage et program som du kan bruke til å simulere terningkast eller lykkehjul-snurr og finne sannsynligheten for de forskjellige utfallene.



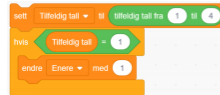
© Inter IKEA Systems B.V. 2020



**Fase 1:** Finn informasjon og inspirasjon til en terning eller et lykkehjul. Hvilken form kan en terning ha? Hvilke deler består et lykkehjul av? Hvordan ser disse delene ut?

**Fase 2:** Ha en idémyndring for deg selv. Tegn gjerne en skisse før du diskuterer med de andre. Deretter må gruppa bestemme hvordan terningen/lykkehjulet skal se ut.

**Fase 3:** Tid for å lage simuleringsprogrammet og å lage terningen eller lykkehjulet. Se på eksemplene for et firdelt lykkehjul under:



Hva tror du disse programmene gjør? Hvordan kan du bruke det i ditt simuleringsprogram?

Lag et simuleringsprogram – det finnes et ark med HINT.

Del oppgaven opp i flere små deler (algoritmisk tenkning)

- Vet du hvordan du må programmere for å få et tilfeldig terningkast eller lykkehjul-spinn?
- Vet du hvordan du må programmere for å telle opp hvor mange det blir av hvert utfall?
- Hvis du ikke vet, kan du finne det ut?
- Kan du bruke noe fra programmeringsseksjonene over?
- Hvordan skal du kombinere de forskjellige delene?



**Fase 4:** Test terningen eller lykkehjulet og programmet ditt.

**Fase 5:** Virker alt slik det skal?

**Fase 6:** Hopp gjerne tilbake til tidligere punkt og gjør forandringer for å få en best mulig terning eller lykkehjul. Gjør gjerne endringer i modelleringsprogrammet ditt. Kan det gjøres mer effektivt eller ryddigere?

**Fase 7:** Lag et ark med bilder fra hele prosessen sammen med resultatet for sannsynligheten til de forskjellige utfallene.

Polyeder – hva er det?

# Populasjoner og populasjonsvekst

## Hva er en populasjon?

Det er alle individene av en bestemt art som lever innenfor et avgrenset område eller økosystem. Det kalles også en bestand.

## Hva er et økosystem?

Det består av alle populasjonene innenfor et begrenset område, samt de abiotiske faktorene i området. Noen eksempler kan være en myr, en skog eller et korallrev.

## Eksponentialfunksjoner og prosentvis endring

En eksponentialfunksjon kan alltid skrives på denne formen  $f(x) = a \cdot b^x$  der  $a$  er startverdien og  $b$  er vekstfaktoren, som alltid er et positivt tall.

Vi har en populasjon av rådyr og vi vet at den øker med 20 % årlig. Hva blir vekstfaktoren til denne populasjonen?

Vi begynner med å regne om 20 % til desimaltall.  
 $20\% = \frac{20}{100} = 0,20$

Siden hele den opprinnelige populasjonen alltid tilsvarer 100 %, må vi legge til dette  
 $100\% + 20\% = 1,00 + 0,20 = 1,20$

I dette tilfellet blir vekstfaktoren til rådyrpopulasjonen 1,20.



### Diskuter

Hva blir vekstfaktoren om populasjonen minker med 20 % årlig?

Startverdien er antall rådyr i den opprinnelige populasjonen. Dersom vi har 250 i en rådyrpopulasjon med en årlig vekst på 20 % vil funksjonen vår se slik ut:

$$f(x) = 250 \cdot 1,20^x$$

## Hva er en biotisk faktor?

Det er alle de levende organismene i et økosystem, slik som alle planter, dyr, bakterier og sopp.



## Hva er en abiotisk faktor?

Det er alle de ikke-levende omgivelsene som påvirker organismene som lever der, slik som jordsmønn, pH-verdi, klima og temperatur.



# Lag en øy!

- og programmer populasjonsveksten

## Oppgave

Lag en modell av en liten øy med en oversikt over de forskjellige biotiske og abiotiske faktorene. Tenk deg at det ble satt ut et kaninpar. Lag et program som beregner hvor mange kaniner det blir på øya hvert år etterpå, for de 10 første årene. Lag en figur på oversikten som viser populasjonsveksten for kaninene.

**Fase 1:** Hvilke materialer skal dere bruke for å lage øya? Hvilke abiotiske/biotiske faktorer skal dere illustrere?

**Fase 2:** Det er viktig at dere er åpne for alle slags ideer og ikke er kritiske, da kan morsomme forslag bli avleid for tidlig.

1. Tenk selv først og tegn gjerne skisser.
2. Forklar ideen din for de andre på gruppa.
3. Hele gruppa diskuterer de ulike ideene, og lager en felles plan for øymodellen.



**Fase 3:** Lag en modell av øya deres med biotiske og abiotiske faktorer. Lag programmet som beregner populasjonsveksten. Spør læreren om ark med tips til programmeringen, om dere vil.

## Puslespill-programmering

```
verdi = verdi*vekstfaktor      verdi = startverdi
startverdi = 0                print(verdi)      økning = 0
for i in range(0,10):         vekstfaktor = 1 + økning/100
```

**Fase 4:** Hvordan skal dere teste modellen av øya deres? Kanskje kan det være formuftig å sammenligne resultatene med andre i klassen.

**Fase 5:** Er det noe dere vil endre?

**Fase 6:** Gå tilbake til de andre fasene for å gjøre planlagte forbedringer på modellen deres.

**Fase 7:** Dokumenter det dere har gjort med en liten film og begrunn valgene deres. Vis fram resultatet for resten av klassen med en liten utstilling.

## Refleksjonsoppgaver

1. Hva ville skjedd med de forskjellige artene på øya om det flyttet mennesker dit?
2. Menneskene ville trenge å dyrke mat, hvilke konsekvenser ville dette få for det biologiske mangfoldet på øya?
3. Hva er viktigst av at mennesker kan benytte naturressursene og å bevare det biologiske mangfoldet?
4. Hva om menneskene ville drive gruver eller lage et kraftverk?

## Diskuter

1. Hvilken type matematisk modell har vi brukt for populasjonen på øya?
2. Er denne realistisk?
3. Hvorfor/hvorfor ikke?
4. Klarer du å finne en modell som er mer realistisk?

# Antall mulige kombinasjoner



## Regel for sannsynlighet

Vi har alltid denne regelen for beregning av sannsynlighet:

$$P(\text{utfall}) = \frac{\text{gunstige utfall}}{\text{mulige utfall}}$$

For å bruke denne regelen, må vi kunne finne ut hvor mange gunstige utfall vi har, og hvor mange mulige utfall vi har. En måte å gjøre dette på, dersom man ikke har altfor mange utfall, er å tegne opp alle utfallene i en tabell og telle opp hvilke som er gunstige.

Vi skal finne ut hvor stor sannsynlighet det er for at summen av øyne på terningene blir 9. Vi kaster to forskjellige terninger. En av terningene er vanlig og har seks sider, mens den andre har åtte sider. Vi lager en tabell (som en krystabell for gener, men med flere utfall):

1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12	13	14

For å finne hvor mange gunstige utfall vi har, må vi telle alle utfallene der vi får at summen blir 9. Det blir 6 utfall.

For å finne hvor mange mulige utfall vi har, så må vi telle alle utfallene i tabellen vår. Eller må vi det? Dersom vi skal finne ut hvor mange ruter det er i tabellen vår, så kan vi vel bare multiplisere antall utfall for hver av terningene?

Den ene terningen har 6 sider, og dermed 6 mulige utfall. Den andre terningen har 8 sider, og dermed 8 mulige utfall. For hver av de 6 sidene på den ene terningen, så kan vi kombinere den med hver av de 8 sidene på den andre terningen. Altså blir det 8 mulige summer for hver utfall på den 6-sida terningen. Dermed kan vi multiplisere 8 med 6 for å finne alle de mulige utfallene:  $6 \cdot 8 = 48$ . Da kan vi regne ut sannsynligheten for at summen på terningene blir 9:

$$P(\text{summen er } 9) = \frac{\text{gunstige utfall}}{\text{mulige utfall}} = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

## Regel for antall mulige utfall

For å beregne antall mulige utfall for en hendelse, kan vi multiplisere antall mulige hendelser for hvert av utfallene hendelsen består av.



## Oppgaver

1. Finn ut hvor stor sannsynlighet det er for å trekke et billett (inkludert ess) fra en vanlig kortstokk. Trenger du å tegne en tabell?
2. Finn ut hvor stor sannsynlighet det er for at produktet av øynene på to vanlige terninger blir 14. Trenger du å tegne en tabell?
3. Hva gjorde at du trengte å tegne tabell på en av oppgavene, men ikke den andre? Kan du lage en regel for når det er lurt å tegne en tabell?

# Lag en magisk krystallkule

- og tilpass programmet som simulerer sannsynligheten

## Oppgave

Bruk tilgjengelige materialer til å lage en «krystallkule» med plass til micro:biten inni. Den skal bruke et program som tilfeldig velger blant minst 8 spådommer. Du skal også lage et program som du kan bruke til å simulere trekning av spådommer og finne sannsynligheten for de forskjellige utfallene.

**Fase 1:** Finn inspirasjon til spådommene og hvordan «krystallkula» skal se ut. Hvilke materialer skal du bruke? Hvor mange spådommer skal du lage?

**Fase 2:** Ha en idémyndring for deg selv. Hvordan skal micro:bit programmet ditt vise hvilken spådom som blir tilfeldig trukket? Tegn gjerne en skisse før du diskuterer med de andre. Deretter må gruppa bestemme hvordan krystallkula skal se ut.

**Fase 3:** Tid for å lage «krystallkula» og spådommene, i tillegg til programmene:

- Lag et program til micro:biten som velger tilfeldig blant spådommene dine, og viser resultatet.
- Endre det tidligere simuleringprogrammet (fra forrige oppgave) ditt for å bruke til å simulere trekning av spådommer og beregning av sannsynligheten for de forskjellige utfallene.



## TIPS

Hva tror du disse blokkene gjør? Kan du bruke noen av dem i ditt program på micro:biten?



**Fase 4:** Test krystallkula og programmene dine.

**Fase 5:** Virker alt slik det skal?

**Fase 6:** Hopp gjerne tilbake til et tidligere punkt og gjør forandringer for å få en best mulig krystallkule eller micro:bit-program. Gjør gjerne endringer i modelleringsprogrammet ditt. Kan det gjøres mer effektivt eller ryddigere?

**Fase 7:** Dokumenter hele prosessen sammen med resultatet for sannsynligheten til de forskjellige utfallene på en valgfri måte.

# Python-oppgave populasjoner

```

1 økning = 20
2 startverdi = 500
3
4 vekstfaktor = 1 + økning/100
5 verdi = startverdi
6
7 for i in range(0,10):
8     verdi = verdi*vekstfaktor
9     print(verdi)
    
```

1. Gjøtt hva programmet ved siden av gjør. Skriv en kort forklaring på baksiden av arket.
2. Gå inn på nettadressen: <https://tenester.ck12.no/Åpnen/programme/rna/python.html> og skriv av koden. Trykk på play-knappen for å kjøre koden. Hva skjer?

## 3. Forklar koden:

Kodelinje	Forklaring
økning = 20	
startverdi = 500	
vekstfaktor = 1 + økning/100	
verdi = startverdi	
for i in range(0,10):	
verdi = verdi*vekstfaktor	
print(verdi)	

## 4. Endre koden

- a) Bytt rekkefølgen på linje 8 og 9. Hva tror du vil endre seg når du kjører programmet?
- b) Finn ut hvor mange dyr det er etter 10 år hvis økningen er 4,0 % årlig.
- c) Hva må du endre i programmet ditt dersom populasjonen **minker** med 20 % årlig?
- d) Kan du fjerne en linje i programmet og fortsatt få samme resultat som i oppgave b? Må du endre noe mer i tillegg?

## 5. Utfordring:

- a) Finn ut hvor lang tid det tar før en pingvinpopulasjon på 10 000 pingvinner dobles dersom økningen er på 2,0 %.
- b) Endre koden slik at du lager en graf over antall pingvinner for 5000 år.
- c) Hvilken type matematisk modell har vi for pingvinpopulasjonen? Er denne realistisk?





## Solenergi

- Hvordan kan vi varme vann ved hjelp av solenergi?



### Energiproduksjon fra sollys

Energien fra sollyset er fornybar energi, siden vi ikke kan bruke den opp. Sollyset som treffer jordkloden kan gi energi som er 15 000 ganger høyere enn energiforbruket til alle menneskene på jordkloden. Dersom vi hadde klart å utnytte alle energien fra sola, så hadde vi ikke trengt annen energiproduksjon.

Det er to måter å produsere energi fra sollys. Vi kan bruke solceller eller solfanger. I en solcelle dannes det elektrisitet siden sollyset kan slå løs elektroner. Disse elektronene beveger seg i en krets på grunn av måten solcellene er bygget opp, og vi får dannet elektrisitet.

Det finnes to typer solfanger. Begge virker slik at de varmer opp vann eller en annen væske. Forskjellen på de to typene er hvor høy temperatur de varmer væsken opp til, og hva de gjør med væsken etter den er oppvarmet.

1. Solfanger til elektrisitetproduksjon – denne typen består av mange speil som reflekterer sollyset slik at det treffer en liten beholder med væske. Da vil temperaturen til denne væska øke kraftig og væska fordampes. Det vil si at den blir til gass. Da kan gassen drive en turbin som omformer bevegelsesenergien til gassen til elektrisitet. Dette er typisk større energikraftverk som produserer elektrisitet nok til mange tusen husstander.

2. Solfanger til oppvarming av vann – denne typen er langt enklere enn den andre, og noe privatpersoner kan ha hjemme. De bruker energi fra sollyset til å varme opp vann til opp mot kokepunktet. Mange bruker slike solfanger på hytta eller campingtur for å varme opp dusjvann. De består av en svart pose med vann oppi, siden svart farge absorberer mest mulig av strålingen fra sollyset, og en plastslange med et lite dusjhode. Her får vannet som regel ikke veldig høy temperatur, men det kan være lurt å sjekke litt forsiktig med en lillefinger før man dusjer hele seg.

Lignende solfanger kan også brukes av mennesker som bor steder uten tilgang til elektrisitet for å koke vannet sitt, slik at bakterier og parasitter dør. Da er det mindre fare for å bli syke. I tillegg kan de få laget varmt mat, selv om de ikke har tilgang på ved. Disse solfangerne består gjerne av papp eller tre, noe reflekterende, noe absorberende, noe som isolerer, og en beholder til vannet.



Testing av en solfanger.

**Materialene som en solfanger består av har alle en funksjon.**



### Snakk om

All energi på jordkloden stammer til sist fra solenergi, både fornybare energikilder og ikke-fornybare energikilder. For eksempel vindkraft, vannkraft, olje, gass og kull, til og med energien i maten vi spiser!

1. Hvordan kan det stemme? Forklar hvordan det kan være slik.
2. Kan du komme på noen unntak? Er det noen energikilder som ikke har sitt opphav i solenergi?



## Lag en effektiv solfanger

### Oppgave

Lag en solfanger. Mål hvor mye temperaturen stiger for hvert minutt den står i sola. Lag en lineær modell for hvordan temperaturen avhenger av tiden.

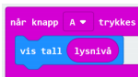
**Fase 1:** Undersøk litt mer om solfanger, dersom dere trenger det.

**Fase 2:** Det er viktig at dere er åpne for alle slags ideer og ikke er kritiske, da kan nyttige forslag bli avvleid for tidlig.

- Tenk selv først og tegn gjerne skisser.
- Forklar ideen din for de andre på gruppa.
- Hele gruppa diskuterer de ulike ideene, og lager en felles hypotese for bygging.

**Fase 3:** Gjennomfør planen deres for å lage solfangeren og lag programmet for å måle temperaturen med micro:bit.

Lag et program som måler temperaturen når du trykker på den ene knappen. Under vises et eksempel som måler lysstyrken når man trykker på knapp A, og skriver verdien til LED-lysene på framsiden av micro:bit-en (skjermen). Hva må du endre på?



Knapp A finner du her på micro:bit-en.

Foto av Gareth Halfacree



**Fase 4:** Test hvor mye temperaturen øker.

**Fase 5:** Sammenlign resultatene med andre i klassen. Fikk noen andre større temperatureøkning? Hvorfor gjorde de det, tror du? Kan din gruppe gjøre noe av det samme?

**Fase 6:** Gå tilbake til de andre fasene for å gjøre de planlagte forbedringene.

**Fase 7:** Gjennomfør de siste målingene, disse skal dere bruke til å plote en graf med.

### Ekstraoppgaver

1. Hva kan være mulige feilkilder for måling av temperaturen?
2. Forklar viktigheten av å teste-evaluere-forbedre.
3. Kan dere finne ut av hva faseoverganger er?
4. Koble resultatene deres mot faseoverganger, kanskje går en del av energien til å vannet fordampes. Hvordan kan man forhindre dette?

### Regresjonsoppgave – lineær modell

1. Plott alle de målte verdiene i Geogebra.
2. Finn en matematisk modell ved å foreta en regresjon for de målte dataene. Se introduksjon til kapitlet for fremgangsmåte.
3. Hvordan ser funksjonen ut?
4. Passer den bra med datapunktene deres?
5. Tror dere modellen vil passe bra dersom dere lar solfangeren stå ute i sola en hel dag?

### Oppgave

Modellen deres er en lineær funksjon som kan skrives på denne formen

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Dersom dere setter deres funksjon lik en annen gruppes funksjon lik har laget en likning! Løs denne likningen, og diskuter hva dere har regnet ut.

## Måle temperatur med micro:bit som logges på PC – micro:bit nummer 1

Lag et program som sender temperaturen ved å bruke følgende 9 kommandoer:

```
from microbit import *
x = str(temperature())
radio.send_bytes(x)
radio.on()
import radio
radio.config(channel=40)
while True:
    temperatur = temperature()
    sleep(500)
```

## Micro:bit nummer 2

Lag et program som skriver ut temperaturen ved å bruke følgende kommandoer:

```
x = radio.receive_bytes()
print(x)
radio.on()
sleep(500)
while True:
    from microbit import *
    import radio
```