



## Korden

Det er en stor glede å presentere dette temanummeret som har fokus på matematikkundervisning på småskoletrinnet. Årene på småskolen legger grunnlaget for kunnskaper i og oppfatninger av faget, som ofte preger resten av skoleløpet. Kunnskapsrike lærere som kjenner til ulike måter å lære på, og som viser interesse og glød for at barna skal øke sin matematiske kompetanse, har mye å bidra med når fokus settes på matematikklæring de første skoleårene.

Vi har vært heldige å få med mange gode bidragsytere. Blant forfatterne har vi lærere, forskere og en student. Alle har ulike innfallsvinkler til temaet som er i fokus.

*Marta Vassbø* er en lærer som tar barnas matematikk på alvor. Hun gir sammen med Janne Fauskanger eksempler på hvordan de i arbeid med matematikk i første klasse tar i bruk aktivitetene som allerede er der, og bruker dem som utgangspunkt for skriftliggjøring. I denne førsteklassen er ikke tallområdet avgrenset til å gjelde små tall, og ingen hindrer barna i å gjøre beregninger med store tall.

Lærebøkene har ofte stått sentralt i matematikkundervisningen, også de første skoleårene. *Anne-Britt Hanssen* skriver om hvordan hun har løst seg fra ferdigtrykte læremidler.

Hun viser eksempler på utenomboklige aktiviteter, og grunngir hvordan barnas matematikkforståelse kan fremmes gjennom disse.

Kunnskaper i matematikk kan uttrykkes på mange ulike måter. *Bjørnar Alseth* beskriver hvordan barn velger å uttrykke seg. Han har intervjuet en rekke andre- og tredjeklassinger. Blant annet spurte han elevene om følgende: I en tyggegummipakke er det seks biter. Hvor mange biter er det i tre slike pakker? Elevene svarte på ulike måter, og de ble deretter bedt om å lage noe på et papir som viste det de hadde gjort. Ut fra elevenes muntlige og skriftlige tilbakemeldinger drøfter Alseth elevenes ulike svar og hvilke uttrykksformer en bør bruke i matematikkundervisningen.

Ikke alle lykkes med matematikkfaget i skolen. *Snorre Ostad* fokuserer i sin artikkel på hvordan matematikkvansker kan forebygges i småskolealder. Ostad har i løpet av de senere år gjennomført flere undersøkelser for å kartlegge elevenes strategibruk under oppgaveløsning i matematikk. Han har funnet at elever med matematikkvansker benytter andre og mindre hensiktsmessige strategier enn de øvrige elevene. Han skisserer bakgrunnen for strategiopplæring, og fokuserer på hvordan systematisk strategiobservasjon og strategi-



opplæring kan foregå.

Forståelsen av posisjonssystemet er grunnleggende for mye av tallregningen. *Elisabet Lindland* understreker i artikkelen «Tallet 10 – bare enda et siffer?» hvor viktig fokus på posisjonssystemet er. Hun beskriver barns utvikling av forståelse for posisjonssystemet parallelt med den historiske utviklingen, før hun ser på hvordan fire læreverk for 2. klasse legger opp til arbeid med posisjonssystemet.

Artikkelforfatterne som til nå er nevnt, har fokus på tall i det de skriver, derfor er vi glade for at *Olga Herbjørnsen* bidrar til å bringe den tredimensjonale geometrien inn i begynneropplæringen. Gjennom to konkrete eksempler med Lego- og lavobygging beskriver hun hvordan en kan arbeide med denne delen av matematikken. Hun understreker viktigheten av at prosjekter av denne typen ikke blir 'happeninger' hvor underholdningsverdien er større enn læringseffekten.

Å bygge opp forståelse for måling er en prosess som kan beskrives trinnvis. *Einar Jahr* gir oss en kort beskrivelse av disse trinnene med utgangspunkt i lengdemåling.

Den siste artikkelen knyttet til temaet er skrevet av *Marit Johnsen Høines*. Hun problematiserer hvordan læreren kan støtte barnet

i matematikkutviklingen ved å være det hun kaller 'matematisk spørrende'. I sin artikkel drøfter hun et gjennomgående tema i mange av artiklene: Lærerens evne til å se og utnytte mulighetene som finnes til matematikklæring.

En stor takk til alle som har bidratt i dette temanummeret. Vi håper at utvalget av artikler rommer bredden av det forsknings- og utviklingsarbeidet som foregår knyttet til småskoletrinnet.

Vårt ønske er at dette temanummeret vil fungere som inspirasjonskilde for alle som møter småskoletrinnets elever og deres matematikk. Lykke til!

*Elin K. Lie Reikerås*  
*Janne Faustanger*

Fra dette nummeret av vil Tangenten inneholde noen sider som informerer om Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæring sin virksomhet. Se side 54.

Janne Fauskanger og Marta Vassbø

# Førsteklasses arbeid på veien fram mot formelle symboler

I denne artikkelen vil vi beskrive deler av tallarbeidet i første klasse. I planleggingen tar vi utgangspunkt i L97, men vi forsøker å arbeide med elevene ut fra de forutsetningene de har. Vi ønsker å legge til rette for problemløsende aktiviteter<sup>1</sup> som gjør det mulig å bli kjent med de ulike elevenes begreper, for så å tilpasse undervisningen til den enkelte. Her vil vi gi noen korte glimt av elevenes arbeid på veien fram mot formelle symboler, og vise hvordan elevene utfordres til å framstille dette skriftlig. Vi vil gjennom eksempler presentere elevenes arbeid. De fleste eksemplene er fra høstsemesteret i 1. klasse.

I klassen arbeider vi med klassifisering og sortering, blant annet av naturmateriale. På det første bildet (figur 1) er pinnene sortert etter lengde. På det andre bildet er konglene delt i tre bunker etter følgende egenskaper: store, mellomstore og små kongler. Det var mange diskusjoner i tilknytning til denne sorteringen. Hvor går for eksempel grensen mellom store og mellomstore kongler? På det tredje bildet er blader sortert. Noen sorterte etter reglene 'brune og grønne', mens andre sorterte etter tresort. Når elevene skulle komme fram til klassens felles regler, ble det mange gode diskusjoner.

Et av hovedmålene er å hjelpe elevene til å



Figur 1: Elevene klassifiserer og sorterer naturmateriale

utvikle en god tallforståelse og et solid tallbegrep. Elevene har derfor arbeidet med ulike aspekter ved tallbegrepet<sup>2</sup>. Det første semesteret la vi ikke vekt på strukturert arbeid med tallsymboler, men elevene ville gjerne skrive symboler og de trente gjerne. Det har rett og slett gått sport i å skrive formelle symboler i klassen (se de ulike bildene presentert her). Dette gjør det lett for læreren å få oversikt over hvilket forhold elevene har til skriving av ulike symboler. Nå, i andre semester, har vi så smått begynt å arbeide mer strukturert med tallsymbolene også, og elevene skrev til sammen 113 femtall da dette var i fokus. Disse ble så brukt som en del av arbeidet med posisjonssystemet<sup>3</sup>, for elevene ville gjerne finne antallet, og da måtte de gruppere i tiere og i hundrere.

I en del av oppgavene elevene har fått, ser vi en viktig utfordring: Et problem for en elev er en rutineoppgave for en annen. Vi prøver derfor å arbeide med oppgaver som med enkle grep kan utvides om noen elever har behov for det. En oppgave fra gymnastikken er et eksempel. Her arbeidet vi med rokkeringer som lå på gulvet. En rokkering til hver elev. Elevene sprang rundt i salen utenom rokkeringene som forestilte hus. På signal skulle alle finne seg et hus. Når alle hadde gjort det, ble de utfordret til å ha for eksempel tre deler av kroppen, deretter fem deler av kroppen i gulvet. Hver gang ble ulike løsninger presentert. Videre ble oppgavens vanskegrad utvidet, og bildene i figur 2 viser to gruppers løsning på oppgaven: «Tre elever i hver ring, og fire kroppsdelene i gulvet».

Vi fortsatte å være to eller tre i hvert hus. Nå fikk elevene nye oppgaver, der de til sammen skulle ha for eksempel fire eller syv deler av kroppen i gulvet (figur 3). Løsningene ble mange og varierte. Noen grupper løste oppgaven raskt og kunne få nye utfordringer som:



Figur 2: «Tre elever i hver ring, og fire kroppsdelene i gulvet»

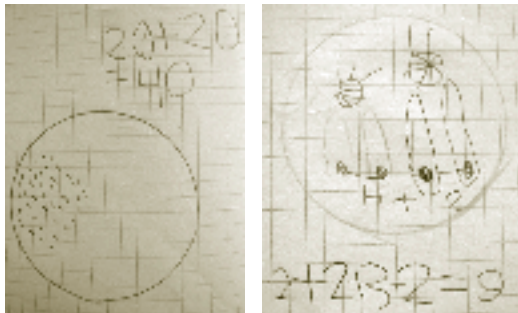
«Hvor mange tær er det i ringen nå når dere har fire føtter på gulvet?» Denne aktiviteten fortsatte i klasserommet. Nå ble det viktig å skriftliggjøre det vi hadde gjort i gymnastikk-timen. Her ble det illustrative tegninger, mye telling, fokus på kardinaltall og sifferskriving. Elevløsningen under (figur 3) viser svar på oppgaven «Hvor mange tær er det når det, som på bildet, er fire føtter i ringen?».



Figur 3: Armer, bein og rokkeringer,  $2 + 2 + 3$  (2 føtter, 2 føtter til og 3 hender). Antall tær i rokkeringer er 20.



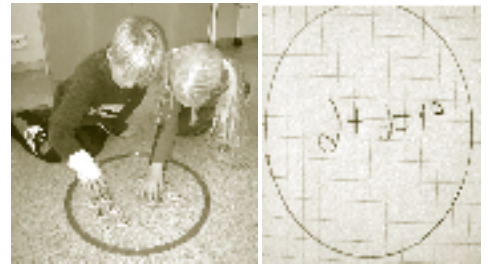
Skriftliggjøring ser vi på som viktig, og bildene under (figur 4) viser to eksempler. Den ene har funnet ut hvor mange fingre og tær det blir til sammen om det er to personer i rokkingen. Den andre har regnet ut hvor mange kroppsdeler som er i bakken når to personer har begge føttene og henholdsvis tre og to fingre i bakken:  $2 + 2 + 3 + 2 = 9$ .



Figur 4: Skriftliggjøring av gymaktiviteter

Arbeidet med hender og føtter i rokkinger har gitt oss mulighet til å bli godt kjent med elevenes tallbegrep, samtidig som aktivitetene medfører at elevene utvikler sitt tallbegrep. Det er viktig å gi elevene erfaringer med at det er situasjonen tallet brukes i som bestemmer funksjonen, og følgelig blir det lærerens ansvar å sørge for at bruken av tallene blir så variert som mulig. Elevene likte arbeidet med rokkingene så godt at de har blitt med inn i klasserommet. Her arbeider de med ulike aspekter av tallbegrepet ved å bruke andre konkretiseringer enn kroppsdeler. En dag valgte elevene et tall de ville arbeide med, både praktisk og skriftlig. Noen elever valgte tallet 12 (figur 5). Her har to elever kommet fram til at 12 blant annet kan deles opp i to seksere, eller at  $12 = 6 + 6$ .

Elevene liker store tall og arbeider med klassifisering og gruppering for å lette opptelling-



Figur 5:  $6 + 6 = 12$

gen. Eleven på bildet i figur 6 hadde problemer med å telle opp antall brikker i ringen, og grupperte derfor etter farger for å gjøre opp-tellingen lettere. Det var 58 brikker i ringen. Eleven var stolt over å finne antallet og sa: «Nå er jeg også en matteekspert».

Dette er et eksempel på at elevene oppfordres til også å arbeide med store tall. For å støtte de elevene som liker store tall videre i sin matematikklæring, bruker vi blant annet



Figur 6: Gruppering etter farger



Figur 7: Klassens store tall

det vi kaller 'Klassens store tall' (figur 7). Det er satt av litt veggplass til store tall som klassen er opptatt av.

Elevene har talt hvor mange føtter det er i klassen, hvor mange stavelser de har i navnene sine og hvor mange stavelser det blir til sammen for hele klassen. De har skrevet navnene sine med knapper og talt hvor mange knapper de trengte. De har talt hvor mange Jovo-brikker det er i et byggverk og hvor mange neser og fingre det er i klassen.

Hver dag samler vi melkekorker. Etter hvert har det blitt mange. En dag talte to elever alle korkene og fant ut at det ble 277. De laget tierhauger for å gjøre arbeidet lettere:

En medelev lurte på hvor mange det kom til å bli hvis vi regnet med de 8 korkene som vi snart skulle hente. Da svarte en elev straks at det må bli 285 for « $277 + 8$  er 285 og da mangler vi bare 15 så har vi 300». For noen



Figur 8: 1033 melkekorker

uker siden talte vi opp hvor mange korker flere klasser hadde til sammen, antallet ble 1033. Det ble en spennende utfordring å skrive ned i arbeidsboka det vi hadde gjort.

En annen dag arbeidet vi med ball. En av oppgavene var at to og to skulle kaste ball til hverandre. Noen begynte å telle hvor mange ganger de klarte å kaste til hverandre uten å miste ballen i gulvet. Dette smittet, og snart var alle opptatt av å telle antall kast. De var stolte og glade for alle de store tallene og uttrykte ønske om å skrive dem ned. De fikk kritt og noterte på tavla. Parene skrev ned forbokstavene sine og noterte tallet i ei rute, så var de i gang igjen med ny opptelling. Det ble en imponerende samling tall og mye kastetrening før timen var over (figur 9).



Figur 9: Antall ballkast

1. klassingene er glade i matematikk, de liker å få matematiske utfordringer, og følgelig nevnes her kun noen få, av mange, eksempler fra klassens arbeid med grunnlaget for forståelsen av formelle symboler. Vi har sett hvor viktig det er å arbeide skriftlig med de praktiske aktivitetene. Gjennom dette arbeidet får vi god inn-

sikt i hvor elevene står. Denne informasjonen er viktig når vi skal planlegge nye aktiviteter og tilpasse dem til de enkelte. I det skriftlige arbeidet setter elevene ord på matematikken sin, noe som fører til mange spennende diskusjoner. Men ikke minst er det med på å lage et bindeledd mellom barnas matematiske verden og skolematematikken. Matematikk har blitt et viktig fag for elevene, og de er stolte over hva de får til i faget. Vi lar disse fire elevenes glede og stolthet representere det vi legger vekt på i vår undervisning. De har samlet og systematisert 400 kongler (figur 10):



Figur 10: Fire hundre kongler

## Litteratur

- Breiteig, T. og Venheim, R. (1999): *Matematikk for lærere 2*. Tano Aschehoug, Oslo. 3. utgave.
- Fauskanger, J. og Vassbø, M. (2003): *Problemløsning i 1. og 2. klasse, hva kan det være?* – et samarbeidsprosjekt mellom lærerne på Lura skole og Janne Fauskanger, Høgskolen i Stavanger. Kommer i konferanserapport fra åpningskonferansen for Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen 18.–19. november 2002. (For mer informasjon, se [www.matematikkcenteret.no](http://www.matematikkcenteret.no))

- Herbjørnsen, O. (1998): *Rom, form og tall*. Tano Aschehoug, Oslo.
- Solem, I. H. og Reikerås, E. (2001): *Det matematiske barnet*. Caspar Forlag, Bergen.
- Solvang, R. (1996): *Matematikkdidaktikk*. NKS Forlaget, Oslo. 2. utgave.

## Noter

- 1 Problemløsning er i fokus. Å definere problemløsning og å diskutere hvordan en som lærer kan utfordre elevene til å bli gode problemløserer er derfor viktig. Problemløsning defineres ulikt. Vi har 'landet' på at problemløsning for oss handler om at elevene ikke har algoritmer som vil gi løsning på det aktuelle problemet de utfordres med. Solvang (1996:135) har følgende definisjon på begrepet problem: «En utfordring vil for en person være et problem dersom denne personen ikke har noen algoritme som vil gi løsning når personen konfronteres med utfordringen.» Problemløsning blir da å søke etter handlinger som fører til at et problem løses. Breiteig og Venheim (1999) understreker at problemløsning handler om aktiviteten å løse problemet eller oppgaven. De kommer med følgende definisjon: «En matematisk oppgave som en person er interessert i å finne ut av, som engasjerer henne og han og der vedkommende ikke har noen umiddelbart tilgjengelig metode for å løse oppgaven, er et problem.» (Breiteig og Venheim, *ibid*: 239). Denne definisjonen har blant annet den konsekvensen at en oppgave ikke er et problem for en elev før eleven har gjort problemet til sitt. I denne sammenheng forsøker vi å hjelpe elevene til å gjøre problemet til sitt eget ved å knytte det til aktiviteter elevene liker.
- 2 Vi har blant annet arbeidet med: Kardinaltall (antall objekter, antall måleenheter), mer om dette i Solem og Reikerås 2001:117. Ordinaltall (objektets plassering i en serie), mer om dette i Herbjørnsen 1998:116. Klassifisering og sortering etter egenskaper.
- 3 For mer om klassens arbeid med posisjonssystemet se Fauskanger og Vassbø (2003).





## Den nye ClassPad 300: Med mer i seg enn bare veien til det rette svaret.

### ClassPad 300

Stor LCD skjerm med  
pennbasert inntasting

- Virtuelt tastatur

- Naturlig matematisk notasjon

- E-aktivitet for elektroniske tekst problemer

- Dynamisk geometri

- 3-D grafer

Leverert med USB kabel og programvare





Anne-Britt Hanssen

# Hvordan fremme barns matematikkforståelse?

Kan matematikkundervisningen gjøres mer spennende og variert om vi legger bort den trykte læreboka?

Etter 20 år som matematikklærer i grunnskolen, fikk jeg gradvis en fornemmelse av at mange elever hadde liten forståelse for hva de egentlig gjorde når de regnet. Jeg hadde en følelse av at en god del elever var 'tallskrivere'. Det var om å gjøre å få rett tall på rett sted. Selve regneoperasjonene var de mindre opp-tatte av. Når elevene nådde mellomtrinnet, mistet noen på en måte grepet. Ved tekstoppgaver fikk jeg ofte spørsmål som: «Lærer, er dette pluss eller minus, gange eller dele?»

Jeg syntes at elevene i mye større grad enn i andre fag, falt av lasset. Den trykte læreboka bandt elevene og meg på en måte som kanskje stengte for forståelse og matematikkreativitet. Dette fikk meg til å fundere på om matematikkundervisningen kunne legges opp på en annen måte, en måte som gjorde at elevene fikk bedre innsikt og større tro på egne krefter.

Det første jeg gjorde var å lese planverket nøye. Dette var mens M-87 fremdeles var i bruk. Det forunderlige var å se at planene i stor grad synes å mene at matematikken var et praktisk fag. Det må nok innrømmes at min tidligere gjennomlesning av matematikkplanene muligens ikke hadde vært grundig nok. Jeg hadde inntil da tenkt at elevene hadde jo læreboka. Den var godkjent etter M-87 og

holdt sikkert til mitt bruk. Men nå fikk jeg en ubehagelig følelse av at det var aspekter ved matematikkundervisningen som var fart over med en 'harelabb'.

Hva nå? Hvordan skulle jeg forholde meg til dette? Jeg snakket med spesiallæreren på skolen vår. Hva kunne gjøres for å gi elevene bedre matematikkforståelse? Hun svarte: «Kan du få til en bedre matematikkundervisning uten å bruke den trykte læreboka?» Dette var en ny og spennende tanke. Jeg reflekterte videre. Kanskje det kunne være en god ide; å bruke planverket, ikke læreboka, når matematikkundervisningen ble planlagt?

I 1994 begynte jeg igjen med første klasse. Jeg hadde bestemt meg for at tallinnlæringen skulle foregå uten engangsboka.

Etter hvert som jeg høstet erfaring med å løsrive meg fra læreboka, så jeg hvilke muligheter og utfordringer dette ga. Ja, det var en god ide å legge vekk boka. Jeg skynder meg å tilføye at løsningen ikke ligger i å trykke opp mange kopier. Min erfaring er at elevene ikke trenger mer enn maksimum 5 kopier i løpet av et halvår. Disse kopiene skal inneholde flere aspekter ved faget enn selve regneoperasjonene. Elevenes matematikkbok i 'min' klasse er nå en kladdebok med rutenett.

Siden vi nå jobber etter L-97, er det denne planen jeg heretter viser til. På side 158 i L-97 er de felles målene for faget listet opp. Disse prøver jeg stadig å ha i bakhodet. Der står det at matematikkfaget har mange aspekter, her er noen:

- elevene skal få et positivt forhold til matematikk,
- de skal få selvfølelse og tillit til egne muligheter i faget,
- matematikk skal være et redskapsfag,
- elevene skal stimuleres til å bruke sin fantasi,
- de skal finne løsningsmetoder og alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktiviteter.

Ikke alle aspektene ble godt nok ivaretatt med trykt matematikkbok, og etter hvert så jeg at fire punkter var viktige om faget skulle endres og være mer i tråd med L-97. Det som krevdes var:

1. Økt bruk av konkreter.
2. Oppgaver uten fasitsvar.
3. Snakk matematikk.
4. Hverdagsmatematikk.

Dette ble mine, ikke særlig sofistikerte, huskereglene. Alle opplegg, alle timer burde inneholde minst tre av disse elementene. L-97 og mine 4 punkter er utgangspunktet når timene planlegges. I min L-97 er det skrevet en rekke notater under planene for hvert klassetrinn. Jeg har hatt en 'brainstorming' med meg selv og tenkt på hvordan enkelte deler av planen kan gjennomføres.

Jeg prøver å legge opp til en tverrfaglig undervisning med faste tema. Men det må innrømmes at jo høyere opp klassen kommer, dess vanskeligere synes vi det er å få til en god sammenheng i undervisningen. Uker med prosjektarbeid og storyline gjør at vi til en viss

grad synes vi får ivaretatt dette på mellomtrinnet. Det er viktig at matematikken ikke blir tatt vekk fra disse timene, men blir en naturlig del av nye undervisningsformer.

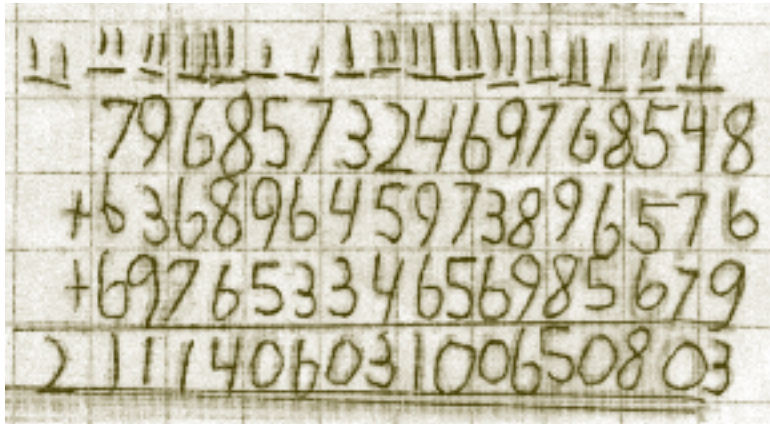
Her er noen eksempler på hvordan jeg arbeider med matematikk. Dette er ideer og eksempler som alle lærere som har undervist i matematikk, vil kjenne igjen. De viser ikke en ny og helt annerledes metodikk, men hjelper til å ivareta andre aspekter enn de rent regnefaglige.

I planen for 2. klasse står det: «I opplæringen skal elevene [...] arbeide med addisjon og subtraksjon og med å uttrykke dette muntlig og skriftlig.» (L-97 s. 159).

La oss si at vi arbeider med mengden 8. Til hjelp har hver elev 8 konkreter. En oppgave kan være å dele konkretene i to mengder. Spørsmål som da kan stilles er: «Vil noen vise regnestykket sitt fram? Vil noen skrive regnestykket sitt på tavla?» Elevene vil da komme med mange løsninger. Noen vil ha løsningen  $7 + 1 = 8$ , andre vil sitte med  $6 + 2 = 8$ , andre med  $5 + 3 = 8$  o.s.v. Neste spørsmål kan være; «Hvor mange løsninger kan du finne på denne oppgaven?» Med utgangspunkt i konkreter kan elevene også diskutere den kommutative loven: «Er  $7 + 1 = 8$  det samme som  $1 + 7 = 8$ ?»

Elevene jobber mye og nøye med konkreter før de skriver noe i kladdebøkene sine. Kan 8 deles i flere grupper? Hva kan et regnestykke som gir summen 8 da bli? En elev svarer kanskje:  $4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$ . Her blir det mange løsninger om elevene bruker fra åtte til to ledd i sine addisjonsstykker. Alle elevene får komme med minst en løsning hver. De skal sitte igjen med følelsen av at dette er noe de mestrer, og at vi andre ser det.

Mens elevene fremdeles har konkretene, kan de skrive alle løsningene i kladdebøkene sine. Elever med god matematikkforståelse kan



Figur 1

etter hvert få oppgaven. «Bruk hvilke tall du vil i regnestykket ditt, men svaret skal bli 8. Du kan lage addisjons- eller subtraksjonsoppgaver.» Om høsten i 2. klasse vil de komme med oppgavetyper som:  $1008 - 1000 = 8$ ,  $16 - 8 = 8$ ,  $5 + 5 - 2 = 8$ ,  $100 - 92 = 8$ . Dette er løsninger som en god del av elevene gir. Slike løsninger ga elevene ikke før. De fikk rett og slett ikke utfordringen.

Oppgaver som er for vanskelige for flesteparten elevene i klassen, finnes det få av i den trykte læreboka. Men mange 8-åringer mestrer oppgaver som er mye mer krevende, og de ønsker å prøve seg på dem. Mye matematikkreativitet er gått tapt, fordi flinke elever ikke er blitt utfordret på oppgaver som det ikke forventes de skal mestre før to eller tre trinn høyere opp. Når elevene ikke har en trykt lærebok, kan disse få utfordringer i hver eneste time. I 3. klasse jobber vi med addisjonsstykker med tierovergang. Noen elever forstår raskt innholdet av denne algoritmen. Figur 1 viser et addisjonsstykke en elev i 3. klasse laget da utfordringen var: «Lag de vanskeligste addisjonsstykker med minnetall som du klarer.»

Begrepet tekstopp-gaver definerer jeg som et regnestykke som inneholder tekst, tall og en matematisk problemstilling.

Seinere kan da spørsmålet være: «Lag en tekstopp-gave som gir svaret 8.» Da vil elevene på dette nivået gi opp-gaver som: «Jeg spiste 5 bananer og Tommy spiste 3 bananer. Hvor mange bananer spiste vi til sammen?» «Jeg hadde 9 kroner i lomma, så mista jeg en. Hvor mange hadde jeg

igjen?» (I min klasse er det spesielt populært å lage oppgaver med bananer og penger). Dette gjør vi nå bare muntlig, men mot slutten av 2. klasse, skriver elevene sine egne stykker. Figur 2 ( neste side) viser et eksempel på en tekstopp-gave skrevet av en elev i 2. klasse.

Oppgaver der elevene måtte tolke en tekst, kunne tidligere være et 'ork' å gjennomgå. Ofte var det som om elevene ikke fikk tak i hva det hele dreide seg om. De skjønnte rett og slett ikke spørsmålsstillingene.

Nå lager elevene helt fra 1. klasse, tekstopp-gaver for hverandre. De skriver tekstopp-gavene sine selv fra slutten av 2. klasse. Noen av disse opp-gavene kopierer jeg over på lysark, slik at alle får se de andre elevenes originalarbeid. I tillegg samler jeg inn alle arbeidene og skriver dem på datamaskin. Da tar opp-gavene mindre plass enn om kopier av originalarbeidene brukes. Elevene løser så hverandres tekstopp-gaver. Jeg mener at når elevene må lage tekstene selv, blir de bedre til å tolke slike opp-gaver.

Etter hvert får elevene klare bestillinger. Bestillingen kan være: «Skriv tekstopp-gaver der løsningen krever subtraksjon med veksling i området 100 til 1000.» I 6. klasse skal elevene «– vinne erfaringer med myntenheter, kurs og omregning mellom norsk og utenlandsk



Figur 2

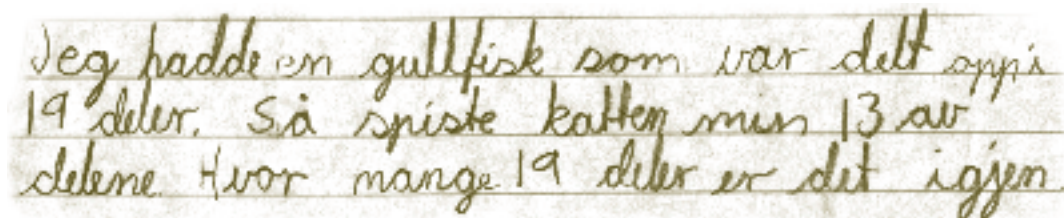
mynt.» Da blir bestillingen å lage tekstoppgaver innen dette emnet.

Figur 3 viser en av oppgavene som ble levert da oppgaven var: «Lag addisjons- og subtraksjonsoppgaver med ensbenedvnte brøker.»

Det er enkelt å be elevene om å lage tekstoppgaver innen et emne vi holder på med. I vår hadde klassen storyline om vikingene. Da laget de oppgaver fra vikingtida. Ikke overraskende handlet mange oppgavene om vikinger som døde i slag. Når kopien med elevenes tekster deles ut, er elevene opptatte av å finne opp-

gavene de selv har laget. De har nå ønsket at det på kopien skrives navnet på den som har laget tekstoppgaven. Dette tolker jeg som at matematikken faktisk er med på å bygge opp et positivt selvbilde. De synes at de mestrer matematikk og er stolte av sitt produkt.

I klassen bruker vi mye tid på muntlig fremstilling av matematikkoppgaver. Lag f.eks. en tekstoppgave med disse tallene: 304, 722, 1298, eller  $42:7=6$ . Vi snakker mer matematikk enn før. Elevene får komme med sine ideer og innfall. I stedet for å gi dem algoritmer



Figur 3





Figur 4

og lange forklaringer på tavla, blir spørsmålet: «Hvordan kan vi løse dette? Vet noen hvordan vi kan regne ut  $45 \times 12$ ?»

Det blir gitt halve matematikkoppgaver som: «Kari er 17 år. Liv er 9 år. Petter er 11. Kan dere komme med noen spørsmålsstillinger?»

Elevene får spørsmål som: «Har noen sett et regnestykke på veien til skolen i dag?» Da vet elevene at jeg spør om noen har sett en situasjon som de kan lage et regnestykke av. Da kommer de med eksempler som: «Først syklet det 3 elever fordi meg. Så syklet det 5 elever forbi meg. Til slutt syklet det en klynge på 9 elever forbi meg. Hvor mange elever syklet det til sammen forbi meg på skoleveien i dag?» Etter hvert spør elevene om regnestykket må være sant. Må de virkelig ha sett regnestykket sitt? Da har jeg hittil svart at det må inneholde

et element av sannhet. De fleste elevene i klassen passerer posthuset på skoleveien. Mange kommer med regnestykker som derfor inneholder ran på postkontoret. De boltrer seg i høye pengesummer, skumle tyver og politi med ulende sirener.

«Kan du tegne en tegning som gir deg ideen til regnestykket?» er en annen oppgave. Jeg definerer begrepet regnestykke svært vidt. Et regnestykke skal inneholde tall og minst en regneoperasjon. I figur 4 vises en tegning som en elev i 1.klasse brukte som utgangspunkt for et regnestykke.

Det at vi ikke har lærebok, gjør at det også er enklere å bruke nærmiljøet i matematikkundervisningen. Er emnet trafikk, går vi ut og teller biler som passerer skolen i løpet av en time. Vi lager statistikker og regnestykker med materialet fra vår enkle trafikktelling.

Hvor mange biler passerer skolen i løpet av en time? Vi telte fra kl. 9.30 til kl. 10.00. Tror du det er flere eller færre biler som passerer skolen fra kl. 8.00 til kl. 8.30? Hva er begrunnelsen for svaret du gir?

Eksempler på andre regneoppgaver i vårt nærmiljø:

«Hvor mange kvadratmeter er skolegården vår?» «Hvor høy tror du ballveggen vår er?» «Hvor mange meter er det tvers over skoleskogen? Hva er differensen mellom det du målte og det du gjettet?»

«Hvor mye koster en liter melk på Meny? Hvor mye koster en liter melk på Rimi? Hvor stor er prisforskjellen? Hvorfor har butikkene ulike priser?»

«Hvor ofte går bussen inn til byen. Hvilken buss må du ta når du har time hos tannlegen kl. 10.00?» Det matematiske nærmiljøet har åpnet seg etter at læreboka ble lagt bort.

Da jeg la bort læreboka, var en reaksjon fra flere lærere: «At du tør!» Jeg visste imidlertid at mange elever hadde svært dårlig matematikkforståelse der lærebøker ble brukt. Boka er ikke noe «sesam, sesam» som gjør at alle elevene blir gode i matematikk. Det er mye som påvirker læringen i faget. Den største utfordringen ved ikke å ha bok er nok at læreren må være svært systematisk, både når det gjelder å holde oversikt over stoffet og elevenes nivå. Noe som for øvrig også er viktig ved bruk av bok.

Hvordan har det så gått med elevene i den første klassen i mitt 'eksperiment'? Siden klassen ikke brukte lærebok i matematikk, var jeg interessert i å få vite hvordan det gikk med 'mine' bokløse elever på ungdomsskolen. Nå er jeg fullstendig klar over at en klasse, statistisk sett, er et altfor spinkelt materiale til å bevise noe som helst. Men det kunne være interessant å se om en tendens kunne spores. Jeg spurte om å få ungdomskolens jule- og sommerkarak-

ter til de 18 elevene jeg hadde hatt i småskolen. Det viste seg at ingen av disse elevene i 8. klasse hadde fått karakterene 0, 1 eller 2. Det var fire 6-ere. Muligens kan dette vise at matematikkforståelsen var bedre enn for gjennomsnittet?

En 'bokløs' klasse krever en stor grad av struktur. Det er brukt mye tid på å gjøre elevene selvgående. «Hva skal jeg gjøre når jeg er ferdig?» er et spørsmål som sjelden forekommer. Elevene har alltid nok å arbeide med. Det krever helt klart at læreren er systematisk og har god oversikt. Han bør ha innsikt i hvilket matematikknivå en kan forvente på de ulike klassetrinn. Før man våger å gjennomføre undervisning uten matematikkboka, kan det nok være lurt å ha noe erfaring med klasser som bruker boka. Man må også være svært nøye med informasjon til foreldrene. De må få vite hvordan læreren tenker, og hvilke emner som skal gjennomgås.

Om man tar sats og kaster seg ut i matematikkundervisning uten lærebok, kan jeg love at læreren får et mer spennende matematikkliv!

Aktive unger tenker, utforsker og lærer

# Den matematiske ryggsekk

Mer enn 150 opplegg i uteskolematematikk

Heftene for 1-7.trinn  
samlet i en plastboks  
Kr. 600,- eks. mva



**Sekken inneholder:**

- 1 stk ryggsekk, 60 liter
- 7 hefter med beskrivelse av mer enn 150 aktiviteter og opplegg, ett for hvert trinn
- 1 arkitektboks i plast til oppbevaring av heftene
- 1 stk utstyrballe med lommer til nye og utstyrt
- 8 stk målebånd i tekstil
- 2 stk utdragbare målebånd 20 meter
- 8 stk tomestokker i plast 2 meter
- 2 stk stoppeklokker
- 8 stk kalkulatorer
- 8 stk Mora linser 100
- 1 stk lomme kalkulator
- 10 stk fjærvekt 25 kg
- 3 stk termometer i plast
- 8 stk ører (med volumett)
- 3 stk solbriller
- 8 stk målebeger i plast - 1 liter
- 8 stk kvadrater i plast (med oppmerking om og der)
- 1 stk 100-lapp 25 m, 5 med mer tykt
- 8 stk 100-0 mm 5mm tykk
- 1 stk sverret, ull
- 10 stk lygter, små/pele
- 2 stk sluttetanger med tåll (større) 40x40 mm
- 2 stk sluttetanger med prikker (større) 40x40 med mer
- 4 stk hennings i tre (uten noe påtegnet) 17x17mm
- 1 stk pose med små hennings
- 3 stk ringe i plast
- 1 stk null-kostige plastposer
- 1 stk glasser på null
- 7 stk vannbatter i plast, vannmengdebøyer 10 liter
- 28.800 liter, små
- 28 stk tallkort A5, laminerte 2-vidig trykk
- 20 stk tallkort A4, laminerte 2-vidig trykk
- 15 drivetaker i plast med ører og spesialtytt

Utvikling av sekken er støttet  
av Læringsenteret og NIF  
(Norske Sivilingeniørers forening)



**Sekken (med hefter og utstyr): Kr. 6000 eks mva.**

Frakt og eksp.gebyr kommer i tillegg.

Vi starter med et begrenset antall. De som bestiller først, sikrer seg av første opplegg.

**Bestilling eller nærmere informasjon:**

**www.didaktiv.no**

**Telefon: 970 68 723**

**Telefax: 73 91 31 27**

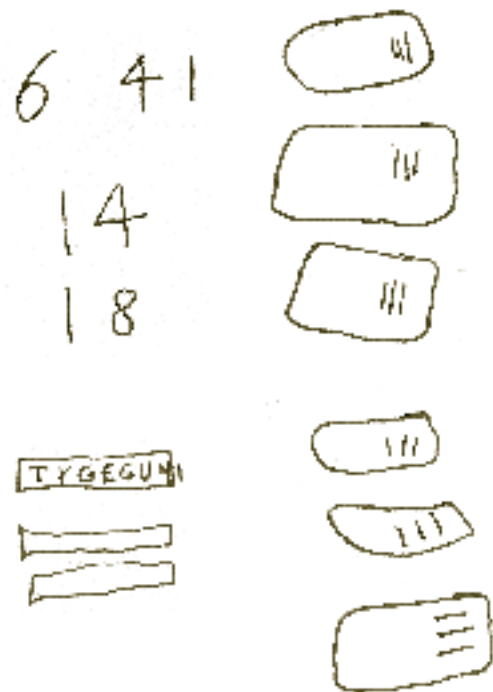
Bjørnar Alseth

# Hvilke uttrykksformer bør vi bruke i matematikkundervisningen?

For noen år siden intervjuet jeg en rekke andre- og tredjeklassinger. Blant annet spurte jeg elevene om følgende: I en tyggegummi-pakke er det seks biter. Hvor mange biter er det i tre slike pakker? Elevene svarte på ulike måter, og de ble deretter bedt om å lage noe på et papir som viste det de hadde gjort. De fleste elevene visste at  $6 + 6 = 12$ , og de brukte ulike strategier videre. Noen telte på fingrene, andre brukte dobbelttelling: «13 er 1, 14 er 2,» osv. Dessuten var det noen som brukte en form for generalisering ved at de utnyttet faktakunnskap fra andre situasjoner. For eksempel var det en som umiddelbart svarte 18, og da jeg spurte hvordan han tenkte, sa han: «Jo, fordi jeg har 18 gir på sykkel min.»

Et par elever klarte ikke å finne riktig svar. Begge ble bedt om å prøve å tegne noe til hjelp, og det hjalp for den ene av dem. Hun tenkte seg om ei lita stund og foreslo fjorten, som hun skrev som '41' før hun korrigererte seg selv og skrev '14', se figur 1. Deretter ba jeg henne lage noe på et papir. Da tegnet hun tre rektangler og skrev 'TYGEGUMI' i det ene. Jeg gjentok oppgaven, og nå tegnet hun seks biter. Til slutt telte hun bitene tre ganger og satte et tellestrekk i bitene etter hvert som hun telte.

Denne jenta regnet først i hodet. Da hadde



Figur 1

hun en oppfatning av oppgaven som i stor grad la vekt på tallstørrelsene som inngikk. Så lagde hun en tegning som viste et bestemt aspekt ved oppgaven: De tre pakkene. Da var hun mer bevisst på at det her handlet om tyggegummipakker, noe som var en utvidet tolkning av oppgaven. Da oppgaven ble gjentatt, lagde hun en ny tegning som inkluderte det andre aspek-



tet, de seks bitene. Sammen med tellestreke hadde hun da en oppfatning av oppgaven og en uttrykksform som gjorde henne i stand til å besvare den riktig.

Alle lærere vet at det er stor variasjon mellom elever på småskoletrinnet når de blir bedt om å løse slike problemer. I intervjuene jeg gjorde gjaldt det både framgangsmåter og måter å uttrykke seg på. Det som i tillegg er viktig å legge merke til, er at elevene selv brukte varierte framgangsmåter i arbeidet med denne ene oppgaven. Deler av beregningen kunne skje ved at de brukte kunnskap fra andre situasjoner, mens andre deler ble gjort ved å telle på fingrene. Og elevene uttrykte seg på ulike måter i arbeidet med denne ene oppgaven. Deler av oppgaven kunne bli løst med formelle tallsymboler enten i hodet eller på papir, mens andre deler ble løst ved å holde opp fingre eller tegne streker.

Det å bedrive matematikk er uomtvistelig knyttet både til språk, uttrykksformer og redskaper. Hvis man har tre baller i en hatt, kan man uttrykke antallsaspektet på ulike måter: muntlig og skriftlig, som '3', 'tre', 'three' eller ved å tegne ○ ○ ○, ved å holde opp tre fingre eller finne fram tre kronestykker. Speiling på et papir kan gjøres ved å brette arket eller ved konstruksjon med passer og blyant. Med ulike redskaper og ulike uttrykksmåter blir det ulike aktiviteter, og elevenes erfaringer blir forskjellige. På den måten vil ulike uttrykksmåter gi ulikt læringsutbytte for elevene. Det kan på en slik bakgrunn hevdes at all kunnskap, all kompetanse, som vi mennesker besitter, er knyttet til språk, uttrykksformer og redskaper (Vygotsky, 2001). All tenkning og all form for kommunikasjon skjer ved hjelp av ulike uttrykksformer innen språkssystem, som tale og skriftlige tegn.

Dette har vært kommentert blant andre

av Høines (1998). Hun framhever at barns tenkning omkring matematiske objekter er i betydelig grad påvirket av måten objektene uttrykkes på. Hun deler uttrykkene inn i språk av 1. og 2. orden, hvor førsteordens språk er det som er nært og kjent for den enkelte, mens andreordens språk er fremmed. Da er det nødvendig å oversette uttrykket til et som er av første orden. Hun gir i boka mange eksempler på hvordan elever er nødt til å oversette i arbeid med matematikk, for eksempel fra formelle tallsymboler til fingre. Hun illustrerer videre denne forskjellen ved å sammenligne med det å lære et fremmedspråk som fransk. Da er det i begynnelsen nødvendig å oversette de franske ordene til norsk. Vi tenker på norsk og oversetter til fransk når vi kommuniserer.

Imidlertid viser arbeidet med tyggummioppgaven i figur 1 at elevers forhold til matematiske uttrykk i mange tilfeller vil være adskillig mer dynamisk og skiftende enn det som Høines sin modell illustrerer. For eksempel trenger ikke en uttrykksform være enten kjent eller ukjent, men det vil heller kunne være *grader av ukjenthet*. Det gjelder både tallsymboler, enten skriftlig eller muntlig, fingre og tegninger og diagrammer. Graden av ukjenthet vil naturligvis variere mellom elever, men den vil i tillegg kunne variere for den enkelte elev, for eksempel med oppgavens struktur og om de omhandler noe eleven kjenner godt eller ikke. Om ikke det er nok, vil graden av ukjenthet variere med tallstørrelsene som inngår. En elev i andre klasse skulle løse oppgaven  $10 + 12$ . Hun telte først opp alle fingrene for å lage den første tieren. Deretter telte hun til tolv ved å telle alle fingrene en gang til, lukke nevene og så holde opp og telle to fingre. Hun klarte imidlertid ikke å summere ti og tolv fordi den første tieren var 'borte'. Derfor telte hun opp til ti en gang til. Da satt hun med

alle ti fingrene i været, men klarte heller ikke nå å finne svaret fordi nå var tolveren 'borte'. Hun var kanskje vant til å løse addisjonsoppgaver ved å først telle opp den ene addenden på den ene hånda, den andre addenden på den andre og så telle alle for å finne summen. Den framgangsmåten kunne hun ikke bruke her. Skulle hun telle på fingrene, ville det være nødvendig å bruke dem på en annen måte. Her er fingrene på mange måter et språk av første orden, men for å løse denne oppgaven, må de brukes på en for henne ny og annerledes måte. Dermed kan de også sies å være et uttrykk av andre orden fordi tallstørrelsene var større enn hun var vant til.

En elev løste tyggegummioppgaven ved å først legge sammen  $6 + 6$  for å få 12, og deretter telte hun på fingrene. Det var lett å se fordi hun satt med hendene over bordet og beveget fingrene mens hun telte. Da jeg ba henne fortelle meg hva hun hadde gjort, sa hun at hun visste at seks pluss seks var tolv, og så sa hun at hun hadde telt: «13 er en, 14 er to, 15 er tre, 16 er fire, 17 er fem og 18 er seks.» Hun brukte altså fingrene mens hun løste oppgaven, men gikk over til å bruke tallord da hun rapporterte til meg etterpå. For henne var tallordene gode å tenke med så lenge tallene var nokså små, altså av første orden. Det hjalp henne til enkelt å finne ut hva  $6 + 6$  var. Men når tallene ble større, 'oversatte' hun og brukte fingrene i stedet. Da hun hadde løst oppgaven én gang (med fingrene), kunne hun bruke tallsymboler for å løse den en gang til. Tallsymbolene brukte hun på to forskjellige måter: Først for å hente fram faktakunnskap (at  $6 + 6$  er 12) deretter som dobbelttelling. Fingrene brukte hun på én måte: Til å representere den siste pakken med tyggegummibiter som hun så kunne telle en for en.

Dette illustrerer de to hovedpoengene med

denne artikkelen: For det første henger elevens oppfatning og bruk av tall sammen med måten tallstørrelsene uttrykkes på. For det andre vil deres bruk og forståelse av disse uttrykksmåtene variere, til og med mens de løser en enkelt oppgave. Det er nå en betydelig mengde undersøkelser som støtter dette, både at uttrykksformer spiller en betydelig rolle i bruk og læring av matematikk, og at elever har et skiftende og dynamisk forhold til de ulike uttrykksformene (se for eksempel Cobb, Yackel & McClain, 2000). Dette får konsekvenser for matematikkundervisningen. Det å akseptere at uttrykksmåter spiller en betydelig rolle for elevenes kompetanse bryter med det tradisjonelle synet på matematikk hvor det hevdes at matematikk er et abstrakt fag og at uttrykksformer og redskaper entydig avspeiler de samme underliggende, abstrakte idéene. Tradisjonelt er det hevdet at det er disse abstrakte idéene som er essensielle og at uttrykksformene og redskapene spiller en sekundær rolle. Det å brette et papir er et *middel* for å nå det målet at elevene danner en forståelse av speiling som er uavhengig av den spesifikke aktiviteten og de brukte hjelpemidlene. Et annet eksempel er at man i matematikkundervisningen ofte bruker spesielle hjelpemidler som ikke brukes andre steder enn i skolen. Dette er hjelpemidler som abakus, multilink-klosser, spikerbrett, spesielle plastbrikker (polydron-sett) og egne læreprogram på PC som geometriprogrammet Cabri. Siden de ikke brukes utenfor skolen, er hensikten med opplæringen ikke å lære å bruke disse redskapene i seg selv, men å stimulere elevenes konstruksjon av abstrakte matematiske begreper. Så er tanken at elevene blir i stand til å bruke disse begrepene i andre sammenhenger med andre redskaper og uttrykksformer.

Det er imidlertid en rekke studier som viser at det er problematisk å overføre kunnskap fra

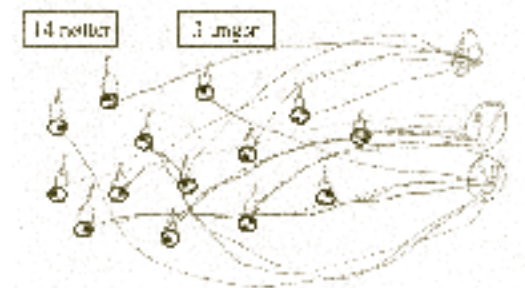
en situasjon og uttrykksform til en annen. En banebrytende studie fra 1985 (Carraher, Carraher & Schliemann) viser hvordan gatebarn i Brasil besvarer de samme matematiske utfordringene fundamentalt forskjellig om de får dem på gata eller i klasserommet. Tenkning synes på den måten å være betinget av omgivelsene og situasjonen tenkningen skjer i. Dette innebærer at man i undervisningen bør etterstrebe å skape situasjoner som er så lik tilværelsen utenfor klasserommet som mulig. Spesielt betyr det at de hjelpemidlene og uttrykksformene elevene får arbeide med, i størst mulig grad bør være de samme som blir brukt ellers i samfunnet.

Det andre aspektet innebærer at elevene får arbeide med redskaper og uttrykksmåter som er fleksible nok til å ivareta den variasjonen som arbeidet krever og at undervisningen legger opp til variert bruk. Det å bruke fingre kan gjøres på et uttall måter. Undervisningen bør derfor veksle mellom det å vektlegge spesielle styrker med fingrene (som det at de er svært godt egnet til å illustrere gruppering i 5) og det å stimulere til variert bruk av fingre mens man regner.

Det samme gjelder det å skrive og tegne på papir. Undervisningen bør dels introdusere elevene i det vi synes er lure måter å bruke det på, og dels legge opp til at de selv skal utforske og finne fram til egne metoder. Imidlertid er matematikkundervisningen ofte basert på lærebøker som i liten grad legger opp til at elevene selv får pønske ut måter å løse og skrive oppgaver på. Som regel er sidene fullstendig dekket med bilder og tekst fra forlaget, med kun noen få steder hvor elevene kan skrive. Det de da skal skrive, er i svært stor grad bestemt av læreboka. På den måten stimulerer lærebøkene elevene i liten grad til varierte framgangs- og uttrykksmåter. Elevene bruker gjerne i tillegg

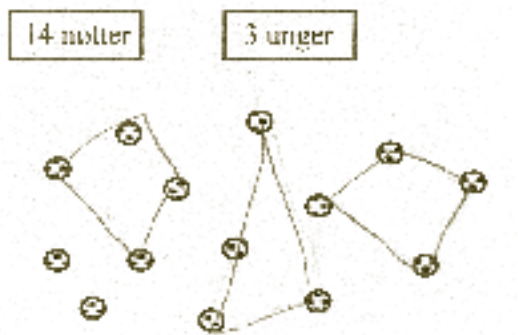
ei kladdebok, noe som gir dem mulighet for å uttrykke seg friere. Men jeg har sett lærere bruke kladdeboka som innføringsbok, og det er derfor strenge regler for hva elevene har lov til å skrive der: Kun pent oppstilte regnestykker, med passende marg og avstand mellom hvert stykke. Det er viktig at elevene blir flinke til å formidle arbeidet sitt, med svar og framgangsmåter, på en ryddig og forståelig måte. Men det er vel så viktig at elevene utvikler gode strategier for å løse matematiske problemer, så kanskje elevene bør ha to bøker, ei til å kladde i og ei for å formidle resultatene.

Det kanskje billigste og beste hjelpemidlet elever har, er blyant og papir. Med det kan man løse alt fra svært enkle oppgaver til svært avansert matematikk. I forbindelse med KIM-prosjektet (Alseth, 1998) ba vi elever i 2. klasse fordele 14 nøtter på tre ekornunger. Elevene hadde ikke hatt noe undervisning om divisjon på skolen på forhånd. Hver elev fikk utdelt et blankt ark med tegning av 14 sirkler. I tillegg var det to ruter på arket hvor det stod henholdsvis '14 nøtter' og '3 unger'. Her er noen eksempler på elevsvar:



Denne eleven har tegnet inn de tre ekornungene og fordelt nøtt for nøtt. Dette er en svært konkret bruk av de 14 ringene som alt var tegnet inn. Da han fikk flere like oppgaver, fortsatte eleven å bruke denne måten å tegne på, men han forenklet tegningene stadig mer. Han brukte for eksempel kun sirkler for å angi

hodene uten å tegne inn øyne og munn. Det viser at eleven beveget seg mot en mer diagramaktig framstilling.



Elever som løste oppgaven ved å lage slike grupper gjorde det på to forskjellige måter. Noen løste oppgaven først i hodet før de tegnet grupper á fire. Andre lagde først grupper med to eller tre nøtter i hver, for eksempel ved å trekke streker mellom dem. Deretter så de at det var en god del nøtter til overs, slik at de kunne utvide gruppene med én eller to ved å forlenge strekene.

Det var gjennomgående for de elevene som i utgangspunktet brukte nokså tungvinte uttrykksmåter at de forenklet tegningene sine etter hvert. Det ble færre og færre tegninger av ekorn og mer og mer bruk av sirkler, streker og symboler. Papir og blyant er svært fleksible hjelpemidler, og dette er en vesentlig styrke. På et papir kan man tegne så fotografisk som man klarer eller lage mer skjematisk framstillinger. Ved å forenklet tegningene, kan man gå over til å lage diagrammer. Diagrammene kan så formaliseres slik at man nærmer seg de formelle algoritmene for de fire regneartene.

Det er her argumentert for at valg av uttrykksformer og hjelpemidler spiller en vesentlig rolle for elevens læring og bruk av matematikk. Det innebærer at vi som lærere må stille strenge krav til hvilke uttrykksformer vi lar elevene få anledning til å bruke. Det

er spesielt to krav vi bør etterstrebe. For det første bør uttrykksformene lette overgangen mellom den matematikken elevene arbeider med på skolen og det de gjør ellers. Det betyr at vi i hovedsak bør velge uttrykksformer og hjelpemidler som også blir brukt i samfunnet for øvrig. For det andre bør uttrykksformene være fleksible nok til å hjelpe elevene i ulike faser i en dynamisk problemløsningsprosess. Et godt hjelpemiddel, en god uttrykksform har en slik egenskap at den hjelper elevene til å oppdage sammenhenger mellom deres hverdagspråk (her som eksemplet om ekorn og nøtter), et billedspråk (tegninger) og det formelle matematikkspråket. På den måten skal uttrykksformene støtte elevene i ulike prosesser i matematikklasserommet, som det å gjennomføre et resonnement og å løse et matematisk problem og dermed utvikle sin matematiske kompetanse.

## Referanser

- Alseth, B. (1998). *Matematikk på småskoletrinnet*. Oslo: Læringsenteret.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A. D. (1985). *Mathematics in the streets and in school*. *British Journal of Developmental Psychology*, 3. s. 21-29.
- Cobb, P., Yackel, E. & McClain, K. (2000, red.). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringen*. Bergen: Caspar forlag.
- Vygotsky, L. (2001). *Tenkning og tale*. Oslo: Gyldendal akademisk.



Snorre A. Ostad

# Strategiopplæring i matematikk

Et forsømt tema i begynneropplæringen?

Undersøkelser har vist at tilkortkomming i matematikk er et relativt vanlig fenomen. Eksempelvis kunne tall som ble lagt fram ved «Det 1. nordiske forskerseminar om matematikkvansker» i Kristiansand høsten 2001 tyde på at 15–20 % av norske elever går ut av ungdomsskolen uten å beherske de fire regningsartene. Kan dette være resultatet av mangelfull strategiopplæring i begynneropplæringen?

Artikkelforfatteren har i løpet av de senere år gjennomført flere undersøkelser for å kartlegge elevenes strategibruk under oppgaveløsningen i faget (f.eks. Ostad, 1999a). De mest interessante enkeltresultatene fra disse undersøkelsene synes å være knyttet til forholdet mellom elevenes strategibruk og kvaliteten på de matematikkunnskapene elevene tilegner seg. Dette forholdet kommer blant annet til uttrykk i at elever med matematikkvansker benytter andre og mindre hensiktsmessige strategier enn de øvrige elevene. Etersom manglende/mangelfulle strategikunnskaper og ineffektiv strategibruk ser ut til å kunne hindre et normalt utviklingsforløp, er det grunn til å rette fokus både på omfaget og kvaliteten på den strategiopplæring som elevene møter i begynneropplæringen. I dette innlegget vil jeg etter å ha avgrenset strategitermen, skissere

bakrunnen for strategiopplæring, fokusere på hvordan systematisk strategiobservasjon og strategiopplæring kan foregå og avslutte med en kortfattet informasjon om et prosjektarbeid som er igangsatt i Hå kommune i samarbeid med Senter for leseforskning i Stavanger.

## Strategitermen

---

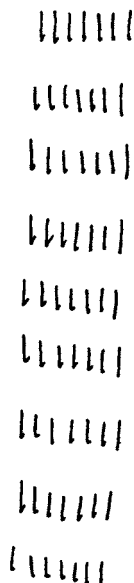
Goldman (1989) skiller mellom to hovedkategorier av strategier, nemlig generelle strategier og oppgavespesifikke strategier.

Den førstnevnte kategorien, dvs. generelle strategier, er vid og inkluderer de psykologiske betingelsene som ligger til grunn for arbeidet med å oppnå hensiktsmessig oppgaveløsning og funksjonelle matematikkunnskaper. Disse strategiene, også kalt metakognitive strategier, retter ofte oppmerksomheten mot matematikkopplæringen, mot de metodiske oppleggene som anvendes i undervisningen, mot lærebøkene osv.

Den andre kategorien, dvs. oppgavespesifikke strategier, refererer seg til de alternative fremgangsmåtene elevene tar i bruk i oppgaveløsningen. Oppgavespesifikke strategier inkluderer fremgangsmåter av forskjellig art og kompleksitet. Forskere har derfor lagt vekt på å komme frem til relevante klassifi-

seringsmåter. De mest vanlige skiller mellom 'retrievalstrategies' og 'backupstrategies' (også kalt henholdsvis 'thinking strategy solutions' og 'counting strategy solutions'). Gis eleven oppgaven  $7 \times 9 =$ , kan utsagnet  $7 \times 9 = 63$ , dvs. oppgaven og svaret, være lett tilgjengelig i et fleksibelt kunnskapslager som inkluderer slike aritmetiske basisenheter. Derfor kan denne enheten 'hentes frem' fra lageret umiddelbart som en meningsbærende enhet. Eleven som kjenner igjen oppgaven og vet svaret, benytter en 'retrieval'-strategi. Men en elev kan alternativt ta i bruk en 'backup'-strategi hvor han/hun følger 'en oppskrift' steg for steg. Er oppgaven  $7 \times 9 =$ , kan eleven f.eks. telle sju tellesteg ni ganger og komme frem til det riktige svaret:

$$7 \times 9 = 63$$



(Se Ostad, 1999a for oversikter over alternative 'backup'- og 'retrieval'-strategier i addisjon, subtraksjon og når det gjelder tekstoppgaver.)

## Basis for strategiopplæring

I faglitteraturen har ulike begreper blitt brukt for å beskrive de psykologiske fenomenene som ligger bak forskjeller i strategibruk individer i mellom. Et av de mest sentrale begrepene er strategifleksibilitet, et uttrykk som reflekterer kvaliteten på elevenes strategikunnskaper og som gjenspeiles ved at eleven er i stand til å variere strategibruken fra situasjon til situasjon. Når eleven ensidig innenfor rammen av en lengere tidsperiode (f. eks. en 2-årsperiode) benytter samme strategi uten å variere strategibruken fra situasjon til situasjon, kan det skyldes strategirigiditet.

Undersøkelser viser imidlertid at forskjeller i strategibruken individer i mellom ikke kan forklares utelukkende i forhold til strategifleksibilitet. Domenespesifikk kunnskap, dvs. substansiell faktakunnskap, synes å representere en viktig komponent i effektiv strategibruk. I de senere år er det lagt frem data som sannsynliggjør at mengden av elevens faktiske kunnskaper om ulike strategier og deres anvendelsesområder reflekteres i omfanget av variasjon i strategibruken under oppgaveløsningen. Derfor synes manglende eller mangelfulle strategikunnskaper, det jeg vil kalle strategifattigdom, å representere en kritisk faktor for normal strategiutvikling.

Forskere har forankret evnen til å tilegne seg og anvende matematikkunnskaper både til retrieval- og til prosedyremessige ferdigheter (f.eks. Geary, 1993). Normalutviklingen av oppgavespesifikke strategier synes å følge et relativt fast mønster fra de mest primitive tellestrategiene gjennom verbal telling med gradvis mer bruk av 'retrieval'-strategier opp gjennom grunnskolealderen. Gradvis lagres kunnskaper om nye strategier, 'backup'-strategier så vel som 'retrieval'-strategier. Strategier som barna tidligere anvendte, blir

av ulike grunner mindre aktuelle og forlates til fordel for de nye. Sluttresultatet blir imidlertid oftest at kunnskapsmengden om strategier øker og elevene får derfor et rikere utvalg av bruksdisponible strategier. Mens strategifattigdom kjennetegner strategikunnskapene blant de yngste elevene kjennetegner strategirikdom storparten av de eldste elevene (f.eks. Ashcraft, 1992).

Hovedmønsteret for normal utvikling er altså preget av en avtagende bruk av telling og andre 'backup'-strategier, mens retrieval-strategier gradvis spiller en mer sentral rolle. Samtidig foregår det normalt en utvikling innenfor rammen av 'backup'-strategier. Det bruksdisponible utvalget blir ikke bare rikere, men de eksisterende strategiene omdannes slik at de fungerer mer hensiktsmessig under oppgaveløsningen. Dessuten skjer det en kvalitativ forandring av strategikunnskapene i retning av større fleksibilitet i forhold til å kunne tilpasse strategikunnskapene til ytre og indre (kognitive) variasjoner fra situasjon til situasjon (Siegler & Jenkins, 1989; Ostad, 2000).

Elever med matematikkvansker synes derimot tidlig, allerede i andre klasse, å gli inn i et utviklingsmønster preget av strategirigiditet og strategifattigdom. Utviklingsmønsteret profilerer disse elevene som karakterisert ved: (1) ensidig valg av 'backup'-strategier, (2) valg av de mest primitive 'backup'-strategiene, (3) liten variasjonsgrad i valget mellom ulike strategivarianter og (4) lav endringsgrad i strategivalget fra år til år opp gjennom grunnskolealderen (Ostad, 1997, 1998, 1999b, 2000).

### Strategiopplæring

Strategiopplæring kan rettes mot oppgavespesifikke strategier med det formål å utvide elevenes kunnskapsmengde om strategier og strategibruk. Modeller for slik opplæring, som ofte

inkluderer direkte instruksjon, bygger på den forutsetning at en større mengde oppgavespesifikke strategikunnskaper gjør eleven bedre i stand til avgjøre når, hvor, hvordan og hvorfor en strategi er hensiktsmessig (Goldman, 1989). Flavells grunnleggende studier blant yngre barn og barn med lærevansker (Flavell et al, 1997) viste imidlertid at strategikunnskaper ikke alltid i seg selv representerte et aktivum for en funksjonell strategianvendelse. Mange barn forholdt seg passive uten at det foregikk en spontan strategibruk, et fenomen Flavell karakteriserte som produksjonssvikt. Også andre undersøkelser tyder på at når fokus rettes ensidig mot det å øke mengden av strategikunnskaper, uteblir i for stor grad generaliserings- og langtidseffekten av opplæringen (Goldman, 1989).

Mer lovende opplegg for systematisk strategiopplæring har tatt utgangspunkt i generelle strategier og blitt gjennomført innenfor en metakognitiv teoriramme. Som et fundament for oppleggene ligger forskningsresultater som har vist at hensiktsmessig strategibruk er en funksjon av metakognitiv kompetanse, dvs. av kunnskap om og styring av egen kognitiv virksomhet. Funksjonelle kunnskaper om egen kognitiv virksomhet inkluderer ikke bare elevens oppgavespesifikke strategikunnskaper, men også kunnskaper om læring og kunnskaper om egen læringssituasjon i vid betydning (evner, holdninger, motivasjon, påvirkningskilder i læringssituasjonen, osv.). Regulering og kontroll av løsningsprosessen kan ikke utøves på hensiktsmessig måte i et kunnskapsmessig vakuum. Det må utøves i et samspill med såvel domenespesifikke matematikkunnskaper, oppgavespesifikke strategikunnskaper som kunnskaper om egen kognitiv virksomhet (Schoenfeld, 1985).

Funksjonell strategibruk synes altså å være

avhengig av domenespesifikke strategikunnskaper. Men når strategiopplæringen legges innenfor en metakognitiv teoriramme, er målet for opplæringen ikke primært rettet mot å øke mengden av domenespesifikke strategikunnskaper (skjønt det er viktig nok også sett fra et metakognitivt perspektiv!), men mot å bevisstgjøre eleven sitt eget repertoar av strategikunnskaper slik at løsningsprosessen kan foregå på en mer kontrollert måte.

### Begynneropplæring basert på systematisk strategiobservasjon og strategiopplæring

Systematisk strategiobservasjon og strategiopplæring inngår som et sentralt ledd i et flere-årig prosjekt som ble igangsatt i Hå kommune etter nyttår 2002. Det dreier seg om et samarbeidsprosjekt mellom kommunen og Senter for leseforskning i Stavanger. Kommunen har oppnevnt egen koordinator for prosjektet, og artikkelforfatteren er prosjektleder.

Målet er ikke bare å øke mengden av domenespesifikke strategikunnskaper, men å bevisstgjøre elevene sitt eget repertoar av slike kunnskaper. Her spiller naturligvis læreren en sentral rolle. Lærerne får derfor opplæring gjennom forelesninger og demonstrasjoner og gjennom egen praksis under supervisjon.

Utgangspunkt for strategiobservasjon er et system utviklet av artikkelforfatteren for en tid tilbake (Ostad, 1999) og som er videreutviklet slik at det er praktisk anvendelig for lærerne. Fra høsten 2003 vil alle andreklassingene i kommunen (ca. 200 elever) på ulik måte være inkludert som deltakere.

Når det gjelder strategiopplæringen, er vi opptatt av å kartlegge effekten av ulike metoder. I startfasen har metoder knyttet til verbalisering, dvs. språklig bearbeiding, fått en særlig sentral plass. Vi bygger på tidligere forskning der resultatene viser (1) at syste-

matisk språklig bearbeiding kan bidra til at oppmerksomheten rettes mot de vesentlige trekkene i løsningsprosessen slik at valget av enkeltstrategier i større grad kan foregå bevisst og kontrollert og (2) at slik bearbeiding kan bidra til utviklingen av kunnskapsstrukturer som gir større fleksibilitet i strategibruken (f.eks. Goldman, 1989).

Det praktiske opplegget gjenspeiler i stor grad Vygotskys teori (1986) om overføring av kunnskap fra det interpersonlige til det intrapersonlige plan og om utvikling fra ytre til indre verbal kontroll. Det eleven først kan klare med hjelp fra voksne, vil han/hun siden kunne klare alene. Når strategiene er internalisert lar de seg aktivisere av indre tale.

Det foreligger solid dokumentasjon av den betydning språklydprosesser (fonologisk prosessering) har i så vel normal leseutvikling som i dysleksi. Undersøkelser de senere år viser at språklyder blir aktivisert også når eleven løser oppgaver i matematikk (f.eks. Geary, 1993).

Det ville følgelig åpenbart være av interesse å undersøke om mangelfull eller uhensiktsmessig fonologisk prosessering kan bidra til utvikling av matematikkvansker. utfordringer som knytter seg til stimulering til utvikling og oppgaverelevant bruk av indre tale har derfor fått en sentral plass i prosjektet.

Tidligere undersøkelser av indre tale synes å ha frembrakt resultater som kanskje kan danne basis for ny innsikt når det gjelder matematikkvansker. Men en rekke sentrale spørsmål står fortsatt ubesvart. Undersøkelser (f.eks. Flavell et al. 1997) indikerer at barn i førskolealder har lite kunnskap om egen indre tale og liten bevissthet om hvordan slik tale kan benyttes som strategi ved oppgaveløsning. Men i hvilken grad gjelder dette også eldre elever, dvs. elever i grunnskolen, og er det noen forskjell på elever med og uten matematikkvansker når



det gjelder dette fenomenet? Mine tidligere undersøkelser har klart dokumentert forskjeller i strategibruk mellom elever med og uten matematikkvansker. Flere aktuelle spørsmål reiser seg derfor: I hvilken grad og på hvilken måte har dette sammenheng med elevenes strategibruk og deres kunnskaper og bevissthet om indre tale? Kan 'retrieval'-strategier stimuleres og matematikkvansker forebygges gjennom systematisk opplæring av elevene til selv å ta i bruk indre tale under oppgaveløsningen? Hvordan bør slik opplæring foregå? Dette er eksempler på spørsmål som blir forsøkt belyst gjennom Hå-prosjektet.

## Referanser

- Ashcraft, M.H. (1992). *Cognitive arithmetic: A review of data and theory*. *Cognition*, 44, 75–106.
- Flavell, J.H., Green, F.L., Flavell, E.R., & Grossman, J.B. (1997). *The development of children's knowledge of inner speech*. *Child Development*, 68, 39–47.
- Geary, D.C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345–362.
- Goldman, S.R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning Disability Quarterly*, 12, 43–55.
- Ostad, S.A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology*, 67, 345–357.
- Ostad, S. A. (1998). Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition*, 4(1), 1–19.
- Ostad, S.A. (1999a). *Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv*. Oslo: Unipub forlag.
- Ostad, S.A. (1999b). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathe-

matically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14 (1), 21–36.

- Ostad, S. A. (2000). Cognitive subtraction in a developmental perspective: Accuracy, speed-of-processing and strategy-use differences in normal and mathematically disabled children. *Focus on Learning Problems in mathematics*, 22(2), 18–31.
- Siegler, R.S., & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language* (A. Kozulin, Trans.). Cambridge, MA: MIT Press. (Original work published 1934.)

(fortsatt fra side 52)

Difor vil eg lese boka i fleire deler. Etter eit kapittel har eg hovudet fullt av referanser eg skulle ha sjekka; personar eller emner eg skulle ha lest meir om. (Kvar artikkel vert avslutta med ei fyldig litteraturliste, så det er berre å gå på biblioteket.) Men eg har også lært masse.

Kanskje må boka være slik? Her har vi nettopp den kompakte 'alt på ein stad'-historia som samstundes er skrevet med glimt i auga.

## Vanskeleg målgruppe

Kven er boka skrevet for? Forfattaren er ikkje tydeleg på dette, men har eit «håp om at de [artiklene] kan være til nytte i matematikkundervisningen i forbindelse med skolereformene.»

Som lærar i vidaregåande skule eller høgskule ville eg satt stor pris på boka; den gjev meg alle dei historiene (og kjeldene) eg kan freiste elevar studentar med. Men eg veit ikkje om eg ville brukt boka direkte; eg ville brukt den som bakgrunns litteratur for eigen del.

Boka er hermed anbefalt på det varmaste!

*Aasmund Kvamme*

# Begrepsundervisning og matematikk

**Grunnlaget** for å forstå - materiell for begynneropplæring knytt til talespråket. Like aktuelt for bokmål og nynorsk

**ADDIS og SUB** - spel for å øve addisjon og subtraksjon knytt til talespråket

## Kurs

Grunnkurs i begrepsundervisning med vekt på begynneropplæring i matematikk. Park Hotell Vossevangen 3.-4. april, Park Hotell Vossevangen 22.-23. mai, Kurshaldar Gunvor Sennesyn Kurset startar klokka 14.00, så det er mogeleg å nå Voss på dagen. Pris 2400 inkluderer kursavgift kr. 1350 og hotelopphald med full pensjon. Utan overnatting kostar kurset kr. 1600.

INAP

Pedverket AS

Vi ynskjer informasjon:

Navn: .....

Adresse: .....

Postnr. ....

Tlf. ....

Send til INAP/ Pedverket, Postboks 115, 5701 Voss  
Tlf. 5621820 – faks 56521821  
e-post: [pedverket@online.no](mailto:pedverket@online.no)

[www.pedverket.no](http://www.pedverket.no)

# FOR STORE

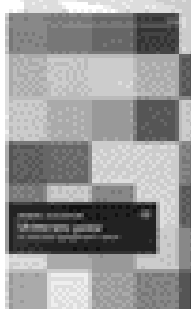
Matematikk og kultur

Serien **TALL OG TANKE**: nye, oversatte bøker som på godt norsk gir fortellinger og innsikter om sentrale matematiske spørsmål.

**Robert Osserman**

Universets pøns!

En matematisk oppdagelsesferd i kosmos (2001)



En uanstrengt fortelling om de tidlige forsøkene grekerne gjorde for å måle jordas omkrets - og frem til aktuelle problemer dagens kosmologi står overfor. Oversatt fra engelsk av Knut Johansen. Pris kr 238,-

**Apostolos Doxiadis**

Ønsket Petros og Goldbachs fornuftning (2001)



Roman om matematikeren som ikke fikk det til. En om fortelling om mannen som ville løse det berømte Goldbachs problem, en innføring i matematikkens fryktelige og vakre verden. Oversatt fra engelsk av Knut Johansen. Pris kr 198,-

**Har Ekeland**

Tilfeldighetens spill.

Tilfeldigheten, tilfeldighetenes og verden (2003)



Den berømte franske matematikeren med norske anerkjennelser bl. a. ved bruk av litterære eksempler fra Snorres kongesagaer tilfeldighetenes spill. Boken gir en bedre forståelse av begrepene risiko, statistikk, slump, skjebne, kaos og foretjalling. Oversatt fra fransk av Kjell Olaf Jensen. Pris kr 268,-

# OG SMÅ

## Lekne bøker om tall og matematikk fra Pax og Omnipax

Bøkene i TALL OG TANKE blir valgt ut av en redaksjon som består av professor Geir Ellingsrud, Ragni Piene og Knut Sydsæter, alle ved Universitetet i Oslo.

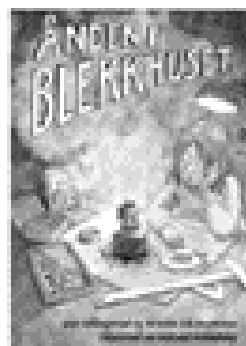
**Geir Ellingsrud og Kristin Eli Strømme**  
*Ånden i tallethuset*

eller *Flottille reiser for tellerille* (2001)

En reise i tallenes historie, fra "oppfinnelsen" av tallet null til det binære tallsystemet som styrer dagens datamaskiner. Til inspirasjon og undring.

II. Mikael Holmberg.

Pris kr 238,-



*Kristin Dahls mattekøker er fylle av aktiviteter og gode forklaringer på til dels innviklede matematiske prinsipper. Flotte aktivitetsbøker for hjem og skole. Alle er oversatt av Kristin Eli Strømme.*

**Kristin Dahl**

*Skal vi leke matte?* (1996)



Den første mattekøken. Med leker, oppgaver og oppskrifter til glede for hele familien.

Fra 6 år.

III. Matt Lepp

Pris kr 168,-

**Kristin Dahl**

*Matte med mening* (2001)



Fra spiralmønstre i naturen til fraktdimensjonalitet - her er stoff egnet til å fange lesere på mange nivåer.

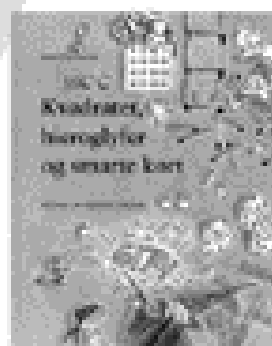
Fra 8 år og oppover.

III. Sven Nordqvist

Pris kr 198,-

**Kristin Dahl**

*Kvadrater, hieroglyfer og smarte kort* (2000)



Sansynlighetsregning og rekkenematematikk - matte er gøy! Gået, spill og intrikate oppgaver.

Fra 10 år.

III. Gunna Gråhs

Pris kr 158,-

Elisabet Lindland

# Tallet 10 – bare enda et siffer<sup>1</sup>?

Posisjonssystemet i 2. klasses lærebøker

Å bli kjent med posisjonssystemet er viktig for den enkelte elevs matematiske utvikling. Det er grunnlaget for elevens videre tallforståelse. Læreboka har tradisjonelt vært viktig i arbeidet med dette. Da jeg som student ved Matematikk 2 (10 vektall) ved Høgskolen i Stavanger skulle skrive en større oppgave, valgte jeg temaet «Posisjonssystemet i 2. klasse og noen lærebøkers presentasjon av emnet». Denne artikkelen er basert på dette arbeidet. Jeg vil gi et kort historisk tilbakeblikk parallelt med at jeg ser på barns utvikling av en forståelse for posisjonssystemet. Her kan man finne mange likheter, og ut fra dette arbeidet stiller jeg følgende spørsmål i møte med lærebøkene:

- Hvordan blir tallet 10 presentert?
- Hvordan blir 0 presentert?
- Når presenteres posisjonssystemet?
- Hvordan gjøres dette?

Til slutt vil jeg si noe om lærerens rolle i forhold til lærebøkene og posisjonssystemet.

## Utvikling av posisjonssystemet

Utviklingen fram til det posisjonssystemet vi bruker i dag, tok over 30 000 år. Veien fram dit har vært både lang og kronglete. Piaget mener at mye tyder på at barns intelligensutvikling

følger den historiske utviklingen av kunnskaper. «Dersom menneskeheten brukte lang tid på å utvikle en bestemt kunnskap, er det rimelig å anta at det vil være en kunnskap som barna trenger tid på å tilegne seg.» (Høines, 1998: 21). I L97 er det et mål for andre klasse at elevene skal «arbeide med symboler for tall, spesielt med vanlige siffer, og bli klar over enerplass og tierplass» (L97, 1996: 159). Vi venter altså at sjuåringer skal ha lært en god del av det menneskeheten brukte over 30 000 år på å utvikle!

Historisk sett er parkobling begynnelsen til telling – også barn bruker parkobling: «Han holder hendene i været og tar på en og en finger mens han sier høyt: 'En for meg, to for Martin, tre for mamma ...'» (Solem og Reikerås, 2001: 145). Parkobling er viktig i barns utvikling, og etter hvert som mengdene blir større, blir det vanskeligere å holde oversikten. Barnet får behov for å gruppere. Ved optellinger bruker vi ofte tellestreker gruppert i femmere, men barnet kan også finne andre grupperinger hensiktsmessige – med eller uten hjelp fra en voksen. Høines forteller om elever som grupperte streker i fem og fem. Da det ble behov for å skrive store tall, bestemte de seg for å tegne femmeren som en sirkel (femkrone) og tieren

som et rektangel (Høines, 1998: 61). På den måten laget elevene et additivt system.

Fram til 1700-tallet var det i stor grad additive system som var i bruk, da er det enkelte tegn som har verdi, og verdiene for de ulike tegnene adderes (Høines, 1998). I additive system tar man ikke hensyn til plasseringen av de enkelte tallsymbolene, og ved gruppering tar man heller ikke hensyn til plasseringen. 'Et knytte' med fem er fem uansett plassering. Romertallene som enda er i bruk, er opprinnelig bygd opp etter dette prinsippet<sup>2</sup>.

Barn kan oppfatte posisjonstallsystemet som et additivt system: «Jens 6 år sitter og blar i en lekekatalog. Plutselig peker han på et bilde og utbryter: 'Pappa, den bilen koster bare ti kroner!'» Prisen var kr 190,- (Solem og Reikerås, 2001:153). Jens ser på 190 som additive tallsymboler,  $1 + 9 + 0 = 10$ .

Additive systemer er til tross for sin enkle oppbygging kompliserte. Dette merket særlig de samfunnene som hadde behov for å holde store regnskap. De trengte en egen yrkesgruppe til dette, såkalte abacister. Ved hjelp av de indoeuropeiske tallsymbolene og posisjonssystemet kunne vi få en gradvis generalisering av regnemetodene slik at de ble tilgjengelige, også for lekfolk, (Ifrah, 1997). I stedet for å la hvert enkelt tallsymbol ha en verdi, skulle stedet tallsymbolet sto på, bestemme verdien av tallsymbolet. 35 betyr for eksempel ikke åtte. Tre-tallet alene betyr tre enere, men tre foran et fem-tall (35) betyr tre tiere. Og tre tiere pluss fem enere, blir trettifem. Posisjonssystemet gjør tallbehandlingen mindre arbeidskrevende.

Den sumeriske kulturen i Mesopotamia var den første kulturen som utviklet et slags posisjonssystem. Det skjedde i det tredje årtusen før Kristus. Babylonerne brukte kileskrift. De hadde et additivt system for tallsymbol til

og med 59. Men symbolet for 1 ble også brukt som symbol for 60. Babylonerne hadde altså et sekstitallssystem. Men det tok enda lang tid før 0 fikk sin rolle som plassholder. Og først på 1700-tallet ble posisjonssystemet brukt av folk flest her i Europa, (Ifrah, 1997).

Innføringen av posisjonssystemet var et enormt framskritt. Vi kan uttrykke all verdens tall ved hjelp av få tallsymbol, men posisjonssystemet er mer abstrakt enn additive systemer. Elever skal bli kjent med titallssystemet i andre klasse. Det er i den sammenhengen at lærebøkene presentasjon av posisjonssystemet er interessant. Jeg har sett nærmere på hvordan 10 og 0 presenteres. Grunnen til dette er at 10 er det første tallet som utnytter posisjonssystemet – tallsymbolet 1 betyr ikke bare en ener, det kan også bety en tier: Symbolet for en får en ny plass, og en null viser at ener-plassen er tom. Tall som 3 og 7 kunne like gjerne vært en del av et additivt system. 0 har også en særstilling i forhold til posisjonssystemet. Det er nært knyttet til det faktum at tallsymbolets posisjon er avgjørende. Jeg vil også se nærmere på når posisjonssystemet blir presentert og hvordan. Posisjonssystemet blir indirekte presentert når 10 blir presentert, men flere lærebøker velger likevel å presentere posisjonssystemet i en annen sammenheng. Jeg har valgt ut følgende lærebøker: *Tusen millioner*, *Pluss*, *Delta* og *Matematikktakk*.<sup>3</sup> Dette er de to verkene som har henholdsvis høyest salgstall og de to som har lavest salgstall.

### Hvordan blir tallet 10 presentert?

Tallet 10 blir presentert på samme måte som foregående tallsymbol i alle de aktuelle bøkene som er beregnet for elevene: Elevene skal skrive tallsymbolet og tegne riktig antall ting (Figur 1). Men lærerens bok påpeker i noen tilfeller endringen når det gjelder posisjonssystemet. I



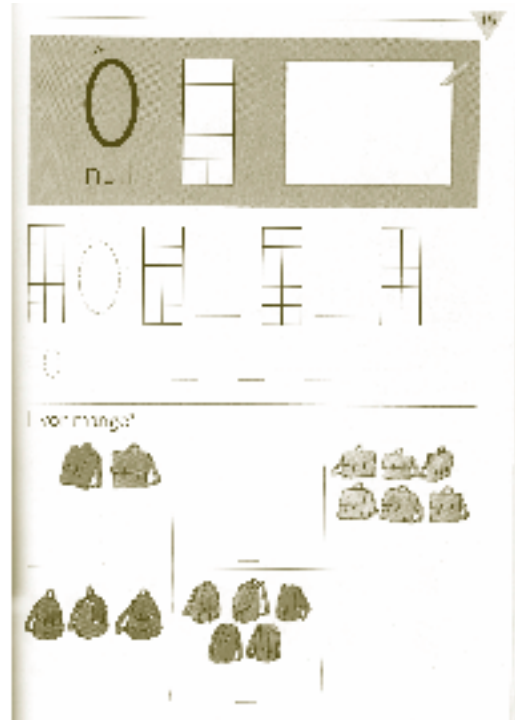


Figur 1: Tusen millioner

lærerens bok som hører til *Pluss* og *Tusen Millioner*, uttrykkes det klart at noe spesielt skjer når 10 presenteres. Man snakker om grupperinger i tier-mengder og om hvor mange tiere og enere det er i det enkelte tallet, (Gjedrum og Skovdal, 1997c:111). Men hvorfor er det praktisk å bruke enere og tiere, spør man i *Pluss*. Elevene må få anledning til å undre seg: Er det fordi vi har ti fingre? Hvorfor lager vi akkurat enkroner, femkroner og tikroner?, (Haanæs og Dahle, 1997c: 26). *Delta* foreslår i lærerens bok at presiseringen av posisjonssystemet skal utsettes og at tallet 10 skal innføres på tilsvarende måte som de foregående, altså som et nytt tallsymbol på lik linje med 9, (Myrmo, Rustad og Tverås, 1997c: 29).

#### Hvordan blir 0 presentert?

0 har en annen historisk motivasjon enn de andre tallsymbolene: Den ble innført som en plassholder. I lærebøkene presenteres null som



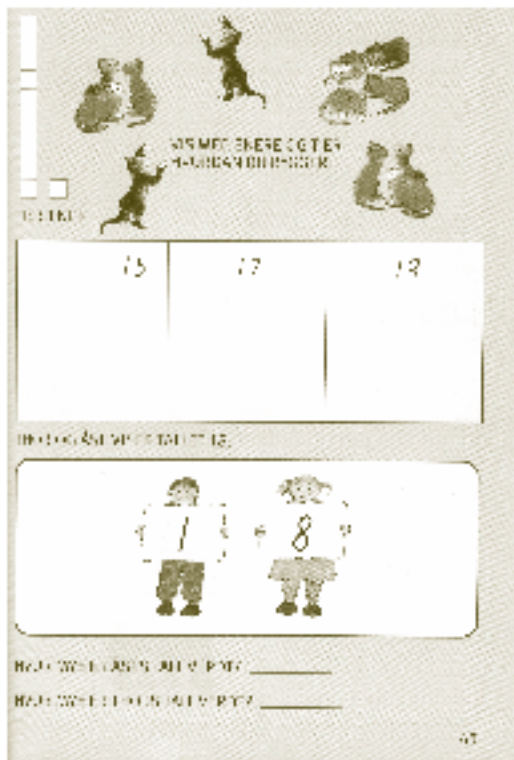
Figur 2: Delta

en mengde på lik linje med de øvrige tallsymbolene og innføres midt blant de andre tallsymbolene (Figur 2). I lærebøkene jeg har sett på, presenteres tallsymbolene etter stigende rekkefølge, mens null har fått en vilkårlig plassering midt i tallrekka. «Denne mengden er det viktig å trene godt på,» står det eksempelvis i lærerens bok som hører til *Delta*, (Myrmo, Rustad og Tverås, 1997c: 21). Ingen av lærebøkene jeg har sett på, presenterer null på andre vilkår enn de øvrige tallsymbolene.

#### Når presenteres posisjonssystemet?

##### Og hvordan gjøres det?

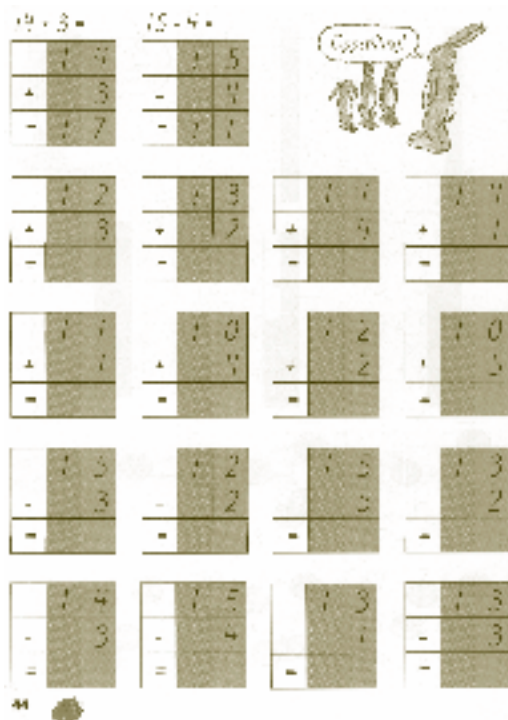
Det er vanskelig å bedømme når posisjonssystemet presenteres i de ulike læreverkene. Det kan være snakk om små smakebiter som arbeid med tiervenner eller lignende. Slik jeg ser det, har man begynt arbeidet med posisjonssystemet når elevene ifølge lærerens bok skal jobbe eksplisitt med enere og tiere.



Figur 3: Pluss

Pluss begynner med posisjonssystemet når tallet 10 presenteres (jf. Hvordan blir tallet 10 presentert?). Viktigheten av oppfølging blir også påpekt: «Undersøk om barna forstår hensikten med å samle elementene i tiere og enere. Har barna gode begrunnelser, er de på god vei til å forstå titalssystemet.» (Haanæs og Dahle, 1997c: 66). Dette følges stadig opp, og gjennom lærerens bok blir man ofte minnet på hvor viktig det er at alle elever virkelig har forstått posisjonssystemet. Det brukes en del 'drill' for at elevene skal lære dette. De skal kunne dele tall i tiere og enere (figur 3). Det kan gjøres ved å tegne tierstaver og enere, eller ved å skrive tall på utviklet form.

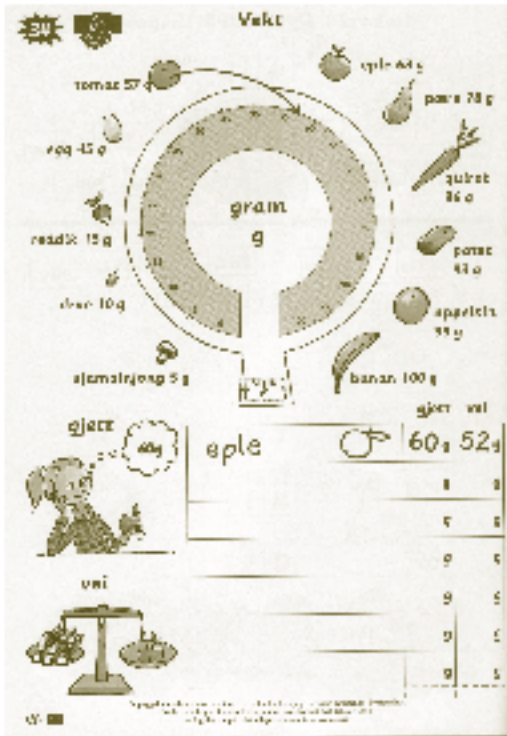
Tusen Millioner begynner med tallet elleve det systematiske arbeidet med posisjonssystemet. Her går aktivitetene ut på å dele tall opp i tiere og enere ved hjelp av blant annet regnerperler og samtale rundt tallsymbol. Men det



Figur 4: Tusen millioner

brukes også mynter i arbeidet med å bli fortrolig med posisjonssystemet. For at elevene bedre skal forstå posisjonssystemet har denne læreboken valgt å presentere den vanlige oppstillingen med tall under hverandre på oppgaver av typen  $14 + 3 =$  og  $15 - 4 =$ : «... oppstillingen er godt egnet til å belyse plassverdisystemet, og vi har derfor valgt å fargelegge tierplassen og enerplassen med forskjellige farger.» (Gjedrum og Skovdal, 1997c: 159) (Figur 4).

Delta velger som nevnt å utsette arbeidet med posisjonssystemet. Alle tall fra 0 til 20 presenteres som ulike tallsymbol, men en idé til aktivitet er å «konkretisere og skrive tallene som  $10 + \_$ , for eksempel  $12 = 10 + 2$ », (Myrmo, Rustad og Tverås, 1997c: 35). Først når 50 er presentert, innføres «strukturen i oppbyggingen av tallsystemet vårt.», (Myrmo, Rustad og Tverås, 1997c: 38). Da blir det lagt vekt på konkretiseringsmateriell. Flere ulike typer konkretiseringsmateriell er nevnt, slik



Figur 5: Matematikktakk

at læreren kan velge og vurdere hva han/hun mener er best for elevene. Delta får ikke poengtert nok at det er forståelsen som er i sentrum. Et viktig ledd i forståelsen er ifølge Delta å vite hvilket tall av flere oppgitte som er det største og forklare hvorfor.

*Matematikktakk* presenterer bare tallene fra 0 til 10 systematisk. Senere jobber de med alle tallene fra 0 til 99, og da presenteres posisjonssystemet parallelt. Da tas blant annet en tallplate i bruk. Tallplaten er formet som et kvadrat og går fra 0 til 99. Tallplaten kan være til hjelp for å finne mønster og være utgangspunkt for undring. *Matematikktakk* tar også i bruk veiing som en hjelp for å forstå posisjonssystemets oppbygging (Figur 5). Det brukes da 10-grams lodd og 1-grams lodd (som kan lages av centikuber).

## Lærerenes rolle

### i arbeidet med posisjonssystemet

Mitt mål har ikke vært å sette lærebøker opp mot hverandre, men å finne ut noe om hvordan lærebøkene behandler posisjonssystemet. Stort sett er oppbyggingen av elevenes bøker nokså samsvarende. Å bli fortalt at man skal gruppere en mengde i tiere og enere og deretter skrive tallet med tilsvarende tallsymbol og omvendt å analysere tall i enere og tiere er vanlige oppgaver.

Hvordan er lærernes holdninger til læreverket på det enkelte lærerrom? Hvordan er bevisstheten rundt lærerens bok? Hvilken rolle skal den spille? Man kan finne forklaringer på hvordan man skal innføre tallsymbolet 0, men sjelden på hvorfor det skal gjøres på denne måten. I den travle skolehverdagen er det av ulike grunner lett å følge læreboka mer eller mindre slavisk, (se for eksempel Holm-Olsen og Storheim, 2002:10). Men hvilke konsekvenser vil det få når man ikke får svar på noen hvorfor? Hvis man for eksempel hadde blitt presentert for ulike alternativer, måtte den enkelte lærer ta stilling til hva han/hun syntes var best. Det samme kunne vært resultatet hvis det var gitt plass til litteratur om teori og forskning rundt posisjonssystemet i lærerens bok. Kanskje hadde det vært en idé med henvisninger til litteratur om emnet, slik at læreren kunne hatt anledning til å finne relevant teori for å bli mer bevisst på sine valg?

«En god lærer kan sitt stoff, og vet hvordan det skal formidles for å vekke nysgjerrighet, tenne interesse og gi respekt for faget.» (L97, 1996: 31). Som profesjonell yrkesutøver er det vesentlig at man stadig jobber med å besvare hvorfor-spørsmålene og ikke bare ser etter hvordan lærebøkene har gjort det. Når læreren velger bevisst og begrunner sine valg på

grunnlag av faglig og pedagogisk kompetanse, vil læreren få et eierforhold til stoffet. Dette vil elevene nyte godt av i arbeidet med å forstå posisjonssystemet.

### Litteratur:

Ellingsrud, Geir og Strømme, Kristin Eli (1999). Lykkehjulet. NKS-forlaget.

Holm-Olsen, Petter og Storheim, Liv (2002). Mindre av det same og meir av noko anna. I Tangenten 3/2002, s. 10-14.

Høines, Marit Johnsen (1998). Begynneropplæringen. Caspar Forlag.

Ifrah, Georges (1997/[1981]). All verdens tall - Tallenes kulturhistorie 1 og 2. Norge: Pax Forlag A/S.

Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen (1996). Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.

Solem, Ida Heiberg og Reikerås, Elin Kirsti Lie (2001). Det matematiske barnet. Caspar Forlag.

### Lærebøker:

Fosse, Trude og Sælensminde, Anne Kari (1996a). "Matematikktakk 2A". Det Norske Samlaget.

Fosse, Trude og Sælensminde, Anne Kari (1996b). "Matematikktakk 2B". Det Norske Samlaget.

Fosse, Trude og Sælensminde, Anne Kari (1996c). "Matematikktakk", Lærarrettleiing. Det Norske Samlaget.

Gjerdum, Anne-Lise og Skovdahl, Espen (1997a). "Tusen Millioner", Grunnbok 2A. J. W. Cappelen's Forlag A.S.

Gjerdum, Anne-Lise og Skovdahl, Espen (1997b). "Tusen Millioner", Grunnbok 2B. J. W. Cappelen's Forlag A.S.

Gjerdum, Anne-Lise og Skovdahl, Espen (1997c). "Tusen Millioner", Lærerens bok. J. W. Cappelen's Forlag A.S.

Haanæs, Marianne og Dahle, Anne Bruun (1997a). "Pluss", Grunnbok 2A. NKS-Forlaget.

Haanæs, Marianne og Dahle, Anne Bruun (1997b). "Pluss", Grunnbok 2B. NKS-Forlaget.

Haanæs, Marianne og Dahle, Anne Bruun (1997c). "Pluss", Idébok for læreren. NKS-Forlaget.

Myrmo, Erling, Rustad, Jostein og Tverås, Ingeborg (1997a). "Delta", grunnbok 2A. Gyldendal

Norsk Forlag ASA.

Myrmo, Erling, Rustad, Jostein og Tverås, Ingeborg (1997b). "Delta", grunnbok 2B. Gyldendal Norsk Forlag ASA.

Myrmo, Erling, Rustad, Jostein og Tverås, Ingeborg (1997c). "Delta", ldebok. Gyldendal Norsk Forlag ASA.

### Noter

- 1 Viser til følgende sitat fra *Matematikktakk*: «Hvert siffer (0–10) har et slikt dobbeltoppslag i bok 2a.», (Fosse og Sælensminde, 1996c: 23).
- 2 Senere har vi fått regelen om å subtrahere et symbol med lavere verdi når det står foran et symbol med høyere verdi, (Ellingsrud og Strømme, 1999).
- 3 Det er boken som er beregnet som elevenes grunnbok, og boken som er beregnet for læreren, jeg har sett på. Selv om disse fra verk til verk har ulike navn, velger jeg for oversiktens skyld å kalle dem elevens bok og lærerens bok.

## Bøker mottatt av redaksjonen:

Gyldendal:

10–12 *Hjernen* ISBN 82-05-30910-8

10–12 *Aper* ISBN 82-05-30912-4

10–12 *Gladiatorer* ISBN 82-05-30909-4

Universitetsforlaget:

Per Arne Bjørkum: *annerledestenkerne*  
ISBN 82-15-00081-9

# Olga Herbjørnsen

## Lego og lavvo

Bruk og utforsking av geometriske begreper i lek og hverdagsaktiviteter

All bygge- og konstruksjonslek går ut på å sette sammen linjestykker til flater, og flater til romlige figurer, og å sammenligne, måle og beregne lengder, arealer og volumer. Dette gjør både barn og voksne intuitivt i mangfoldige praktiske situasjoner nesten hver dag. Menneskenes aller første boliger, redskaper, kjøler, tekstiler og annet var laget ut fra ubevisste forestillinger om slike begreper, og egen kropp ble brukt som mål for antall og dimensjoner (Herbjørnsen 1998).

I denne artikkelen vil jeg beskrive og drøfte to eksempler på tredimensjonalt arbeid der hensikten fra skolens side ikke var utforsking av geometriske forhold, men derimot å skaffe tilveie selve produktet for å bruke det. Dersom prosjekter av denne typen bare blir enkeltstående episoder, vil underholdningsverdien kunne bli større enn læringseffekten. Greier vi derimot å trekke linjer mellom skolegeometrien og det praktiske arbeidet, kan produktet kanskje bli bedre neste gang, og den faglige innsikten vil øke. Praktisk tredimensjonalt arbeid forutsetter forståelse for, og bruk av, linjestykker og flater. Slik er det også i skolegeometrien, den tredimensjonale geometrien studeres ut fra kunnskap om en- og todimensjonal geometri.

Jeg vil trekke noen linjer til før- og etterarbeid i klassen og til klasstrinn over og under dem som beskrives. Det vil vanligvis være ønskelig å trekke inn flere faglige emner i sammenheng med valgt tema. Dette kan være delemner fra andre fag, men det kan også være slik at arbeid innenfor ett matematisk felt medfører behov for annen matematisk kunnskap. Ikke minst kommer den ureflekterte hverdagsmatematikken til anvendelse i praktiske situasjoner. Det blir lærerens ansvar å hjelpe elevene til å oppdage at den er der.

Gjennom hele barnetrinnet markerer L-97 at emnet 'Rom og form' skal omfatte tredimensjonalt arbeid. Det er ofte nyttig å trekke ut et delemne fra planen og sette sammen bitene fra alle klasstrinn, altså lese planen 'på langs'. Noen korte utdrag gir et godt bilde av dette:

1. klasse:

- gjennom lek og varierte aktiviteter arbeide og eksperimentere med og lage forskjellige former, figurer og mønstre
- arbeide med firkanter, trekkanter og sirkler og med terninger, kuler og andre figurer

2. klasse:

- bruke mål til å sammenligne forskjellige lengder og arealer og uttrykke størrelsene



med enheter som de gjerne selv kan være med på å bestemme.

### 3. klasse:

- sammenligne lengder og avstander og etter hvert uttrykke dette ved hjelp av standardenheter, bruke målebånd og metermål, lese av tall på skalaer, anslå lengder og avstander og sammenligne med resultater av (egen) måling,
- vinne grunnleggende erfaringer med areal og volum, sammenligne forskjellige arealer og forskjellige volumer og bruke areal- og volumenheter.

### 4. klasse:

- få videre øvelse i å velge hensiktsmessige måleredskaper og bruke dem, lese av skalaer,
- bruke kvadratmeter og kvadratcentimeter som arealenheter og arbeide med å finne arealer
- arbeide med alminnelige volummål, spesielt kubikkdesimeter som liter, og finne volumer.

For mellomtrinnet finner vi igjen alle disse temaene; for 5. klasse sies det blant annet

- lage figurer, former og mønstre, og arbeide med å finne ut av egenskaper ved dem,
- velge og bruke enheter for lengde, areal og volum og trene på å gjøre anslag om slike størrelser i situasjoner fra dagliglivet.

Vi ser at arbeidsformer, elevrolle og lærerrolle bestemmes både ut fra det faglige innholdet og fra de praktiske retningslinjene. Det er nødvendig at alle som arbeider i skolen, har rammene i læreplanen for seg, vi må ha oversikt over fagkunnskapen så vel som kravene til arbeidsformer. Tar man planen på alvor, blir det umulig å forsvare en geometri som bare foregår på papiret.

Læreplanen sier at elever på alle klasstrinn skal «arbeide og eksperimentere med former og figurer». Tilsvarende formuleringer finner vi under delemnene 'Tall og Matematikk i dagliglivet'. Dette oppfatter jeg som en forståelse av at kunnskapen kan utvikles som en følge av en forholdsvis fri situasjon der hver elev eller elevgruppe utforsker et problem på egne premisser. I slike situasjoner kan læringen bli svært forskjellig for de enkelte elever.

En slik arbeidsform kan virke utfordrende for læreren, det kan være vanskelig å organisere ulike aktiviteter i elevgruppen samtidig ut fra samme emne, og det kan være vanskelig å danne seg en oppfatning av hva det enkelte barn har fått med seg faglig.

Mitt første eksempel dreier seg om nettopp dette. I eksemplet var lærerne innforstått med at barna skulle skape sin egen arbeids-situasjon og utforske denne. Hensikten var å videreutvikle tallkunnskap på eget nivå. Det som skjedde, var at hoveddelen av læringen kom til å dreie seg om en helt annen del av matematikken.

### Eksempel 1.

#### Å bygge et hus av legoklosser

En gruppe studenter ville i praksisukene undersøke tallbegrep og regneforståelse hos noen barn i 3. og 4. klasse. De ville bare observere, ikke undervise, og de ville at barna skulle bruke tall og regning i en problemløsende situasjon. De ønsket også å finne ut om barnas arbeidsmåter fulgte Polyas fire trinn for problemløsning: tolking av problemet, planlegging av løsningsstrategi, gjennomføring av oppgaven, vurdering av resultatet<sup>1</sup>.

Elevene ble plassert sammen to og to, og var i følge klasselærer noenlunde jevnbyrdige faglig.

Studentene ville at barna skulle ha mulig-

het for å bruke tallområdet 0–200, de trengte derfor et stort antall like konkreter og valgte følgelig legoklosser. Studentene mente i forkant at de bare ville observere bruken av tall, noe som sikkert hadde sammenheng med en vanlig oppfatning om at geometri betyr papirarbeid og ikke hører hjemme i småskolen.

Når de bad barna bygge et hus, var hensikten bare å skape en praktisk situasjon med muligheter for telling av og regning med et stort antall enheter, og å bruke sidekanter og sideflater på klossene som måleenheter for lengde og areal. Oppgavene de hadde planlagt, dreide seg om å finne antall klosser på hver side, i hele huset osv. Selve byggingen så studentene bare på som et nødvendig forarbeid. Men det viste seg at det var å bygge huset som opptok barna mest og gav de største utfordringene. Dermed endret studentene opplegget underveis og lot husene bli hovedsaken. En slik snuoperasjon krever både mot og faglig innsikt.

Utfordringene og erfaringene var mange, både teknisk og faglig:

- Et problem var å få byggverket til å henge sammen. De som ikke fant ut av det, fikk en mengde løse søyler som de satte ved siden av hverandre.
- Den første veggen ble størst, de fikk ikke nok klosser til alle sidene.
- Å lage hjørner skapte problemer.
- Alle vinklene måtte være rette, ellers hang ikke huset sammen.
- Sidene som stod motsatt av hverandre, måtte være like lange.
- Noen ville lage system i bruken av farger, men hadde ikke nok klosser i alle fargene.
- Hjørneklossene var vanskelige å telle.
- En gruppe fikk store problemer med taket, de greide å bygge på skrå, men selv med flere forsøk snudde de taket på hodet og

fikk en trakt med åpning øverst i stedet.

- Ingen hus fikk dører eller vinduer, men noen laget tak.

Den planlagte delen av arbeidet, telling og addisjon i området 0–200, fikk mindre plass enn tenkt, men viste tydelig at elevene brukte ulike strategier ut fra egne kunnskaper. Eksempelvis kunne en gruppe bruke ulike strategier avhengig av tallenes størrelse:

- Hvis antallet ikke passerte 100 regnet de slik:  $36 + 47 = 30 + 40 + 6 + 7 = 70 + 13 = 83$ . Oppgaven  $87 + 45$  derimot løste de ved først å addere 8 tiere + 2 tiere og deretter telte de opp de 32 resterende klossene enkeltvis:  $87 + 45 = (80 + 20) + 32$  enere = 132.
- Andre telte klosser i en rad og la sammen antall rader på hele veggen.
- Noen skjønte at motstående sider måtte være like og ha like mange klosser, andre fikk ingen rette vinkler.
- De som tellet en og en kloss på hele huset, gikk seg bort underveis.
- Tallskriving og tallforståelse hadde lite med hverandre å gjøre når tallene ble store. Å telle riktig til 168 var en sak, å skrive var noe annet, 10068 eller 168 gjorde samme nytte.

Alt i alt høstet studentene mange erfaringer og gjorde seg mange tanker om hvordan de ville ha arbeidet i egen klasse med mer tid og mulighet for faglig og pedagogisk sammenheng. De ble utfordret på mange plan, som alle fikk konsekvenser for konklusjoner og forslag til videre arbeid. Barna manglet skoloring i gruppearbeid. Den ene kunne starte å bygge uavhengig av den andre. Polyas to første faser, å bli enige om hva som skulle gjøres og så bestemme seg for hvordan, manglet fullstendig. De begynte

uten klare forestillinger om hva de ville lage og om hvordan de skulle gjøre det. Men diskusjonene tvang seg fram underveis, og de dreide seg om byggingen.

Neste eksempel dreier seg om en praktisk situasjon på en aktivitetsdag, og om mulighetene for integrering mellom (ureflektert) hverdagsmatematikk og skolematematikk:

### Eksempel 2: Å bygge en lavvo

«Mattefritt og kjempegøy» lød en overskrift i en lokalavis en tid tilbake. Barneskolen i bygda hadde hatt utendørs aktivitetsdag om vinteren. Det store fotoet som fulgte artikkelen, viste en gjeng elever fra mellomtrinnet som bygde en lavvo. Journalister har for vane å sette matematikk opp mot alt de oppfatter som morsomt eller progresssivt i skolen. Denne gangen ble det gjort et poeng av at dette var «mye morsommere enn matte.»

Noen vil spørre om det ikke er legitimt å ha en 'mattefri' skoledag. Selvsagt er det det, men vi kommer ingen vei med å bringe matematikken tilbake til hverdagen hvis vi ikke lar elevene oppleve den som nyttig og morsom å bruke.

Matematikk i snøhaugen er annerledes enn den som ofte foregår inne i klasserommet, og det å bygge en lavvo går rett inn i utdragene fra planen som er gjengitt i

innledningen.

Hva som foregikk i klassen før og etter ute-dagen, vites ikke. Journalisten hadde kanskje ikke spurt seg for, han var iallfall ikke blitt motsagt. Og det som er interessant for oss, er det allmenne i situasjonen, vi er mange som har opplevd at matematikken sjelden får plass på en aktivitetsdag bortsett fra det å beregne priser.

Å bygge med materialer som foreligger ferdig tilpasset om morgenen sammen med nødvendig utstyr, skaper en praktisk situasjon som gir erfaring i samarbeid og i praktisk arbeid. Å lære å følge en forskrift trenger alle. Elevene brukte sikkert etablert matematisk



Illustrasjonen er hentet fra Beck, Pedersen, Kreljund og Kroghoj: Matematik i fjerde, Gyldendal Undervisning, ISBN 87-00-21658-5

kunnskap om blant annet måling uten å tenke over det. De hadde sikkert en hyggelig og morsom dag, og gledet seg nok over resultatet. Alt dette er nyttige og aktverdige mål for en enkelt dag.

Men dersom elevene laget sin lavvo uten forberedelser, og det heller ikke ble arbeidet videre med lavvoen i klasserommet, forsømte læreren en gyllen anledning til å omsette matematisk tenkning i praktisk handling, ikke minst fordi handlingene igjen gir grobunn for ny matematisk tenkning.

Dersom klassen hadde laget modeller, studert sideflater, valgt dimensjoner og materiale og redskaper før de startet byggingen, kunne dagen være et prosjekt i tråd med L-97. Allerede en enkel drøfting i klassen på forhånd vil anspre til matematisk tenkning omkring arbeidet.

En rekke praktiske avgjørelser dreier seg om geometriske begreper, om vurdering, måling og beregninger, om muligheter og konsekvenser av ulike valg:

- Hva skal lavvoen lages av?
- Hvordan få den til å henge sammen og tåle å bli brukt?
- Hva slags sideflater? Vil vi at alle sidene skal være like? Hvorfor?
- Og hvor mange sideflater skal den ha?
- Hva er fordelene med å ha færrest mulig sideflater?
- Hva er fordelene med å øke antall sideflater?
- Hvor høy må den være?
- Hvor mange skal det være plass til samtidig?
- Hvor stor må grunnflaten være da?
- Hva hvis vi vil kunne sitte der inne? Kan vi

lage benker?

- Skal vi lage modeller på forhånd?
  - Er målestokk et aktuelt tema å bringe inn?
- Videre arbeid med teoretiske problemer i klasserommet kan føre så langt vi vil:
- Skal vi lage modeller i etterkant?
  - Er målestokk et aktuelt tema å bringe inn senere?
  - Kan modellene hentes frem da?
  - Hva er det minste antall sider vi må ha på gulvet?
  - Hvilken form får lavvoen?
  - Hvordan blir gulvet og formen med 4, 5, 6 sider?
  - Hvorfor laget samene sine lavvoer med mange sideflater?
  - Hvordan forandres formen når vi øker antall sider?
  - Hvordan går det hvis antall sideflater går mot uendelig?

Vi ser muligheter for kobling til samisk kultur i vid forstand. Også i andre kulturer har pyramider, kjegler og sylindrer blitt brukt i byggverk i tillegg til hus laget av rektangulære former. Fokus på byggverk kan gi innhold i geometriske begreper, også til bruk av måleenheter, forståelse for målestikk osv.

At dette tar tid, er ingen innvending, mitt poeng er nettopp at forståelse for sammenhenger skaper interesse, og med interesse følger forståelse.

Kanskje kunne grunnlaget både for lavvobyggingen og legobyggingen vært lagt da elevene bygde snømenn, snølykter og snøhuler i småskolen?

Med snø og is kan alle geometriske grunnformer utforskes, slik som kule, terning,

prisme, sylinder, pyramide, kjele (som blir avkortet hvis du bruker en bøtte). Elevene kan være med på å finne former. Emballasje i egnet materiale finnes i alle fasonger og størrelser. Det er fint å starte med enkeltformene, gjerne i stort format. Så kan en gå systematisk til verks og kanskje bruke mindre former når de brukes som byggesteiner. Barna i det første eksemplet ville ikke hatt problemer med å få legoveggene til å henge sammen hvis de hadde bygget med is frosset i melkekartonger først.

Kanskje kunne en bevisst lærer med kamera samle fotodokumentasjon som sammen med tegninger og modeller enkelt lar seg hente frem året etter? Kanskje burde småskoleelevenes aktiviteter på utedagen velges i tråd med de eldste elevenes slik at det kunne komme i stand fruktbare samtaler og sammenligninger over klasstrinnene i matpausen på utedagen? Hva med å sette av tid sist på dagen til studier og gjensidig beundring av alt alle hadde gjort?

Det er mange likhetstrekk mellom å bygge et legohus og å bygge en lavvo. Forskjellen mellom de to eksemplene her ligger først og fremst i situasjonen, som i eksemplet med legoklossene var svært fri, mens byggingen av lavvoen virket styrt i utgangspunktet.

Aktivitetene er her knyttet til ulike alderstrinn, men en kan kanskje stille spørsmål som:

- Hva hvis de to klasstrinnene byttet oppgaver?
- Hvorfor fikk småskoleelevene en åpen oppgave?
- Hvorfor fikk ikke mellomtrinnet det?
- Er det tenkelig at småskolebarna kan bygge en lavvo, og hvilke tilpasninger måtte gjøres i så fall?
- Er det tenkelig at mellomtrinnets elever kunne få fornuftig og engasjerende læring

med legoklosser som utgangspunkt?

Når vi bringer sammen teori og praktiske situasjoner tvinges vi til å tenke nytt innenfor begge felter. Vi oppdager også at det finnes utallige praktiske aktiviteter der geometriske tenkning ligger i bunnen. Jo kortere vei vi må gå for å finne dem, jo bedre egner de seg som oftest.

## Litteratur

- Beiteig, T. og Venheim, R. (1999): *Matematikk for lærere 2*, Tano Aschehoug.
- Herbjørnsen, Olga (1998): *Rom, form og tall*, Tano Aschehoug.

Redaktørene anbefaler for videre lesing om matematikk og bygge- og konstruksjonslek:

- Avdem, M.S. og Ryen, S.J. (1999): *Isslottet*. DMMHs publikasjonsserie nr. 3/1999.
- Hartz, V., Hægblom, L., Johnsen Høines, M., Kristjánsdóttir, A. og Wallby, K.: *Matematik(k) og undervisning*. Matematik, Nämnaeren, Tangenten, MAOL og Flötur.

Grunnskolenes avgangsprøve i 2001 hadde flere oppgaver tilknyttet en lavvo!

## Noter

- 1 For nærmere beskrivelse av Polyas fire trinn se for eksempel kap. 12.4 i *Matematikk for lærere* (Breiteig/Venheim 1999).



# Einar Jahr

## Måling

Å bygge opp forståelse for måling er en prosess som kan beskrives i tre trinn. Jeg bruker måling av *lengde* som eksempel:

1. Sammenlikning. En må forstå hva det vil si at en lengde er mindre enn, like stor som eller større enn en annen.
2. Forholdstall. En må forstå hva det vil si at en lengde er dobbelt så stor som en annen, en femdel av en annen, osv.
3. Enhet og måltall. En bestemt lengde velges som *enhet*. Alle andre lengder tildeles da et måltall, som er forholdstallet mellom denne og enheten. Spesielt får da enheten måltallet 1. Når en så skal kunngjøre resultatet av en lengdemåling, oppgir en måltallet og enheten.

På tilsvarende måte får vi presise språklige uttrykk for alle fysiske størrelser. En fenomenal gevinst som det matematiske språket da gir, er at vi blir i stand til å *beregne* fysiske størrelser som det er svært vanskelig eller umulig å måle direkte. Takket være matematikken kan vi finne tykkelsen av papiret i ei bok med svært tynne ark, vi kjenner fossilers alder, jordas omkrets og masse, og avstanden til sola, månen, planetene og fjerne stjerner og galakser.

For å få fruktbare kunnskaper om måling og enheter er det viktig å arbeide med andre enheter enn det som er standard i vår kultur. Historien om 'Åsmundsnøret' i boka *Begynneropplæringen* av Marit Johnsen Høines (Caspar Forlag 1998 s. 95–96) er et godt eksempel. En annen innfallsvinkel er å gjøre seg 'kjent med måling i enkelte andre kulturer', både på andre steder og til andre tider enn her og nå. Dermed får en klarere fram at de enhetene vi bruker, er *valgt*, og vi bruker dem fordi alle i vår kulturkrets er enige om det. Dette kan oppstå som et behov når barna for eksempel skal sammenlikne høyden av to tårn de har bygd av klosser, og tårnene står i hvert sitt hjørne av rommet.

Barn synes det er morsomt å måle ting fra de er ganske små. Det henger sammen med at måling innebærer trening på et felt der de er i utvikling når det gjelder å forstå verden. Standardisering av målenheter er imidlertid ikke det første som faller barn inn. Den første store oppdagelsen er at to størrelser (lengde er det første, og utgjør siden prototypen på all måling) kan sammenliknes ved hjelp av en tredje. Når man skal måle så nøyaktig som mulig, er det en veldig naturlig tanke å bruke en stor enhet for store lengder og en mindre enhet for mindre lengder. Denne tankegangen

har menneskene brukt i mange kulturer, og den har gitt flere hierarkier av målenheter. Et kjent hierarki er miles, yards, fot og tommer. Tilsvarende systemer er det også naturlig for barn å velge. Ulempen er at det er vanskelig å sammenlikne lengder som oppgis i et slikt system. For eksempel er det ikke lett å se umiddelbart om 3 yards, 2 fot og 10 tommer pluss 1 yard, 1 fot og 8 tommer er mer eller mindre enn 5 yards, 1 fot og 4 tommer. Og helt håpløst blir det når en skal beregne arealer. Derfor er det viktig at vi etter hvert bygger forståelse for at det er fornuftig med *én* målenhet for lengde (og tilsvarende for andre størrelser), slik at vi kan sammenlikne to lengder ved å sammenlikne de to måltallene. Trikket er å dele enheten inn i et bestemt antall deler, og deretter smådelene gjentatte ganger etter samme prinsipp, for å kunne øke målenøyaktigheten. For eksempel blir tommene delt inn etter totallsystemet: 1/2 tomme, 3/4 tomme og 5/8 tomme er kjente

mål for rørtykkelser og annet. I vår kulturkrets er det nå titallsystemet som helt har overtatt denne rollen. Med utgangspunkt i meteren får vi da desimeter, centimeter, millimeter, kilometer og andre avledede enheter, som er slik at omregning mellom enhetene ikke endrer sifrene, bare deres posisjon. Det oppnår vi ved å flytte desimalkommaet. Arealberegning blir nå relativt uproblematisk, idet vi får kvadratmeter som grunnenhet. Vi må bare passe på at for eksempel en kvadratkilometer ikke er en kilokvadratmeter (dvs.  $1000 \text{ m}^2$ ), men  $1000^2 \text{ m}^2$ , dvs. en million kvadratmeter, som vi også kunne kalle en megakvadratmeter.  $1000 \text{ m}^2$  er det vi kaller et *mål*.

Man utvikler den beste forståelsen for måling og enheter ved å 'gå gradene', dvs. at man arbeider med ikkestandard-enheter til å begynne med. Da oppdager man hvilke problemer det moderne systemet løser, og man lærer både at systemet er *valgt* og at det er *smart*.

## TIL SKOLER OG BARNEHAGER:

**Oluf Magne:**

### **Barn oppdager matematikk**

Kommer på norsk til høsten!  
Utgivelsen støttes av Læringsenteret

**INFO VEST**  
FORLAG

[www.infovestforlag.no](http://www.infovestforlag.no)



Marit Johnsen Høines

## Det skjer i mellomrommet

*Mellom elever og mellom elever og lærer, mellom situasjonene, mellom matematikken 'her og nå' og den matematiske fantasien. Å være der det foregår.*

Besøk i småskolens klasser og samtale med elever og lærere gir et mangfoldig bilde. Visst finnes fremdeles klasserommene der matematikk er lærebokstyrt og der elever sitter og regner regnestykker 'uten å se på hverandre', der det viktigste er å ha regnet flest oppgaver. Selv 1. klasser kan ha preg av dette. De blir imidlertid stadig færre.

Matematikk er blitt så gøy, forteller en lærer. Vi knytter matematikk til alle mulige aktiviteter. Barna leker, spiller spill, utforsker, fantasierer, finner ut. Matematikk er blitt et lystbetont og kreativt fag.

Men, kommenterer kollegaen, jeg er nå litt opptatt av at dette ikke tar helt av. Greit nok å spille spill og leke leker, men jeg er nå ikke sikker på at ungene ser all matematikken jeg ser. Klarer jeg for eksempel å hjelpe dem til å se sammenhengene mellom regnestykkene og aktivitetene? Jeg har ansvar for at de lærer det de skal! Det er viktig med matematikk-glede, men det er ikke nok. Og vi kan blendes. Er vi på veg inn i en ny periode med aktivitets-

pedagogikk?

Mange lærere løfter dette fram som et problem:

Det er viktig å finne fram til gode aktiviteter. Det er ikke nok. Hvordan hjelper vi elevene til å se sammenhenger?

### Den vanlige samtalen

Dagen begynner, elevene sitter på benker i samtaleringen. Det er ufattelig hvordan de viltre ungene fra skoleplassen faller til ro der, etter noen måneders sosialisering som skolebarn. I samlingsstunden er det plass til småprat og viktig prat; og det er plass for rutiner. Oppmerksomheten vendes mot kalenderen. En elev får fjerne tirsdagen. I dag er det onsdag 27. november. De snakker om dag, dato, måned og år. ONSDAG. 27. NOVEMBER. 2002 står det på tavla.

Hvordan er været i dag? Hvor mange er det som hadde refleksvest på i dag? Det føres statistikk på store oppslag. Elevene snakker om hvor mange. De sammenligner. Det er merkbart at samtalen er preget av at noe av dette skjer nesten hver dag.

«Når vi roper opp i dag kan dere svare med et tall dere liker. – Charlotte?» «Fire»; «Fredrik?» «Seks». Elevene svarer med ulike tall.

Seks går igjen. De er seks år, og en av dem har fødselsdag i dag. «Totusen og to,» sier en elev. De vanlige, lave tallene krydres med «totuse-nogtre», «totusen og tre tusen og tre», «uendelig», «uendelig og totusen og to», «tjuesju».

Læreren beveger seg mellom samtale- muligheter. November, snart er det siste måneden i året. Fantasier om høye tall, om uendelig. Fokus på seks. Hvor mange novem- berbarn? Hvor mange refleksvester i morgen? Carlotte snakker om et trafikkuhell. Lars har fått ei bok i presang. Viktige beskjeder skal gis. Læreren vurderer muligheter og foretar valg, læreren utøver regi.

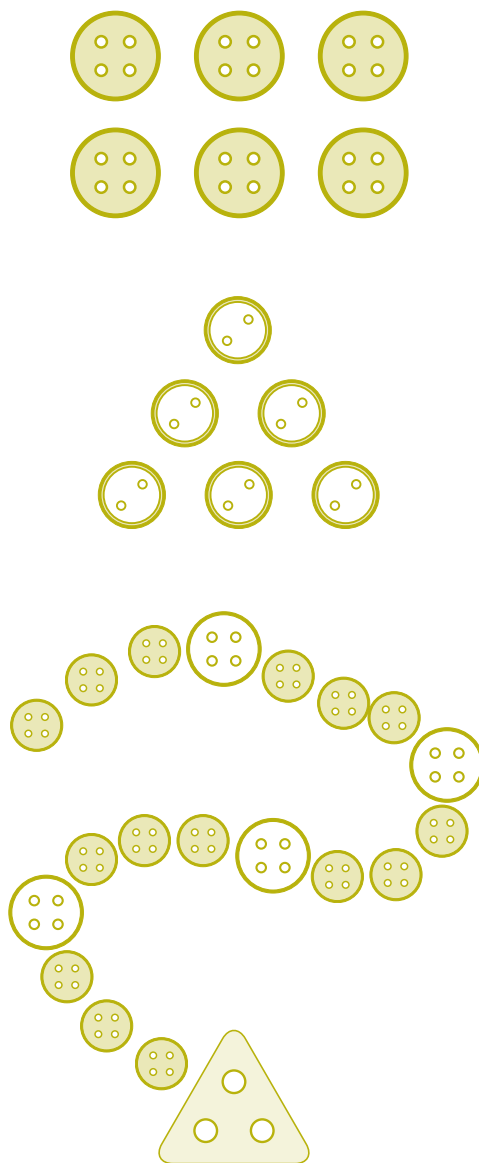
Tallene får en naturlig plass. Det handler mest om de lave tallene, men også om å fanta- sere om de høye tallene. Leke med dem. Da er det er ikke så nøye om de er riktige. De høye tallene omgir de små. De er en del av familien. Slik er det også med de bitte små: halvparten av halvparten av halvparten ... Er det mulig å veie et hår? I samtalingen stimulerer barna hverandre. Noen ganger gis det rom for tall- fantasier.

### I knappeverkstedet

Åtte barn har plass i knappeverkstedet. En periode har det vært det mest populære verk- stedet. De vet at så lenge de 'arbeider godt', kan de være så mange. Mormoren til Lars hadde et stort skrin med mange flotte knapper, slangene de lager bærer preg av det. Prøv å lage et møn- ster som har et system, oppfordret læreren. Hun iakttar at ungene sorterer knappene før de begynner å lage mønster. Hun oppfordrer dem til å samarbeide. De beskriver planene sine, og ser at mønsteret utvikles underveis. De skal prøve ut og bestemme mønsteret før de begynner å feste knappene. Noen elever arbei- der individuelt, noen arbeider parvis. Læreren ser det positivt at de veksler mellom samarbeid

og individuelt arbeid. Hun erkjenner at de har ulike behov i forhold til tallbegrepsutvikling, og ser knappeverkstedet virksomt til å arbeide på ulike nivå.

Aktiviteten gir grunnlag for nye aktiviteter. Barna lager ulike bilder. De lager ulike møn- stre. I dag bruker vi akkurat seks knapper. Kan dere lage ulike mønster med seks knapper?



Hvor stor er den minste knappen? Hvor stor er den største? Hva har knappene vært brukt til? Kan vi sy i en knapp? Trine kom på skolen med ei bok om slanger. Lars sin mormor har vært sydame.

Charlotte ser at noen tall blir like mange hver vei når hun lager dem firkantet, hun blir opptatt av kvadrattall. Etter hvert lager hun 9, 16, 25, 36. Det blir et stort prosjekt for henne og samarbeidspartnerne hennes.

Er det virkelig mulig å arbeide med trekanttall og kvadrattall i 1. klasse? Lærerens utfordring er å se muligheter og å velge hvilke baller hun løfter videre.

### Mellom 'dette lærer vi nå' og 'matematisk fantasi'

Det er viktig at vi en periode arbeider nitid med at elever utvikler rike tallbegrep på måter som gjør at elevene blir kjent med tallets plass i tallrekken, vet at seks er en mer en fem, en mindre enn sju, at seks kan være to treere eller fire og to ... at halvparten av seks er tre, dobbelt blir tolv ... at de arbeider med å se kardinaltall og ordinaltall i sammenheng ... osv.<sup>1</sup> Samtidig er det viktig at de får smake på tall som ligger utenfor dette området, tall som tjuesju eller seks millioner. At uendelig er et 'fantastisk' begrep på samme måte som det er fascinerende at noe blir bittelite. At et tall kan skrives slik: 66666666 og at jeg kan fortsette så lenge jeg bare vil og det er et nytt tall. Det er en utfordring å inspirere elevene i bevegelse mellom «dette lærer vi nå» og den fantastiske matematikken som omgir tallene.

Læreren stimulerer den matematiske fantasien gjennom å følge elevene og spille på dem slik det ble gjort i samtaleringsen. Læreren forvalter en matematikk der posisjonssystemet er viktig. Elevenes fantasering om 666666 ... hjelper til å assosiere: «Seks minus to er fire.»; Seks

hundre minus to hundre hvor mye er det? Seks tusen minus to tusen ... millioner ... Læreren har et matematisk prinsipp i sin hånd når hun leker med tallene sammen med ungene. At det er noe vi kan kalle rektangel-tall, trekant-tall, eller kvadrattall, kan hun tenke om på samme måte. Hun kjenner imidlertid også at hun må passe seg. Hun skal stimulere deres fantasi. Hun skal ikke overta. Det handler om å være *matematisk spørrende* sammen med elevene.

### Mellom praktiske kontekster

Vi søker de gode aktivitetene; der elevene får være, bli kjent, utvikle videre, der de bruke tid. En lærer forteller om hvordan hun strevde før butikk-kroken ble et slikt sted. «I begynnelsen var den preget av kaos. De handlet og handlet, men det ble så rotete. Det ble liksom verken sammenheng, lek eller konsentrasjon. Jeg måtte forsøke å lage noen rammer omkring det som hjalp dem til å finne aktiviteten. Jeg måtte være tålmodig. Klasser er ulike. I en annen klasse jeg hadde fungerte butikk-leken under elevenes regi! Jeg forsøker å utvikle situasjoner som er slik at elevene bruker matematikk, at de argumenterer og finner ut,» sier læreren. «Det er viktig at de utvikler godt språk for kunnskapene sine og at de erfarer dem gjennom bruk. Så merker jeg også at de lærer språk av hverandre. Jeg skal lære å bruke språket deres og å ha det som basis når jeg tilbyr skolespråket. Jeg må finne gode situasjoner for det.»

De gode aktivitetene gir gode *referanser*<sup>2</sup>. Læreren forsøker å ha stemmen som hjelper elevene til å se sammenhenger mellom ulike aktiviteter og situasjoner. Det betyr å søke de gode referansene, å forsøke å bruke dem i samtalerne med ungene slik at de inspireres til å bygge ut sammenhengene. Når ungene bestemmer priser, når de veksler, gir penger igjen, lager huskelapper og kvitteringer, søker



læreren de korte språklige uttrykkene som kan minne dem på. «Det er sånn som vi tenker når vi ...» Noen situasjoner fremstår som meningsfulle. Matematikken brukes, den har en funksjon. Det er en utfordring å få denne meningsfullheten til å virke i forhold til andre aktiviteter. Aktivitetene får mening i lys av hverandre.

I klasserommet henger et bybilde. Hver elev har laget sitt hus. Bildet er resultat av et større arbeid: Vi studerte hus, hvordan hus er forskjellige. Da vi gikk ute, diskuterte vi hvordan de så ut. Vi så på hytter som unger bygde i en hage og noen drivhus. Ungene tegnet mange ulike hus i tegnebøkene sine. De fantaserte om hus; grisen sitt hus fra eventyret, tornerosslott, slottet i Oslo, huset jeg bor i, hundehuset hos bestefar. Vi merket hvor gode iakttagere ungene ble, og hvor flinke de ble til å beskrive. Noen tegninger var detaljerte, andre ikke. Vi snakket om hva alle hus hadde.

Når vi arbeider med andre geometriske aktiviteter merker vi ofte hvordan de gjenkjenner og beskriver geometriske egenskaper med referanse til hus. De har lært om geometriske figurer. De har lært å iaktta, gjenkjenne og se forskjeller. Akkurat her merker vi at aktivitetene preger hverandre. Vi forsøker å påvirke til det.

Slik kan det bli med en aktivitet fra Lamisheftet *Matematikkens dag* 2003.<sup>3</sup> Elevene skal lage et bilde av en sirkelflate. Elevene klipper opp biter og setter sammen bildet<sup>4</sup>. De vurderer former, størrelser og plassering – etter hvert lages et fint bilde. En slik oppgave kunne fungert som en isolert aktivitet. Den får imidlertid en annen verdi i kraft av andre geometriske aktiviteter. Læreren stemme blir viktig - som den litt lavmælte, spørrende og refererende stemmen. Den etterstreber at elevene bruker geometrisk kompetanse som er bygget opp

bl.a. gjennom arbeid med hus.

Situasjoner innehar ulike muligheter. I arbeidet med bybildet kan det være viktig at husene kan flyttes på. Vi kan lage gate med husnummer. De kan plasseres etter hverandre og så kan vi ha brunt husnummer på alle partall og hvitt tall på oddetallene. Kanskje vi må plassere dem på to sider av gata? Vi kan ha røde karmen på husene som er svar i tregangen, blomst utenfor i femgangen.<sup>5</sup>

Lene er på veg i en annen retning. Hun har fokus på formen til husene og sier tenksomt: Er det egentlig slik at kvadratet altså er et rektangel? Er alle kvadrat rektangel? Er alle rektangel kvadrat? Vi ser hun nærmer seg spørsmålet: Er det faktisk slik at 'alle' er trapes?

Det er stadig lærerens utfordring å få øye på mulighetene og å foreta valg. Da handler det også om å være matematisk interessert.

#### Å være matematisk spørrende

Å være matematisk spørrende innebærer å referere til sammenhengene, å vise veier med en undersøkende stemme. Det er en stemme som ikke stiller en type spørsmål det forventes et endelig svar til. Ordene kan mer betraktes som hentydninger, er ikke bydende eller kontrollerende. Barna skal selv assosiere, vi forsøker å aktualisere sammenhengene, inspirere til de *fortsettende spørsmålene*.

Helle Alrø betegner noen samtaler mellom elever og lærere som *gjettelek*<sup>6</sup>. Dette er samtaler der elevene hele tiden er på jakt etter å svare slik læreren har ment at de skal svare. Læreren som spør vet svaret. Det er en samtale som er preget av spørsmål–svar–stopp (riktig). Nytt spørsmål–nytt svar–ny stopp. Dette vil være motsatt til å være matematisk spørrende. Å være matematisk spørrende innebærer å være spørrende sammen med elevene. Det handler om en annen lærerrolle.

## Å bevege seg mellom

Hånd-dukker kan være til hjelp med kommunikasjonen forteller Åshild som bruker *Kråka Knas*. Det begynte med at hun leste om kråka og at hun fant ei flott håndduke som passet. Etter hvert ser vi for oss hvordan kråka utvikler stemme og identitet. Den ble med i samtaler om små og store hendelser. Kråka kan være grublende, undersøkende, spørrende, ikke-forstående, eller forklarende. Den kan være fascinert over store tall, eller være opptatt av at den alltid vil ordne, alltid vil ha system. Den kan være glad i rosiner og alltid velge haugen der det er mest rosiner. Den kan like fine farger eller fine mønster, den kan ha trekanten som yndlingsfigur. Hver gang en figur dukker opp, liker Knas å dele den opp i trekanter. Hun kan oppdage en vidunderlig figur som heter sekskant.

Ungene snakker og forklarer på en annen måte til Knas enn til læreren. Kråka kan be dem å forklare på nytt. Den kan være forvirret eller den kan vise til hva den tror 'Katrine tenkte'. Kråka sitt språk ligger mellom elevene og læreren. Noen ganger kan vi høre elever snakke med kråkestemmen når de sitter for seg selv og grubler. Kråka Knas kan hjelpe oss å trekke tråder, å aktualisere referanser. Den kan hjelpe oss å bevege mellom «dette lærer vi nå» og den matematiske fantasien. Det blir viktig at kråka er nysgjerrig.

Kan det være slik at Knas også hjelper læreren til å være nysgjerrig, inspirerer den til at også læreren lytter på andre måter, stiller andre spørsmål eller tenker andre tanker?

Da vil den være i mellomrommet: Mellom elevene og mellom elever og lærer, mellom situasjonene, mellom matematikken 'her og nå' og den matematiske fantasien. Der det foregår.<sup>7</sup>

## Mellom regnestykkene

Det er ikke trivielt å gjøre en drillpreget aktivitet meningsfull. Å lage regnestykker, å regne regnestykker, å automatisere og trene er en del av skolematematikken. Hvordan utvikles arbeid med regnestykker til et meningsfullt og undersøkende felt? I en klasse bruker de vann i gjennomsiktede engangsglass. Målestrek er tegnet inn. De har vann i glasset. Elevene leser av hvor høyt vannet står: 5. Elevene drikker av sugerør og sjekker hvor mye som er drukket: Drakk 2.  $5 - 2 = 3$ . Størrelsen på glassene og tettheten av målestrekene kan varieres.  $14 - 3 = 11$ . Drikker mer.  $11 - 2 = 9$ . Drikker mer.

Elevene sammenligner glass. Ser på hvor mye vann til sammen. Lager stadig flere regnestykker. De sjekker. Sier høyt. Skriver. De søler nesten ikke. De vet at blir det mye søl, blir det slutt på aktiviteten, og dette er gøy!

Vi iakttar 2. klassingen som arbeider i matematikkboka si. Akkurat nå holder alle på med 8-tallet. De trener på å skrive tallet skikkelig. De øver på 'alt som blir 8'. De snakker høyt med seg selv eller sidemannen. De teller på konkreter og pinner. Noen arbeider på ekstrasidene. Der kan de velge hvor de vil arbeide og aktivitetene spres. Lene ser litt trøtt ut, hun strever. «Har du lyst til å regne med vannglass?» spør lærer. Lene blir glad. «Det skal handle om 8», sier lærer. «Trine, vil du være med?»

Læreren er ekstra bevisst på Trine og Lene. Hun ser at vannglassene hjelper til med selve regnestykkespråket. Hun er imidlertid også stadig våken for ulike referanser, til oppdagelser omkring butikklek, hus, uteskole osv. Vannglassene er virksomme, men det trengs andre aspekter. Lærer utøver regi.

«Åtte millioner,» sa Lene i dagens samtaling. Kråka Knas har sunget en kråkesang for

dem i dag, om åtte potte millioner. Det er åtte potter med millioner frø.

### Bitene i puslespillet

Lærebokstyrt undervisning betegnes som motsatt til matematikkundervisningen vi forsøker å stimulere. Vi kan se for oss elever som regner oppgaver fra side til side og som assosierer det å være flink i matematikk med å være kommet lengst i boka. Flest mulig rette svar på kortest mulig tid, er målet. Undervisning som drives i tråd med dette, må vi kunne hevde er ulovlig. Den er ikke i tråd med læreplanen. I det klasserommet arbeidet alle elevene med 8-tallet samtidig. I det klasserommet fantes ikke tall over 8 (slett ikke 2003). Læreren skulle hjelpe elevene til å bygge stein på stein, vente på hverandre og bygge videre. Det var viktig at vi var systematiske. Elevene kunne utsettes for å få 'hull' i sin kunnskap hvis vi ikke fulgte 'opp-satt progresjon'. Progresjonen var definert i læreboka. Problematiserte vi hva elevene lærte? Hørte vi spørsmål som: *Lærer de matematikk når de skriver regnestykkene sine?*

Dagens klasserom korresponderer bedre med læringsynet Olof Magne viser til når han bruker puslespill som metafor.<sup>8</sup> Vi bygger ut kunnskap ved at vi stadig får flere biter til å falle på plass i bildet vårt. Det handler altså om å hjelpe elevene til å bli kjent med bitene og sammenhengene de skal inngå i. Skal vi stimulere en slik prosess blir det viktig å stimulere det undersøkende barnet, det kreative og fantasierende barnet.

Vi ønsker å legge tilrette for at elevene utvikler sine matematiske tanker og omtaler det gjerne som elevens tekstskaping. Vi forsøker å legge tilrette for meningsfulle situasjoner. Elevene uttrykker sine måter å tenke på. De tegner, regner på fingrene, bruker konkreter, klipper ut; det skapes meningsfulle tekster.<sup>9</sup>

Da er det et poeng at tekstene (aktivitetene) får betydning i lys av hverandre.

Vi utfordres til å reflektere over hvordan drilloppgaver i ei lærebok kan bli meningsfulle i lys av andre aktiviteter elevene arbeider med. Vi etterstreber at elever vil være spørrende og utforskende når de arbeider i lærebøker. Til å trekke assosiasjoner, og for eksempel utvide oppgavene. Til å tenke: «Det er akkurat sånn som når vi gir penger igjen på butikken», «Dette er et kvadrattall». Til å si: «Dette kan jeg nå, kan jeg få en *grublis* som har noe med åttetallet å gjøre?»

Praksis viser at det er mulig å knytte matematikk til læreboka samtidig som vi har andre aktiviteter som skaper variasjon og motivasjon. Dette kan fungere slik at matematikken *blir* i læreboka, mens de andre aktivitetene blir liggende ved siden av som 'artige opplevelser'. Resultatet kan bli at den 'skikkelige' matematikken forblir 'lærebokmatematikk'.

Men dette kan også fungere slik at lærebokarbeidet *preges* av aktivitetenes kvaliteter, og slik at aktivitetene *preges* av lærebokstoffet. Aktivitetene får betydning i lys av hverandre.

### Det skjer mellom:

Vi søker matematikkaktiviteter som er 'gode', lystbetonte og meningsfulle.

Elevene lærer ved å være i aktivitetene og ved å bevege seg mellom dem.

Elevene lærer ved å være i aktivitetene og ved å bevege seg ut av dem.

Elevene lærer ved å være der aleine og av å være der sammen med andre.

Elevene har regien, de beveger seg mellom «dette lærer jeg nå» og matematisk fantasi.

Elevene beveger seg, lærers ledelse blir viktig.

Lærer tilbyr matematikk som måter å ordne på, som måter å tenke på.

Lærer etterstreber å aktualisere referanser, etterstreber det matematisk spørrende.

Det skjer mellom elevers og lærers regi.

### Kilder

Artikkelen er inspirert av arbeid med avhandlingen *Fleksible språkrom. Matematikk læring som tekstutvikling og samtaler med: Åshild Sveinsgjerd, Trude Fosse, Lisbeth Alver, Birte Endresen Charalambous, Maiken G. Tysland Huseby, Asbjørg Øvrebust.*

### Noter

- 1 Viser til artikkel om dette i Johnsen Høines, M. (red.) (1996): *De små teller også*. Caspar Forlag (side 81–102)
- 2 Dette belyses gjennom språk av 1. og 2. orden. Referanse kan ses i sammenheng med oversettelsesledd slik det utvikles i Johnsen Høines, M. (1998): *Begynneropplæringen*, Caspar Forlag.
- 3 Holden, I. m.fl. (2003): *Skolens matematikkdag*. LAMIS.
- 4 Se også sidene 67 og 72 i artiklene om matematikkens dag/uke.
- 5 Denne ideen utdypes i materialet *Matematiske utfordringer*, Caspar Forlag og i Selvik, B.K. & Tveite, K. (2000) *Matematiske sammenhenger. Tallære*. Caspar Forlag (side 44)
- 6 Alrø, H. & Skovsmose, O. (1993): *Det var ikke meningen – om kommunikasjon i matematikkundervisningen*. NOMAD, 1 (2), 6–29
- 7 Kråka Knas omtales ikke her som et ideelt metodisk virkemiddel. Hun brukes for å beskrive det vi lærere ofte forsøker å få til: Å bevege oss mellom. Åshild refererer til Tveite, M.M. m.fl. (1997): *Historien og sangene om kråka KNAS*. Høyskoleforlaget. Den var en begynnende inspirasjon til å arbeide med kråka Knas.
- 8 Magne, O. (1994): *Taluppfatningens pussel*. Lærerhøgskolan, Malmö.
- 9 Tekstskaping og grublis utdypes i Begynneropplæringen. Anbefaler også Solem, I.H. & Reikerås, E.K.L (2001): *Det matematiske barnet*. Caspar Forlag

## Matematisk kulturhistorie

Av høgskolelektor Steinar Thorvaldsen

**Matematikken er en av de første og største historier vår kultur vet å fortelle.**

**Her får du møte en del av menneskene og historiene bak tallene og formlene.**

**Målgruppe er studenter og lærere i videregående skole og høgskolesystemet. Boka vil også være av interesse for elever og lærere på ungdomstrinnet.**

Rikt illustrert, 180 sider.

Kr. 150 + porto.

Bestilling til: [eureka@hitos.no](mailto:eureka@hitos.no)

eller til

Eureka, Høgskolen i Tromsø, 9293 Tromsø



# Henrik Kirkegaard

## Stjerner



Stjerner er en forunderlig ting. Så fjerne og dog så nære.

Åse Elisabeth satt og trippet og hadde tydeligvis noe hun måtte fortelle for hele klassen. «Jeg så et stjerneskudd i går kveld,» fortalte hun stolt, «og mamma sa, at jeg måtte skynde meg å ønske noe; men ikke fortelle det til noen, for så ville ønsket mitt ikke gå i oppfyllelse.» En skog av hender spratt i været, alle ville fortelle om stjerner de hadde sett og ikke sett, om McDonald-stjernene (det viste seg å være stjernebilledet Kassiopeia), om stjerner som kanskje ikke var mer å se, om engler og bestemor og andre berømte personligheter som satt på en stjerne og blinket til oss ned.

Jeg fortalte 3. klasse at solen også var en stjerne. Ville protester. Nei, solen var rund, mens stjerner var takkete. Diskusjonen gikk over til hvor mange takker en stjerne har. Jeg forsøkte meg med et par naturfaglige forklaringer om stjerners utseende; men måtte hurtig erkjenne at elevenes ellers nesten grenseløse tro på læreren ikke gjaldt i dette tilfelle. Slutten på det hele ble, at vi tok et ministjerneprojekt. Dette kan tilpasses de fleste klassetrinn.

1. Tegn en stjerne uten å løfte blyanten! Hvor mange forskjellige stjerner klarer du å tegne (antall takker)?
2. Lag en stjerne på et spikerbrett. Ta en fjøl på rundt 18×18 cm. Tegn en sirkel (bruk en papptallerken) og slå i opp til 12 spikrer (men det er ganske valgfritt) i passende avstand langs sirkelen. Trekk garntråd fra spiker til spiker slik at du får en stjerne.
3. Mønsterstjerneark. Finn stjerner på mønsterarket og fargelegg slik at det blir et fint mønster.
4. Brett papirarket og få en femtakket stjerne med et klipp. Se figur.

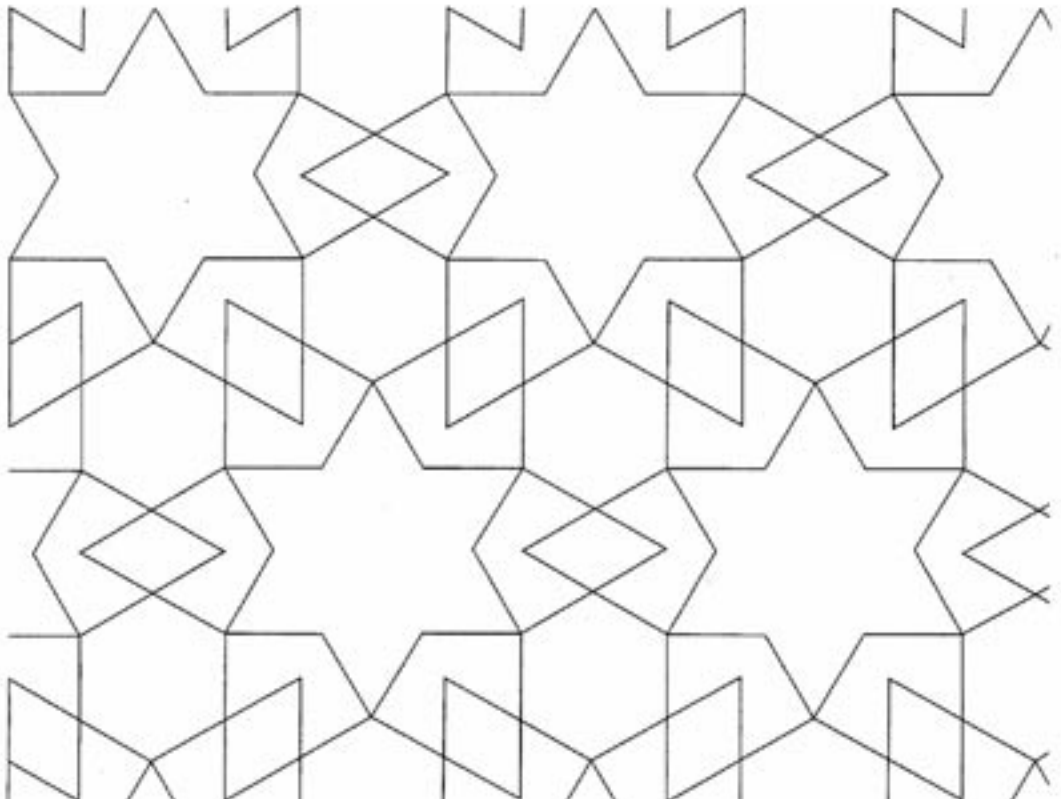


God fornøyelse!

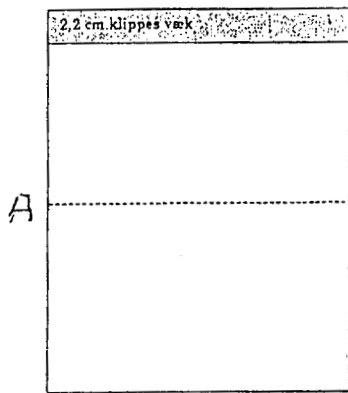
Henrik

NB! En større og mer kopipennlig utgave av 'Mønsterstjernearket' finner du på nett: [www.caspar.no/tangenten/2003/henrik203.html](http://www.caspar.no/tangenten/2003/henrik203.html)

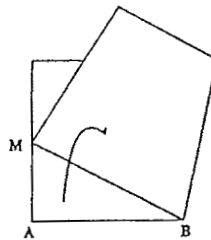




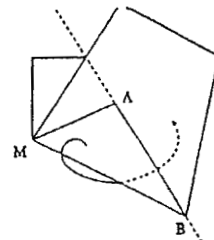
**Klip en stjerne med ét klip**



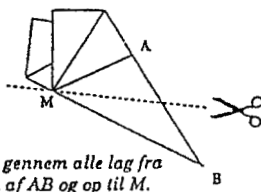
1. Fold et afkortet A-4 ark på midten.



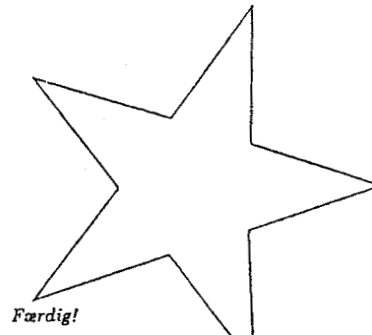
2. Fold rektanglets ene hjørne op til midten M.



3. Fold A ind over MB, og fold så det hele bagom langs linien gennem AB.



4. Klip gennem alle lag fra midten af AB og op til M.





## Bokomtaler

Steinar Thorvaldsen:  
*Matematisk kulturhistorie*  
Høgskolen i Tromsø/Eureka forlag, 2002  
180 sider

To sitat frå forordet kan stå for det noko av det viktige ved denne boka: «Alle kulturer har behov for å fortelle sine historier.» «Boka er ikke et forsøk på å gi en samlet matematikkhistorie, men heller en framstilling av viktige elementer [...] som har fått betydning i ettertiden. [...] Samtidig prøver jeg å skrive en 'populær' historie som også er ment å være rimelig pålitelig.»

Det siste lukkast forfattern med. Boka er 'populær' i ordets beste forstand. Du treng ikkje store kunnskaper og lang utdanning i matematikk for å lese henne. Det du treng er eit grunnlag i faget og eit ønske om å la deg *fascinere*. Fascinere over alle dei ulike oppdagingar som er gjort og dei menneska som sto bak disse oppdagingane.

Eit døme kan vere historia om Kepler og dei 'østerrikske tønnene': Litt tilfeldig flytter astronomen frå Praha til Linz i Østerrike i 1612. Det året er det ein rik vinhaust, og Kepler legg merke til at vinhandlarane har ein spesiell metode for å måle innhaldet i vintønnene. Dei

stikk ein stav ned i tønna og les av volumet som ein avstand på staven. Dette gjev han inspirasjon til ei djupare analyse av liknande problem: korleis finne volumet av 'omdreingslekamer'? Han gjev så ut ei bok om dette: *Stereometria* (rommål) i 1615. Denne vart lest av mange, og var eitt av mange verk som danna grunnlaget for det vi kjenner som *infinitesimalrekning*.

Eg får som lesar her eit kort (3 sider) innblikk i både forhistoria til, matematikken bak og konsekvensane av denne oppdaginga. Dette er fascinerande, men samstundes den einaste kritikken eg har mot boka: Den er uhyre kompakt.

### Nyt boka i små porsjoner

Det verkar av og til som om forfattern har for mykje han vil sei, og for lita plass å sei det på. Eg får ikkje pustepauser før det kjem noko nytt. Keplers vintønner er i starten av kapitlet 'Framveksten av den matematiske analyse'. Før Kepler har vi møtt Zenon, Arkimedes, Eudoxos, Hippark og Aristoteles, for å nevne nokon. Etter Kepler kjem Cavalieri, Fermat, Barrow, Newton og Leibniz. I tillegg til minst 24 (!) andre navn. I løpet av 23 sider er det over 40 referansar til historiske personar; mange av dei med korte biografiske skisser vevd inn i teksten.

(fortsettes side 25)

# Matematiske Koffert

## Innhold

1. Konkretiseringsmaterieell for klassen
2. Overhead-materieell for læreren
3. Ressursperm med læringsaktiviteter og undervisningsopplegg knyttet opp mot
  - læreplanens mål og hovedmomenter
  - internasjonale kriterier for matematikkompetanse

Ingvill M. Holdens Matematiske Koffert er basert på hennes egen forsknings- og undervisningserfaring, og samarbeid med lærere og elever fra ulike skoler og klassetrinn. Utstyr og forslag til aktiviteter er resultater av års erfaring og utprøving.

## ...i salg nå



**Modul 1 for Ungdomstrinnet:**  
Ordinær pris kr. 10.300,-

**kr. 9.785,-**



**Modul 1 for Mellomtrinnet:**  
Ordinær pris kr. 8.800,-

**kr. 8.360,-**

Detaljert innholdsliste og bestillingsskjema på  
[www.simplicatus.no/math](http://www.simplicatus.no/math)

Ordrefax

**63 00 29 33**

**5% rabatt for LAMIS-medlemmer**  
(oppgi medlemsnr. ved bestilling)

**Alle priser eks. MVA**

**Ca. to ukers leveringstid**

# Caspar Forlag AS

## Bøker for begynneropplæringen

Johnsen Høines:

Begynneropplæringen 325,-  
Fagdidaktikk for barnetrinnets  
matematikkundervisning

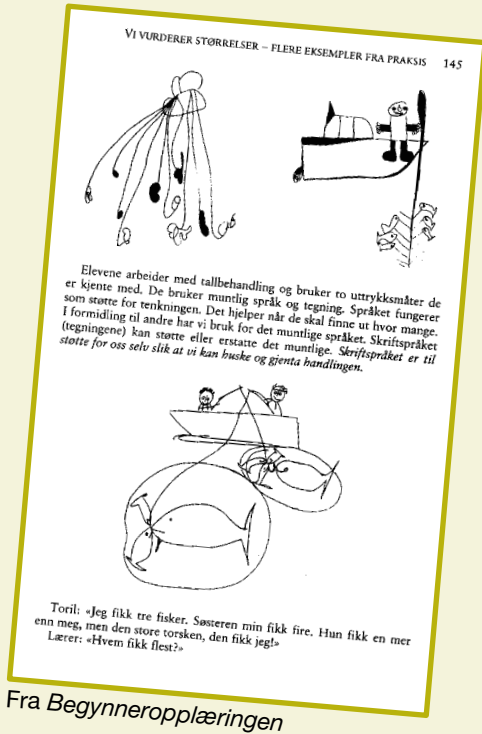
Johnsen Høines (redaktør):

De små teller også 225,-  
Matematikk i førskolepedagogikken

Reikerås/Solem:

Det matematiske barnet 330,-

Micro-  
Daisy  
(settes  
på tryk-  
keriet)



Caspar Forlag AS,  
Postboks 2966 Landås,  
5825 Bergen

bestilling@caspar.no · www.caspar.no



# Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen

Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen ble opprettet den 1. august 2002. Utdannings- og forskningsdepartementet er senterets styre, og et spesielt faglig råd skal opprettes. Senteret skal være en ressurs for alle som er involvert i matematikkopplæring i Norge, og det er et uttalt mål å satse på et sterkt nordisk samarbeid.

**Visjon:** Matematikk i opplæringen skal ha høy kvalitet. Det faglige arbeidet skal vekke glede og interesse for matematikk og føre til høy faglig kompetanse.

**Hovedmandat:** Senteret skal ha som hovedoppgave å lede og å koordinere utvikling av nye og bedre arbeidsmåter og læringsstrategier i matematikkopplæringen i barnehage, grunnskole, videregående skole, voksenopplæring og lærerutdanning i Norge. Senterets målgruppe er først og fremst lærere som underviser i matematikk i skole og lærerutdanning, samt lærerstudenter ved høyskoler og universiteter, og læremiddelutviklere. For å bygge opp et positivt syn på matematikk i samfunnet generelt, vil også foreldre, media og allmennheten være viktige målgrupper for senterets virksomhet.

Senteret skal spre informasjon om aktiviteter, tilbud og resultater gjennom flere kanaler. Det er opprettet et nettsted for senteret som skal synliggjøre senterets virksomhet. Via nettstedet publiseres et månedlig nyhetsbrev. Her finnes også et diskusjonsforum, hvor alle interesserte kan nå oss, delta i debatter og diskusjoner, komme med råd, spørsmål og innspill. Adresse: [www.matematikkcenteret.no](http://www.matematikkcenteret.no)

I tillegg har vi behov for å kunne nå målgruppen gjennom et tidsskrift. Det var derfor med stor glede og entusiasme vi mottok tilbudet fra Caspar Forlag om å kunne kjøpe plass i Tangenten. Senteret vil ha omtrent åtte sider med spesialstoff i hvert nummer fra og med dette nummeret. Etter hvert vil medarbeidere og stipendiater ved senteret delta med bidrag til disse sidene. Denne gangen er sidene i sin helhet skrevet av faglig leder ved senteret, Ingvill M. Holden.

Innholdet i dette nummeret er:

- Matematikk overalt* – et eksempel på FoU-prosjekt ved senteret
- Konferanser og kurs 2003* – informasjon om konferanse- og kurstilbud ved senteret
- LAMIS sommerkurs 2003* – informasjon og foreløpig program



## Navnekonkurranse

Vi utfordrer alle Tangentens lesere til å være med i navnekonkurranse. Vi vil ha forslag til et *kort* navn for matematikksenteret. Navnet skal gi assosiasjoner til matematikkundervisning, og skal kunne oversettes til engelsk. Den som

sender inn et navn vi kan bruke, vil vinne en matematikkoffert.

Send forslag til [merete.lysberg@matematikksenteret.no](mailto:merete.lysberg@matematikksenteret.no) før sommerferien.



## Matematikk overalt!

Hvordan et lite utforskningsprosjekt i matematikk ble til et felles matematikkløft for en hel skole.

*Ingvill M. Holden*

To lærere og en forsker laget et samarbeidsprosjekt som skulle gi elevene større matematikkglede, mer aktiv deltakelse og tro på seg selv. Gjennom systematisk og bevisst arbeid med å la elevene være aktivt med i prosessen med å bygge opp hele klassens matematikkompetanse, skulle vi gi elevene trygghet og tro på verdien av sine egne matematikktanker, idéer og kunnskaper. Elevene skulle få oppdage at de hadde opplevelser og erfaringer som kunne bringes inn i matematikkundervisningen, systematiseres og gis et felles matematisk språk som alle kunne lære. Lærerens viktige rolle i forhold til å inspirere og motivere, og ikke minst skape en ramme og atmosfære som innbyr til aktiv deltakelse, var en rød tråd gjennom prosjektet. Det er en trenings-sak å kunne lytte med et 'matematisk øre', se med 'matematiske briller' og på denne måten respondere på elevenes innspill slik at de kan formuleres i et matematisk språk og trekkes inn i læringsprosessene.

*«Før var matematikktimene de stilleste timene. Nå er det de timene med høyest lydnivå. Men det er lyd med mening!»*

Arne Gravano, lærer og medforsker

### Oppstarten

Etter et år i USA, med et klasseromsforskningsprosjekt som påviste lærerens viktige rolle som igangsetter, pådriver og oppmuntrende veileder, kom jeg tilbake til Norge med ønske om å bidra til at flere norske elever fikk oppleve et slikt læringsmiljø og en slik matematikkundervisning. Situasjonen i Norge og USA er veldig ulik når det gjelder organisering av undervisningen, lærernes undervisningsoppgaver, og tenking rundt faglighet og spesialisering. En lærer i USA er faglærer fra 3. klasse og oppover. Bare de aller første årene finnes noe som likner på våre allmennlærere. Elevene skifter nesten uten unntak lærer hvert år, og de har ulike lærere i ulike fag. En 6. klasse matematikklærer er 6. klasse matematikklærer, til nød også 7. klasse matematikklærer. Det betyr at hun har matematikk for mange klasser på dette trinnet, og blir etter hvert en dreven spesialist i nettopp dette trinnets matematikk. Samtidig må hun selvsagt være godt orientert om hva som



har vært undervist før dette trinnet, og hva som kommer etterpå. Svært forskjellig fra dette, er vår tanke om at en lærer skal ha en gruppe elever (klasse) i så mange fag

som mulig, og gjennom så mange klasstrinn som mulig, i alle fall i barneskolen. Vi har en tro på at dette gir det beste læringsmiljøet. Vi skal ikke gå inn på fordeler og ulemper ved de ulike måtene å tenke på, men bare konstatere at det er stor forskjell.

Mitt store spørsmål da jeg kom tilbake fra USA, var om den entusiasmen, interessen og gleden for matematikk som 'min' lærer i USA la for dagen, kunne læres av helt vanlige norske allmennlærere, slik at våre elever kunne bli inspirert til å tenke matematisk og få tro på at dette faget er nyttig og morsomt for alle. Første skritt på veien skulle bli å lage lærebøker for 3. og 4. klasse i samarbeid med Vivi Nilssen, bøker som forutsatte en entusiastisk lærer som ville tenke på bøkene som inspirasjon til å gjøre mye matematikk med elevene utenom boka. Hvert tema bygger på elevdeltakelse, matematikksamtaler, laborativ matematikk (aktiviteter med bruk av en form for utstyr) og vilje og mot til å ta noen sjanser, slippe kontrollen. Neste skritt på veien, var å finne en lærer som ville la meg få komme til klassen og samarbeide med henne om å prøve ut en slik annerledes matematikkundervisning, med bruk av de nyskrevne bøkene. Den ene læreren ble til to lærere som utgjorde et team på 3. klasstrinn. Lærerne var Anne-Gunn Svorkmo og Arne Gravanoes på Eberg skole i Trondheim. Klassene var to helt allminnelige 3. klasser. Skolen var helt ny, med delvis åpne løsninger og moderne innredning og egne inngangspartier for hvert klasstrinn. Dette gjorde at vi

kunne skifte mellom ute- og inneskole, delte klasser eller samlede klasser, alt etter hvordan det passet inn i opplegget.

### Utviklingen og spredningen

Jeg møtte to åpne og nysgjerrige lærere, som var mer enn villig til å prøve nye metoder og la elevene eksperimentere, diskutere og lage sine egne kreative løsninger på matematiske utfordringer. En av de første milepælene vi nådde, var matematikkbasaren. Der fikk elevene komme med ideer til hva en matematikkbasar kunne by på, og vi lærerne satte sammen deres og våre tanker til en helhet. Det ble til ti boder med alt fra selvlagede pilspill og fiskedam, til fingerhekling på tid. 'Gjett og sjekk' var viktige stikkord for en del av utfordringene ved bodene. Dette var den første virkelig store synliggjøringen av hvor mye matematikk de faktisk kunne. Det var også en bevisstgjøring for elevene selv. De var verter og gjester for hverandre ved de ulike bodene. Det var konkurranser, premier og servering. Men det som nok var den største milepælen, var at de andre elevene ved skolen, rektor og de andre lærerne virkelig fikk øynene opp for at det foregikk spennende matematikkundervisning og utviklingsarbeid hos Anne-Gunn og Arne. Elevene inviterte 4. klasse til å komme på basaren, og fikk stor selvillit og tro på egne evner da de oppdaget at det var like store matematiske utfordringer på basaren for 4. klassingene som det var for dem selv.

Etter dette ble det uttrykt ønske fra ledelsen og de andre lærerne ved skolen om at de også ville lære å undervise matematikk på nye måter. Det ble heldagskurs med presentasjon av konkrete undervisningsopplegg. Så kom spørsmål om utstyr. Hva har vi bruk for? Hva kan vi lage selv? Hva kan elevene lage? Anne-Gunn hadde forlenget begynt å eksperimentere

med ideen om 'matte-sløyd'. Hun har kunst og håndverk som fag, og er samtidig veldig flink til å se matematikken i praktiske sammenhenger. Vi hadde jobbet med matematikk i uteskole, og dette begynte å interessere Arne mer og mer. Vi utviklet ideer sammen, testet det ut i klassene, og formidlet det videre til de andre lærerne. Det var et viktig poeng å identifisere det matematikkfaglige innholdet i aktivitetene i lys av målene i læreplanene. Hvis vi skulle løsrive oss mer og mer fra lærebøkene, måtte vi være sikre på at vi lagde undervisningsopplegg som tok vare på målene i læreplanen. Det ble viktig å informere foreldrene om hvordan vi tenkte og arbeidet, og vi oppdaget at det lå mange misforståelser blant de voksne om hva det betyr å forstå matematikk og matematiske begreper. For mange foreldre og lærere ble mestring av ferdigheter oppfattet som forståelse.

Etter hvert ble flere og flere lærere engasjert i å lage laborative matematikkopplegg, og motivasjonen og drivkraften bak lærernes



engasjement ble forsterket gjennom elevenes entusiasme og glede over å få jobbe med matematikk på denne måten. Litt skeptiske foreldre ble invitert med på matematisk aften sammen med elevene, og fikk føle at det var mer enn nok av faglige utfordringer i den praktiske tilnærmingen til matematikken. Spill og kon-

kurranser, problemløsningsoppgaver, dramatisering, utematematikk og matematikk i kroppasøvningsfaget ble utviklet og utprøvd.



Underveis i prosessen hadde vi kurs og samlinger der mange problemstillinger ble drøftet og diskutert. Var vi systematiske nok? Lærte elevene det de skulle? Hva med de 'svake' elevene? Fikk de nok trening i basisferdighetene? Når skulle elevene lære gangetabellen? Skulle de lære å stille opp regnestykkene slik vi er vant til fra tradisjonell undervisning? Ville elevene bli forvirret over å se mange ulike måter å regne ut et og samme stykke på? Hva med hjemmearbeid? Kunne elevene ha spill som hjemmelektse? Kunne de ha praktiske hjemmeoppgaver? Skulle leksene kontrolleres?

### Resultatene

Elevene på Eberg lærer det de skal, og mere til. Motivasjonen for matematikk er stor. Elevene har tro på egne evner, og tør å ta sjanser. Skolen har nå hatt matematikk som satsningsområde i over to år, og det synes. Lærere som tidligere trengte hjelp til å finne alternative opplegg og undervisningsformer der læreboka er mindre viktig, har utviklet kompetanse som langt overgår det som er vanlig å finne på andre



skoler. Laborativ og eksperimenterende matematikk er snarere regelen enn unntaket.

Skolen er også en av fem skoler i den midt-norske delen av Minerva-

prosjektet, en satsing på jenter og matematikk. Mødre, tanter og bestemødre er mentorer og rollemodeller som er med og lager matematikkklubb for jentene, leder eller deltar i prosjekter der anvendelser av matematikk i ulike yrker er vesentlig, og tar imot jentene på sine egne arbeidsplasser.

Matematikksatsingen har blitt lagt merke til utenfor skolen. Først av en evalueringsgruppe fra Statens utdanningskontor, senere av utvalget som valgte ut demonstrasjonsskoler. Nesten daglig tar skolen imot besøk fra lærere som kommer reisende fra ulike deler av landet for å bli inspirert til å tenke nytt i forhold til matematikkundervisningen på egne skoler. Anne-Gunn og Arne er, sammen med flere lærere på Eberg, etterspurte kursholdere.

Men de vil videre. Nå melder behovet seg for faglig fordypning. Fem av lærerne på skolen er i gang med kompetansegivende kurs i matematikk og matematikdidaktikk.

De skal fungere som faglige ressurspersoner på skolen. I tillegg er alle lærerne med på et etterutdanningsopplegg med differensiering i matematikk som tema. Skolen vil fortsette med å være en ressursskole i matematikk for de andre skolene i Trondheim, og kanskje også for hele landet.

### Spredningsmodell

---

Det brukes mye penger og ressurser på kompetansehevingprosjekter i ulike kommuner. Mange modeller prøves ut, og det er uklart hvor gode resultatene blir, hvis gode resultater skal være ensbetydende med synlige og varige endringer av praksis, slik at elevene blir mer motivert og får bedre læringsutbytte.

'Eberg-modellen' for kompetanseheving virker. Med få ressurser har et lite forskningsprosjekt, der en forsker startet et samarbeid med to lærere, ført til at et helt lærerpersonale har blitt løftet til en gruppe med svært kompetente matematikklærere. I tillegg fungerer skolen som inspirasjon for andre skoler over hele landet. Dette er en modell vi vil bygge på når vi skal 'sende ut' ressurspersoner fra Matematikksenterets nettverk som vi er i ferd med å bygge opp.

## Konferanser og kurs 2003

### Årlige nordiske konferanser ved Matematikksenteret

---

Mange lesere av Tangenten var med på åpningskonferansen til Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen fra 16. til 19. november 2002. Nesten 300 lærere deltok på denne nordiske konferansen, som Bengt Johansson fra det svenske Nationellt Centrum

för Matematikutbildning kalte en historisk begivenhet. Med denne konferansen satte vi standarden for noe vi håper skal bli en møteplass for lærere, lærerutdannere, forskere og andre som er interessert i matematikkundervisning.

Det som skal kjennetegne våre novemberkonferanser, er en kombinasjon av faglig og sosialt samvær, profesjonelle bidragsytere av høy nordisk standard, temaer og opplegg som føles relevante, gir et faglig løft, og kan bidra til ny inspirasjon og positiv utvikling av egen undervisningspraksis. Det er et viktig mål å



skape et forum for nettverksbygging, der matematikinteresserte fra hele norden skal treffe nye mennesker og knytte varige kontakter. Deltakerne skal reise hjem med en god følelse av å ha vært med på noe hyggelig, viktig, godt og nyttig, som vil prege arbeidet deres etter konferansen.

Vi skal lage fyldige rapporter fra alle våre konferanser. Konferanserapporten fra åpningskonferansen er sendt ut til alle deltakerne. De som ikke var til stede, og ønsker å kjøpe rapporten, kan henvende seg til Merete Lysberg ved matematikksenteret. Hun har email-adresse: [merete.lysberg@matematikksenteret.no](mailto:merete.lysberg@matematikksenteret.no).

Rapporten koster kr 200,- inkludert porto.

Vår andre novemberkonferanse vil ha tema 'Popularisering av matematikk – en lenke mellom skolematematikken og matematikk som forskningsfelt'. Når vi har valgt dette tema, er det flere viktige grunner til det. Vi ønsker å vise at det går an å gjøre matematiske problemstillinger som er interessante fra en forskers ståsted, tilgjengelig for et bredt publikum med interesse for og nysjerrighet på matematikk. Det er ikke mulig å forstå detaljene, men vi er overbevist om at det skal være mulig å sette matematiske problemstillinger inn i en kontekst som er tilgjengelig for andre enn ekspertene. Slik kan også flinke elever

få et slags bilde av hva en matematiker arbeider med. Dette vil være et tema som kan knytte fagmiljøene i matematikk og matematikdidaktikk sammen, og slik at også



lærere i skolen kan føle seg som en del av dette miljøet, og en viktig inspirator for egne elever. Vi vil vise skjønnheten i matematikken og gjøre den tilgjengelig for mange! Dette skal også være en nordisk konferanse, og med den kjente matematiker Vagn Lundsgaard Hansen fra Danmarks tekniske universitet i programkomiteen, skal vi få noen gode bidragsytere til konferansen. Han har selv holdt en rekke populærforedrag om matematikk i inn- og utland, laget TV- og radioprogrammer og skrevet flere flotte bøker. Han vil være en av hovedforedragsholderne på konferansen. Vi satser også denne gangen på å skape en god stemning og en sosial ramme rundt konferansen, ved å invitere deltakerne til litt 'lettere' aktiviteter og opplegg lørdag og søndag før selve konferansen begynner. 'Oppvarmingen' skjer den 15. og 16. november, før det faglige programmet for alvor starter mandag den 17. til tirsdag den 18. november. Informasjon om program og påmelding vil bli lagt ut på hjemmesidene våre i løpet av mai. Adressen er [www.matematikksenteret.no](http://www.matematikksenteret.no)

### Seminarer for ressurspersoner

I september skal vi samle ressurspersoner fra hele landet til seminar. Dette er et ledd i oppbyggingen av et nasjonalt nettverk av lærere som kan være med å utvikle og heve kvaliteten på matematikkundervisningen i skolene i Norge på alle nivå. Vi samles til tre dagers seminar, der undervisning og læring blir satt inn i en teoretisk ramme. Viktige temaer som





Ola Bolstad – ressurslærer fra Sogn og Fjordane

blir tatt opp er blant annet læringssyn, motivasjon og selvtillit, differensiering, lærerens rolle som inspirator, igangsetter og pådriver, foreldresamarbeid, undervisningsmateriell og bruk av alternative læringsarenaer. Vi ønsker å 'utdanne' lærere som kan holde kurs og drive veiledning i sine egne regioner. Det første delmålet er å ha to ressurslærere i hvert fylke, som kan være frikjøpt fra deler av undervisningen. På lengere sikt, vil vi arbeide for å få rundt hundre ressurslærere spredt over hele landet.

Lærere som mener de kan bli en ressursperson på lokalt plan, kan søke om å få være med på seminaret i september 2003. Vi må få opplysninger om utdanning, undervisningserfaring, eventuell etter- og videreutdanning i matematikk, eventuell deltakelse i forsknings- og utviklingsprosjekter og om dere har holdt kurs eller vært veiledere tidligere. Send en email til [ingvill.holden@matematikkcenteret.no](mailto:ingvill.holden@matematikkcenteret.no)

innen 15. mai 2003. Merk mailen med 'ressursperson'.

### Matematikkoffert for ressurspersoner

Alle ressurspersonene våre blir utstyrt med en Matematisk koffert, med utstyr som er spesielt egnet for kursvirksomhet.

Lærere som er blitt en del av vårt nettverk, vil bli invitert til årlige samlinger ved Matematikkcenteret for å utveksle erfaringer, få ny



inspirasjon og møte andre ressurslærere.

### Samarbeid med LAMIS om sommerkurs

I august vil Landslaget for matematikk i skolen arrangere sitt årlige sommerkurs i Trondheim. Da vil Matematikkcenteret stille med lokaler og støtte til arrangementet.

## LAMIS sommerkurs 2003:

### Matematikk i Livet, MiL

### 6.–9. august

Landslaget for matematikk i skolen inviterer for femte gang til sommerkurs. Etter debuten i Trondheim i 1998, har vi holdt sommerkurs

i Nesna, Kristiansand og Nordfjordeid. I år er vi tilbake i Trondheim, der vi inviterer til fire spennende dager med matematikkdiraktikk i

samarbeid med Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen.



Sommerkurset 2003 vil følge opp det arbeidet som er lagt ned fra tidligere år, men samtidig bringe inn nye aspekter. Denne gangen ønsker vi å vise matematikken i et tverrfaglig perspektiv og i anvendelser. Mange lærere opplever at det er vanskelig å svare når elevene spør «Hva skal vi bruke dette til?» og «Hvorfor må vi lære dette». Eller når de sier «Jeg har ikke bruk for matematikk, jeg som skal bli ...». Ved å presentere eksempler på gode matematikkopplegg rettet mot anvendelser i ulike yrker, og se matematikken som en del av elevenes hverdag, i lek og spill, i aviser, bøker og media, vil sommerens matematikkurs gi lærerne gode svar på disse vanskelige spørsmålene. Gjennom en kombinasjon av presentasjoner i plenum, med høyt kvalifiserte forskere og ressurspersoner fra skole-, høyskole- og universitetsmiljøer, parallellagte verksteder med praktiske og deltakerorienterte presentasjoner, diskusjoner i grupper og plenum, vil vi legge opp til et kurs der deltakerne er aktive bidragsytere til en vellykket helhet. Vi vil legge vekt på å få til en god sammenheng mellom tema for plenumspresentasjoner og verkstedsopplegg, slik at det så langt det er mulig, blir lagt opp parallellt for

alle nivåene i grunnopplæringen fra barnehage til videregående skole.

På sommerkurset får LAMIS-medlemmene muligheter for å møte gamle venner og knytte nye kontakter. Vi legger opp til fire dager med faglige og sosiale aktiviteter. Slik vil også sommerkursene stimulere til dannelse av lokallag og lokale samlinger gjennom hele skoleåret, noe som igjen bidrar til å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i norsk skole.



Vi anser sommerkurset 2003 som svært viktig for å motivere norske lærere til å delta og bidra ved den 10. internasjonale kongressen i matematikdidaktikk, ICME10, som skal arrangeres i København sommeren 2004. Dette er et felles nordisk arrangement, der det forventes 4000 deltakere fra hele verden. Presentasjon av nordisk matematikkundervisning, forsknings- og utviklingsarbeid vil utgøre en viktig del av programmet på konferansen, og vi håper å få mange norske lærere til å bidra. Dette blir en unik mulighet til å møte et stort internasjonalt didaktikkmiljø sommeren 2004. Det forventes fra de danske arrangørene at de andre nordiske landene stiller med 'funksjonærer' som kan være med å være vertskap under kongressen. Strukturen i programmet for sommerkurset er lagt, og de fleste bidragsyterne er klare. Vi gjengir her en programskisse, og henviser til hjemmesiden for sommerkurset for oppdatert og løpende informasjon.

# LAMIS sommerkurs 2003:

## Matematikk i Livet, MiL 6.–9. august

Program for kurset, med forbehold om små endringer:

### Onsdag 06.08

---

- kl 14.00 – 16.00 Ankomst og registrering  
kl 16.00 – 16.30 Åpning  
kl 16.30 – 18.00 Åpningsforedrag:  
Bruk av avis i matematikkun-  
dervisningen.  
Lena Lindenskov, Danmarks  
Pedagogiske Universitet,  
København.  
kl 18.15 – 19:30 Enkel middag på NTNU

### Torsdag 07.08

---

- kl 08.30 – 10.00 Verksteder med tema Bruk  
av avis i matematikkunder-  
visningen  
kl 10.30 – 12.00 Plenum: Matematikk og tek-  
nologi  
kl 12.00 – 13.00 Lunsj  
kl 13.00 – 14.30 Verksteder med tema Mate-  
matikk og teknologi  
kl 15.00 – 16.30 Plenum: Matematikk i spill,  
lek og sport  
kl 17.00 – 18.30 Verksteder med tema: Mate-  
matikk i spill, lek og sport  
kl 19.00 – Middag med sosialt arrange-  
ment

### Fredag 08.08

---

- kl 09.00 – 10.30 Plenum: Matematikk, kunst  
og arkitektur  
kl 11.00 – 12.30 Verksteder med tema: Mate-  
matikk i tverrfaglig tema- og  
prosjektarbeid  
kl 12.30 – 13.30 Lunsj  
kl 14.00 – Matematisk og sosial utflukt.  
Avsluttes med middag

### Lørdag 09.08

---

- kl 09.00 – 10.30 Verksteder med tema: Mate-  
matikk her og nå – om å  
gripe aktuelle situasjoner  
kl. 11.00 – 12.30 Avslutningsforedrag: Mate-  
matikk her og nå – om å  
gripe aktuelle situasjoner  
kl 12.30 – 13.30 Lunsj  
kl 13.30 – 14.30 Dialogkafé og debatt. Tema:  
Hvis jeg kunne lage læreplana-  
nene i matematikk ...  
kl 15.00 – 18.00 Årsmøte i LAMIS  
kl 19.00 – Festmiddag og dans på Kvil-  
haugen gård

NB! Påmelding og informasjon finnes på  
hjemmesiden for konferansen:

[www.alt.hist.no/~froder/lamis](http://www.alt.hist.no/~froder/lamis)

Det finnes også lenke til denne siden fra hjem-  
mesiden til LAMIS: [www.lamis.no](http://www.lamis.no)

Påmeldingsfrist: 15. mai 2003

### Kursansvarlige

---

Gerd Bones, Eberg skole, Trondheim

[gerd@didaktiv.no](mailto:gerd@didaktiv.no)

Ingvill M. Holden, Nasjonalt Senter for Mate-  
matikk i Opplæringen, (leder av LAMIS)

[ingvill.holden@matematikkcenteret.no](mailto:ingvill.holden@matematikkcenteret.no)

Lisbeth Karlsen, Høgskolen i Vestfold (styre-  
medlem i LAMIS), [lisbet.karlsen@hive.no](mailto:lisbet.karlsen@hive.no)

Frode Rønning, Høgskolen i Sør-Trøndelag,  
Trondheim, [froder@alt.hist.no](mailto:froder@alt.hist.no)

Kjersti Wæge, Nasjonalt Senter for Matematikk  
i Opplæringen/Ringve videregående skole,  
Trondheim, [kjersti.wege@plu.ntnu.no](mailto:kjersti.wege@plu.ntnu.no)

# Landslaget for matematikk i skolen



Landslaget for matematikk i skolen

v/Randi Håpnes

Institutt for matematiske fag

7491 Trondheim

lamis@matematikkssenteret.no · www.lamis.no

Postgiro: 7878 0500882 Organisasjonsnr: 980 401 103

Det overordnede målet for Landslaget for matematikk i skolen er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i grunnskolen, den videregående skole og på universitet/høyskole.

Landslaget skal stimulere til kontakt og samarbeid mellom lærere på ulike utdanningsnivåer og mellom lærere og andre som er opptatt av matematikk.

## Styret består av:

### *Fra grunnskolens barnetrinn*

Anne Gunn Svorkmo,  
Trondheim

Mona Røsseland,  
Snarøya skole

### *Fra grunnskolens ungdomstrinn*

Erling Friedmann,  
Sverresborg ungdomsskole  
Lisbeth Karlsen, Tønsberg

*Fra videregående skole*  
Bjørg Johansen, Trondheim  
Helge Flakstad, Horten

### *Fra høyskole/universitet*

Ingvill Holden, Trondheim  
(leder)

Kristian Ranestad, Oslo

## Medlemskontingent

NB! Disse prisene  
gjelder fra 01.01.2003

Skole/institusjon 500,-

Enkeltmedlem 275,-

Husstandsmedlem 150,-

Studenter 200,-

Tangenten inngår i kontingenten. (Gjelder ikke husstandsmedlemmer.)

# Lederen har ordet

Ingvill M. Holden

Matematikkdagen 2003 har blitt avviklet med stor suksess. Vi har fått mange nye medlemmer, og skolene rapporterer om entusiastiske elever. Målet vi satte oss i fjor, synes å være innen rekkevidde, nemlig å gjøre matematikkdagen til en offisiell begivenhet der alle skoler skal være med. Vi har samtaler med viktige personer i Utdannings- og forskningsdepartementet om å få dette på plass.

Vi jobber med å finne modeller for hvordan vi skal komme videre i arbeidet med opprettelse av aktive lokallag over hele landet. Der vil vi inngå et samarbeid med Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen. Skoleåret 2003/2004 vil Mona Røsseland bli ansatt i delstilling for å reise rundt i hele Norge for å møte lærere og hjelpe dem i gang med matematikksatsing. I tillegg skal hun samle Lamis-medlemmer til oppstart av lokallag. Slik håper vi å eta-

blere etterlengtede møteplasser for lærere på alle nivåer i skolen.

Arbeidet med sommerkurset 2003 er i full gang. Kurset skal holdes ved Matematikksenteret i Trondheim fra 6. til 9. august, og tema er Matematikk i Livet. Dette kan dere lese mer om på senterets sider i dette nummeret av Tangenten.

Jeg vil også benytte anledningen til å minne om den store internasjonale konferansen i matematikdidaktikk ICME10 i København i begynnelsen av juli 2004. Da bør minst et par hundre norske lærere, forskere og lærerutdannere legge deler av ferien til Danmark. Dette er et felles nordisk arrangement, og det er viktig å synliggjøre nordisk matematikkundervisning. Vi inviterer lærere fra hele Norden



til å delta med egne opplegg til vårt Matematiske sirkus, som skal være på konferanseområdet under hele konferansen. De som bidrar, vil få dekket reise og konferanseavgift. Les mer om dette på <http://www.icme-10.dk/>

Vi sees på sommerkurset i Trondheim!



# Det første møtet i lokallaget for Oslo/Akershus

De ivrigste LAMIS-medlemmene har nok fått med seg at det nå er startet et lokallag for Oslo og Akershus. Vi hadde vårt første møte 22. januar på Blindern. Jeg hadde tatt hånd om påmeldingene, så jeg visste vi ville bli mange, ca. 250 personer. Vi ble derfor nødt til å flytte møtet til et stort auditorium, noe jeg tror gikk greit for alle. En annen bekymring var kaffeserveringen. Hvor lang tid tar det for 250 personer å forsyne seg når man har to beholdere med kaffe? Rett svar er vel 15 minutter. Vi hadde en halv time til rådighet, så alle fikk servering.

Møtet var i hovedsak viet heftet til Matematikkens dag. Mona Røsseland tok utgangspunkt i heftet og fortalte om ulike måter selve dagen kan organiseres på. Hun baserte mye på en lang rekke gode erfaringer hun har fra det å arrangere slike dager. Hun gikk gjennom mange av aktivitetene

og forklarte hvordan de kunne gjennomføres. De fleste er godt beskrevet i heftet, men noen av presentasjonene er forholdsvis kortfattede, så det kan være greit å få de utdypet. I tillegg kan mange av aktivitetene gjennomføres på forskjellige måter, og Mona viste noen slike. Spesielt er det en utfordring å tilpasse enkelte aktiviteter til de minste ungene. Mona la stor vekt på at også disse elevene trenger og lærer mye av slike aktiviteter, og at det av og til kan være lurt å introdusere aktivitetene i forkant av selve dagen. For alle elevene er det viktig å ha passende hjelpemidler tilgjengelig, som konkrete og ark til å tegne eller skrive på. Mye god matematikklæringen ligger i det å skrive ned og rapportere fra aktivitetene. I de aktivitetene hun presenterte, pekte Mona på noe av den matematikken som elevene ville få befatning med. Dette er nokså tynt beskrevet

i heftet. Ved å tydeliggjøre de matematiske begrepene i aktivitetene, vil det være enklere å knytte aktivitetene til den øvrige undervisningen.

Til slutt informerte Guri Norvedt kort om lokallaget. Alarmen ble satt på kl 21.00, og vi rakk akkurat å komme oss ut i tide! Vi hadde like før møtet fått tak i en god del hefter som ble solgt eller delt ut til nye medlemmer. Med dette heftet og Monas kommentarer tror vi alle fikk med seg mye som kunne brukes i undervisningen.

*Bjørnar Alseth*

# Oslo/Akershus lokallag

Stiftelsesmøte og verkstedskveld

Sted: Høgskolen i Oslo, Bislet, Pilestredet 52

Tid: onsdag 21. mai 2003

Stiftelsesmøte kl. 1800–1900, Verkstedsokt 1900–2100

Et interimstyre har fungert siden 7. januar 2003. Nå er det tid for å etablere et permanent styre. Interimstyret har bestått av 4 medlemmer:

Kristian Ranestad, Bjørnar Alseth, Guri Nortvedt og Mona Røsseland.

Alle matematikkinteresserte lærere og studenter er velkommen, men bare medlemmer av Landslaget for matematikk i skolen kan stemme.

Interimsstyret fungerer som valgkomité og forslagene til sty-

remedlemmer vil bli offentliggjort på [www.lamis.no/lokal.htm](http://www.lamis.no/lokal.htm)

## Saksliste for stiftelsesmøtet

1. Oppnevning av referent
2. Godkjenning av egne vedtekter for lokallaget
3. Valg av 4 styremedlemmer, samt 4 varamedlemmer for 2 år. Det velges fortrinnsvis en representant fra hvert skoleslag. Styret konstituerer seg selv.
4. Lokallagets aktiviteter
5. Eventuelt

Programmet for verkstedskvel- den er ikke klart ennå.

Kvelden vil bli lagt opp med forskjellige verkstedsokter tilpasset de ulike skoleslagene. Deltakerne velger selv hvilke verksteder de ønsker å delta på.

Det ferdige programmet vil dere finne på hjemmesiden til Lamis.

*Interimsstyret*



# Matematikkens dag ved Eberg skole Trondheim

Vi tok utgangspunkt i heftet "Skolenes matematikkdag 2003" og delte inn skoledagen i tre. Aldersblanda grupper fra 5.–7. klasse rullerte mellom spill, problemløsning og design.

Lærene som hadde ansvaret for design-gruppa, startet med en felles introduksjon av oppgaven. Oppgaven i år var å splitte opp en svart papp-sirkel i ulike deler hvor det lå en del matematisk tenkning bak. Bitene skulle monteres på en hvit bakgrunn som igjen skulle rammes inn av ei svart ramme eller paspartout. Mange elever diskuterte ivrig og hadde ulike spørsmål i oppstartsfasen:

- Er sirkelsektor det samme som et kakestykke?
- Hva var diameter nå igjen?
- Kan vi både bruke passer og linjal når vi skal dele opp sirkelen?
- Hva kalles den figuren vi får når vi først deler opp en sirkel i sirkelsektorer og deretter lager flere sirkler inni den store sirkelen?

Ikke alle elevene var kommet like langt i geometri og da var det bra at det var elever fra ulike årstrinn på gruppa. To og to elever jobbet sammen. Utgangspunktet var en svart papp-sirkel som skulle klippes opp og settes sammen til et bilde. Elevene kunne velge mellom visse kriterier med utgangspunkt i de som heftet beskriver, men vi ønsket at det skulle vises at vi hadde startet med en sirkel. I tillegg skulle det finnes symmetri-linjer i det ferdige bildet.

Lærene som planla denne aktiviteten hadde på forhånd diskutert rammer for dagens oppgave. Etter som vi hadde begrenset tid til disposisjon, valgte vi å rette fokus mot å dele inn sirkelen i sirkelsektorer. I tillegg til linjal fikk også elevene bruke passer som

hjelpemiddel. Med utgangspunkt i sirkelsektorer og "sirkelbuer" av ulike størrelser, hadde elevene mer enn nok biter og et mylder av muligheter til å lage sine egne bilder.

Bildene henger rundt omkring på skolen. I fjor rammet vi inn fire av design-bildene fra skolenes matematikkdag. Det vil vi gjøre i år også.

*Anne-Gunn Svorkmo*



# Digitalt læremiddel for ungdomstrinnet – matemania.no



Nettstedet er utviklet av Caspar Forlag i samarbeid med matematikkseksjonen ved høgsolen i Bergen og Mediesenteret på samme sted. Hele prosjektet er støttet av Læringscenteret.

Her kommer et nettsted tuftet på konstruktivistiske ideer om matematikkundervisning. Gjennom 22 interaktive verksteder skal elevene gjennom handling på skjermen lære seg matematikk.

Markedsføringen har gått på krydring av matematikkundervisningen gjennom spill og lek, men opplegget er faktisk mye mer enn det.

Eleven skal ta seg fram til fire øyer hvor det er forskjellige matematiske temaer de kan undersøke.

Hver øy har et hovedtema med undertemaer. Hvert tema er bygd opp med en introduksjonsdel som er problemorientert med noe fagstoff. Deretter kommer øvinger etterfulgt av utforskning og fordypningsdel.

Til slutt og det gjør programmet ekstra interessant for lærere: Et meta-nivå: Tekster om lærestoffet. Disse tekstene er hentet fra Caspars pedagogiske arkiv og forligger i Acrobat-format.

Det finnes også lærerveiledninger på noen steder.

Etter å ha brukt noen (ca. 5) timer på forskjellige temaer vil jeg gi følgende vurdering:

Gratulerer med et glimrende nettsted.

Det kan også brukes på grunnkurset i videregående.

Med tanke på at det ble åpnet i desember, kunne jeg ikke finne mange barnesykdommer.

Introduksjonssiden er oversiktlig og formsikker uten mye støy, men hvem er dama med veske på kaia? Målgruppa for programmene har kanskje ikke altfor stor lyst til å dra på båttur med henne?

Logoen er fin, men spiralen lite original.

Figurene er ellers godt tegnet. Hvem er tegneren?

Humoren i animasjonene og navn på øyene likte jo jeg, men hva med 15-åringene?

Animasjonene er fornuftig nok laget enkle i forhold til maskinparken rundt i Norge.

Jeg har sett på programmet i februar med en langsom maskin på 700 MHz, men ADSL linje. Nedlastingen har variert med tidspunktet jeg har vært inne.

Likte også det enkle standard skjerm bilde med lett forståelige ikoner øverst.

Noen stasjoner var stengt, men de blir vel åpnet etter hvert. Det samme gjelder noen tekster til temaene, for eksempel origami.

Tekstene bør kvalitetsikres for skrivefeil. Jeg var innom noen på mine utvalgte besøk.

Skjerm bildet for NIM bør også ordnes litt bedre. Spikerbrettet og Tangram fungerte bra.

Kaleidoskopet er også farge-

# Glimrende side for videregående skole

rikt og lærerikt, men med slit-somt introbilde. Skal en bruke bildet for å vise symmetriene, blir det vel mye flash etter min smak.

Vi har trengt et slikt nettsted på norsk, og jeg håper at noen er sitt ansvar bevisst og gjør det gratis tilgjengelig for norsk skole. Foreløpig ligger stedet fritt på nettet fram til august 2003. Hva prisen blir for en skolens etter det er ikke opplyst. Nettstedet kan faktisk være et alternativ til lærebok, men da trenger vi mer om bruken av programmet i læringssammenheng. Steder med lek og spill er det allerede mange av på nettet. Her er det mulighet til å nå et hakk lenger.

*Helge Flakstad*

Vi er ikke bortskjemt med sider på nettet som passer for norsk videregående skole. Pensum er stort, og hvis dataverktøy skal brukes, må det støtte godt opp om begrepsforståelse og ferdighetstrening.

Fra Japan foreligger en flott plattform med 279 Java applets. Her finnes temaer som kan brukes fra grunnkurs og oppover helt til universitetsnivå.

Alle er interaktive med begrepsforståelse som hovedhensikt.

I tillegg er det tilknyttede oppgaver.

Det kreves at lærerne setter seg inn i programmene på forhånd og tenker gjennom hvordan de skal brukes i klassen.

Pedagogen får virkelig en utfordring når det gjelder hvor i læringsprosessen denne formen for matematikklæring skal innpasses. Her burde erfaringer samles og diskuteres. Et opplagt verksted på årets sommerkurs.

Det finnes 25 applets for geometri, 25 for trigonometri, 64 for kalkulus, 29 for vektorer, 23 om komplekse tall, 9 om kjeglesnitt og 38 fra andre temaer. Her finnes for eksempel parametriske likninger og polarkoordinater.

Siden anbefales på det varmeste. Sjølv har jeg gjort noen spede forsøk i gruppa mi i 2MX når det gjelder derivasjon. Ikke noen kjempesuksess, men jeg ser potensialet.

Adressen er: [www.ies.co.jp/math/java/index.html](http://www.ies.co.jp/math/java/index.html)

*Helge Flakstad*

# Matemattikkens uke ved Grünerløkka skole

Aldersblanding fra 1.–3. klasse

Heidi Vikholt

Grünerløkka skole har for andre år på rad arrangert aldersblandet matematikkuke med 1.–3. klasse. L-97 fremhever læring gjennom lek og aldersblanding på småskoletrinnet. Vi har derfor valgt å ha matematikk som tema gjennom en hel uke.

Elevene ble delt inn i 8 grupper på 15 elever og en lærer. Det var da elever fra alle tre trinnene på hver gruppe. Gruppene forflyttet seg til de forskjellige stasjonene i løpet av uka. De var en dag på hver stasjon, så alle barna var ikke på alle stasjonene. Vi hadde stasjoner fra klokken 09<sup>00</sup>–12<sup>00</sup> med oppløst timeplan. Gruppene bestemte selv når de skulle ta pauser og spise. Vi kunne da disponere alle lærerne som var knyttet til trinnene i disse timene.

Vi startet hver dag med å samle alle elevene på de tre trinnene klokken 08<sup>50</sup>. Vi hadde opprop til gruppene og elevene fulgte med dagens lærer.

Gruppene hadde matematiske navn som Einstein, Pytagoras og lignende. (Navnene ble og brukt i en av gruppene som en egen oppgave) Vi la vekt på oppgaver som bar preg av lek, og bruk av matematikk i det daglige livet.

Gruppene hadde stasjoner i klasserommene hvor oppgavene var tilpasset barnas nivå. Alle hadde utfordringer de mestret, og noen som de måtte streve litt med.

Noen av oppgavene fant vi i heftet til LAMIS om matematikkens dag, noen oppgaver fant vi på nettet: [www.matematikk.org](http://www.matematikk.org) og andre spill og aktiviteter fant vi på selv.

Dette er opplegget som vi gjennomførte.

Tema på de forskjellige stasjonene:

## Stasjon 1:

**Geometri.** Fargelegging av

enkle geometriske figurer. Disse ble så klippet ut og laget om til hus. Elevene måtte også finne geometriske former i klasserommet.

**Vekt.** Hva veier ting? Begrep som tung / lett. Gjette på hva ting veier. Hva skaper balanse?

**Data.** Sette i gang datamaskinene, og bruke programmene 'Formel 1 og 2'.

**Plastelina.** Lage tall og regnestykker i plastelina.

**Spill.** Galoppspillet – et telle og strategispill. Yatzy, kortspill og Golombs spill.

**Klokka.** Lage klokke i papp, og spille klokkespill.

## Stasjon 2:

**Multiplikasjon.** 2-gangen med bruk av kroppen.

**Problemløsninger** med fyrstikker og regnestykker med fyrstikker.

**Bygge kvadrater** av klosser.



**Spill.** Strategi spill, tripp trapp tresko, samle 10'ere, yatzy og kortstokk.

**Perlebrett.** To og to. En lager et halvt mønster og den andre må speile dette.

#### Stasjon 3:

**Bygge med klosser** i ulike størrelser. Nederste rad har 10 klosser, så øker man antallet klosser på hver rad oppover.

**Tegne** etter tall.

**Mynter og sedler**, finne verdien av disse. Begrep som dobbelt så mye, halvparten, enere og tiere.

**Leke kafè.** Lage en meny med priser. Handle i kafeèn med egenproduserte 'penger'.

#### Stasjon 4:

**Lottospill.** Elevene fikk ruteark og lagde så egne lottospill. Elevene bruker det de vil av addisjon, divisjon, subtraksjon og multiplikasjon.

**Symmetri.** Klippe i brettete ark

slik at figurene 'automatisk' ble symmetriske, og malestasjon hvor de malte halve bilde og brettet arket for å vise speiling av figurene.

**Måle.** Måle forskjellige ting ved hjelp av ulike "måleinstrumenter". (Viskelær, bøker, penal og linjaler) Resultatene føres inn på skjema.

**Kart.** Elevene tegnet egne kart over pultene sine. Videre lagde de sjørøverkart med matematiske oppgaver.

#### Stasjon 5:

**Geometri.** Elevene fikk utdelt sirkler og kvadrater. Sirklene skulle de dele inn i 'pizzabiter'. Kvadratene klippet de opp i ulike geometriske figurer. De ulike geometriske figurene ble så plassert utover en papplate hvor de skulle lage ulike mønstre. Da elevene hadde bestemt seg for mønster limte de bitene fast, og hadde da laget et geo-

metrisk kunstverk.

**Ulike spill** / ark med matematisk innhold til de som ble fort ferdig med kunstverket.

#### Stasjon 6:

**Liter og dl.** Måleenheter i baking. Hvor mye er det egentlig i en liter?

**Lage vaffelkaker.** Bruk av måleenhetene.

**Divisjon og brøk.** Vi sparte på de ferdigstekte vaflene en stund og laget regnestykker. Hvor mange vaffelplater pr. barn? Hvor mange deler av en vaffelplate pr. barn?

**Brøk.** Hvor mange deler er det i en vaffelplate? Klippe ut hjerter og sette dem sammen til en plate. Farge hjertene for å få frem brøk / deler av vaffelplaten.

#### Stasjon 7:

**Rebusløp / skattejakt.** Elevene fulgte kart med anvisninger. Underveis må de regne ut



oppgaver og følge retninger på kompass. En av de største elevene ledet gruppa. Ved enden lå "skatten".

**Samtale og fortelling** rundt den personen gruppa er oppkalt etter.

**Matematikkonkurranse** på tavla. Stå med ryggen mot tavla to og to. De snur seg på kommando, og det er om å gjøre å svare først og riktig.

**Blindebukk / forklaringslek.** En ser og en har bind foran øynene. Den som ser skal forklare veien til "skatten" for den som ikke ser.

#### Stasjon 8:

**Klovnespillet.** Tegne en sirkel. Gjøre ferdig ansiktet etter anvisninger fra terningkast. Om å gjøre å bli først ferdig med alle

detaljer.

**Algebrakappløp.** Spill med innlagte matematikkoppgaver.

**Golombs spill.**

Elevene laget **egne spill** utfra de spillene de hadde spilt.

**Terningspillet.** Elevene velger om øynene på terningen er tiere eller enere. På seks kast er det så om å gjøre å komme nærmest hundre.

Vi lærerne på 1.–3. trinn fikk en fin erfaring med matematikkens uke. Vi hadde barn som ivret etter å komme i gang med dagens oppgaver og som var veldig tente. I og med at vi valgte å la elevene være i faste grupper og bytte lærer fra dag til dag, ble vi lærerne veldig gode i det vi gjorde, og kunne hele tiden forbedre oppleggene våre.

Det var og positivt for elevene å ha samme gruppe å jobbe med. De slapp å starte dagen med å 'føle på de andre' og markere seg selv. Gruppene ble godt kjent med hverandre og samarbeidet bra.