Tangenten er 25 år!

Jubileumsåret gir muligheter til å se Tangenten i et både historisk og framtidsrettet perspektiv. I det første nummeret i 1990 formulerte Stieg Mellin-Olsen bladets utfordringer slik:

> Me står mellom anna framfor store endringar når det gjeld evaluering av faget. Teikn i tida tyder på at den såkalla målretta evalueringa er på veg inn både i Noreg og i grannelanda. (…) Me skal fylje med, og vonar på ein konstruktiv debatt og utvikling som kjem både elevar og lærarar til del. (…)
>
> Elles vil de alt i dette nummeret merka kva slags linje me legg opp til. Kvinneperspektiv, fleirkulturelt perspektiv, matematikken under høgteknologien, og sjølvsagt – mykje metodikk.
>
> Me vil og satse på reportasjar frå lokale utviklingsarbeid som andre kan lære av. Då må me ha tips.

Hvor står vi i dag? Visst har det handlet om «målrettet evaluering»! Nasjonale prøver ble innført i 2004 og med LK06 fikk skolen kompetansemål og målrettet vurdering. Mengden av kompetansemål aktualiserer spørsmål om hvordan det er mulig å balansere mellom alt som skal læres og måles samtidig som en skal ta vare på matematikklæring som går i dybden, som oppleves aktuell, som engasjerer og erfares som meningsfull av elevene. Er det mulig? Må krav endres?

Linjene som Tangenten formulerte for 25 år siden, er fremdeles aktuelle. Teknologi, flerkulturelle perspektiv og deling av utviklingsarbeid er viktige temaer også i dag. Dette nummeret har for eksempel en artikkel om digitale ferdigheter og eksamen. Lærere forteller fra utviklingsarbeid. Kvinneperspektivet blir kanskje ikke flagget like høyt i bladet som på 90-tallet, men likestilling er like aktuelt i dag som i 1990. Det handler om alles rett til utdanning, til kritisk deltakelse – i og med matematikk. Det handler om kjønn, etnisitet, religion, klasse og geografi.

Mye har forandret seg på 25 år. Den digitale utviklingen har eksplodert. Mulighetene for ideutveksling og tilgang til informasjon er helt annerledes i dag. Gjennom for eksempel grupper på Facebook har «alle» muligheter til å delta i diskusjoner, stille spørsmål, få raske svar og dele det en selv synes fungerer. Tangenten får en annen rolle enn bladet hadde i starten, fordi diskusjonene omkring har fått andre vilkår. I Tangenten gir formatet plass til å gå litt mer i dybden enn i kjappe kommentarfelt. Bladet skal gi inspirasjon til debatt, være et møtested mellom praksis og forskning og gi næring til og styrke reflektert praksis i barnehage og skole.

Tonil Eskeland Rangnes

Oliv Klingenberg

Hvor mye vann bruker du når du dusjer?

I denne artikkelen vil jeg presentere et undervisningsopplegg om hvordan elever som er blinde,[1] har undersøkt og besvart spørsmål om vannmengde og dusjing, og hva jeg selv har lært av elevenes tilnærminger. Opplegget er brukt i elevgrupper på mellomtrinn og ungdomstrinn, med elever som presterer både svakt og sterkt i matematikk. Det er undervisningsopplegget som er hovedfokus i artikkelen, ikke spesifikt undervisningen for elever med synshemning. Målet for opplegget er at elevene skal gjøre seg kjent med hvordan en stor vannmengde kan måles. Det innebærer også at elevene skal bli godt kjent med vanlige kartongstørrelser som brukes i husholdningen (2,5 dl, 1 liter, 1,5 liter etc.), slik at de kan fungere som referanse for å vurdere volum i andre sammenhenger. I lys av teorier om hvordan seende elever utvikler kunnskaper om emnet, vil jeg avslutningsvis begrunne undervisningsopplegget og aktivitetene som elevene har arbeidet med.

Praktisk gjennomføring

Gymsalens dusjanlegg er arena for praktisk å undersøke hvor mye vann som brukes når en dusjer. For anledningen er det satt fram et utvalg baljer, bøtter og kar samt en stor samling tomme husholdningskartonger av ulik størrelse og med skrukork. I tillegg har elevene stoppeklokke(r), hevert, en rull bred tape og bord/benker med ulik høyde.

Elevene skal som gruppe bestemme seg for et antall minutter de mener er realistisk dusjetid. Før de tapper opp vannet, tipper de hvor mange liter dette vil bli. Her blir det gjerne inkludert en individuell tippekonkurranse.

Når vannet er tappet opp i baljer og bøtter, forsøker elevene å anslå volumet på vannmengden, og de kan også korrigere sine individuelle estimat (jf. den individuelle konkurransen). Deretter tapper elevene vannet over på kartonger ved hjelp av hevert(er). De får erfare betydningen av høydeforskjell mellom vannkilde og uttak. Det er tidkrevende å tappe en stor vannmengde over i små enheter, men slik får hver enkelt elev rimelig god erfaring på alle posisjoner i produksjonslinjen: Én elev har kontroll med inntaket til heverten, én elev styrer

Oliv G. Klingenberg
Statped midt, avdeling syn[2]
oliv.klingenberg@statped.no

Bildene er tatt av Anne L. Engh.

selve tappingen og en gruppe elever bringer tomme kartonger uten skrukork til opptapping og setter fulle kartonger med skrukork på plass på et oppsamlingsbord. Det er tidsbesparende å etablere flere parallelle produksjonslinjer.

Som siste praktiske oppgave skal elevene velge kartonger som til sammen blir 10 liter, og tape dem sammen til «10-litringer». Dette gjør volumet «tellbart».

Jeg har lært at …

For noen elever er mine ordvalg og spørsmålsformuleringer viktige for hvordan de begynner med oppgaven. Noen elever «skyter fra hofta» og er ureflektert opptatt av å svare med et tall. Det er som om de mener at matematikk handler om å «tippe riktige tall». Norma Presmeg (2006) sier at vi må undervise slik at elever får øve seg på å se for seg problemstillinger i en helhet, og hun hevder at visualisering er en viktig matematisk kompetanse på linje med andre matematiske kompetanser. Jeg har lært at det er til hjelp for elever å bruke formuleringen *hvordan kan vi finne ut* heller enn det direkte spørsmålet *hvor mye*. I tillegg har jeg positiv erfaring med at elevene diskuterer i små og gradvis større grupper for til slutt å kunne enes om en fremgangsmåte eller et forslag til resultat.

Når elevene diskuterer hvordan de kan løse problemstillingen, kommer tidsfaktoren opp som en uavklart variabel. Dette erfarer jeg at elever forstår, også elever som jeg oppfattet innledet ureflektert. Det har vært interessant å observere at elevene jevnt over har vært usikre på hvor lang tid de faktisk bruker i dusjen. «Mine elever» har valgt ulike løsninger for å bli enige om en tid å utføre eksperimentet på. De har gått konkret til verks og tatt tiden, eller de har diskutert seg fram til en tid på et mer teoretisk grunnlag. Én gruppe baserte avgjørelsen på en erfaring fra campinglivet, nemlig at en elev bruker to polletter når hun dusjer (uten å vaske håret), og én pollett gir varmt vann i tre minutter.

Jeg har også lært at selv om elevene har tippet at mengden dusjvann vil være ti liter, tjue liter eller hundre liter, så er de usikre på hvor stor beholder de skal velge for å samle den volummengden de har foreslått. Jeg har sett at når vannet er samlet opp i baljer og bøtter, så er dette størrelser som elevene ikke kan uttrykke at de kjenner volummålet til. Mon tro om dette er særegent for elever som er blinde, eller om det er slik at store volum er upresise størrelser også for seende?

Jeg reflekterer over hvor viktig det er i skolematematikken at elever kan forestille seg et volum, og tenker på oppgaver av typen 3 dl + 2 dl = 5 dl. Er et korrekt svar «riktig» selv om eleven ikke kan se for seg hva svaret innebærer konkret?

Teoretiske begrunnelser for aktivitetene

Undervisningsopplegget er basert på at vi har medfødte evner til å lære å tenke matematisk, men at disse evnene må modnes, utvikles og foredles gjennom ulike utfordringer og språklige erfaringer (Tall, 2013). Grunnleggende matematiske begrep har utgangspunkt i kroppslige erfaringer (Lakoff & Núñez, 2000). Gjennom fysisk aktivitet og kommunikasjon har menneskeheten skapt et matematisk språk som brukes og videreutvikles i samfunnet vi lever i. På samme måte gjenskaper hver elev sin forståelse av begrepene. Barn har eksempelvis ubevisst kunnskap om rund form fordi de griper omkring melkeglasset og handa da får en

krumning. Kunnskapen blir mer bevisst etter hvert som de lærer seg ord som rund form, kule, sylinder etc. Når et barn bruker kroppen i samspill med fysiske objekter og i ulike aktiviteter, og *samtidig* utvikler et ordforråd for dette, blir en medfødt evne til å oppfatte form og størrelse modnet og utviklet mot et stadig mer abstrakt nivå. Dette har jeg observert i en studie av geometrilæring hos elever som er blinde (Klingenberg, 2012).

Begrep om hvor langt 100 meter er, kan utvikles gjennom friidrett, og melkekartonger som bringes inn og ut av kjøleskapet, gir innsikt i hvor mye en liter er. Det utvikles kroppslige referanser til disse størrelsene fordi aktiviteter utføres gjentatte ganger. Å legge til rette for at elever skal håndtere ulike volumstørrelser og håndtere dem mange ganger, og å bruke tilhørende navn på størrelsene, er begrunnelsen for å tappe dusjvannet over i mange ulike volumenheter. Opptappingen i kartonger og håndteringen av dem gir elevene referanser til volumstørrelser som to og en halv desiliter, tre desiliter, en halv liter etc. Elevene får en kroppslig kunnskap om hvor mye halvliteren veier, og også om volumets størrelse. Som lærer vil jeg lage et opplegg der elevene bruker begrepene og lærer seg sammenhengene mellom enhetene: En kvart liter er det samme som to og en halv desiliter, en halv liter er fem desiliter etc. Noen elever har god forståelse for at eksempelvis fem-desiliteren er fem enheter à én desiliter. For andre elever er det nok slik at de oppfatter kartongen som en egen enhet som heter «halvliter» eller «femdesiliter».

Læringsmålet er at elevene skal ha kunnskaper om ulike størrelser og tilhørende volumbenevninger. En slik kunnskap kan brukes som en referanse – en grunnenhet – for å sammenligne med andre størrelser. Å gjøre sammenligninger er en viktig aktivitet i det å måle. Måling betyr å sammenligne størrelser med en grunnenhet og å telle opp hvor mange slike grunnenheter den andre størrelsen rommer. I første omgang er det for volummåling, hvis liter er grunnenheten, snakk om å estimere om en beholder rommer mer (enn en liter), mindre (enn en liter) eller omtrent like mye (som en liter). I neste omgang handler det om å kunne telle opp hvor mange grunnenheter (liter) som trengs for å fylle en annen størrelse.

Når jeg velger å bruke undervisningstid på et prosjekt, ønsker jeg at tiden jeg investerer i praktiske aktiviteter, skal gi formålstjenlige erfaringer til flere matematikkområder. Eksempelvis vil kunnskaper om liter som blir delt opp i mindre enheter, være nyttige å ha med seg for å forstå divisjon med rasjonale tall.

David Tall (2013) fremholder at elever trenger hjelp til å generalisere kontekstuelle erfaringer til et matematisk symbolspråk. I undervisningsopplegget som her er beskrevet, blir elevene utfordret til å skrive oppbyggingen av 10-litringene som addisjonsstykker. De lager notasjoner med utgangspunkt i de konkrete 10-litringene de har laget, men de skriver også andre mulige sammensetninger av ti liter. Elevene kan utfordres til å bruke både desimaltall og brøkuttrykk, og de får øvelse i å anvende riktige benevninger.

I en gruppe/klasse vil elever ha ulike nivåer av matematisk forståelser. Van de Walle (2007) anbefaler å planlegge undervisningsopplegg i måling med tanke på at elevgruppen kan representere tre ulike nivåer av forståelse:

Nivå 1

Det grunnleggende stadiet i måling er å forstå at et objekt kan beskrives ved hjelp av en egenskap (et attributt) – her egenskapen volum. Forfatteren peker på at det er mer komplisert å forstå volum som en egenskap ved massive objekter uttrykt i kubikkcentimeter, kubikkdesimeter etc. enn som et rommål uttrykt i desiliter, liter etc. Aktiviteter som er anbefalt for å hjelpe elever til å bli oppmerksomme på rommål, er å sammenligne ulike objekter med tanke på om de rommer mer (enn en gitt enhet), mindre eller omtrent like mye som en gitt enhet. I tillegg til evnen til å foreta disse vurderingene

fysisk mener jeg at ordene (språket) står sentralt i læringen. Elevene må utfordres til å begrunne hvordan de kan vite at en beholder rommer mer eller mindre.

En boks/kartong som «omslutter» en væskemengde, har, slik jeg ser det, noen fellestrekk med et massivt objekt. Å håndtere slike kartonger kan derfor tenkes å være en nyttig erfaring – en referanse – for å utvikle forståelse for at volum er en egenskap også ved massive objekter.

Nivå 2

På det neste stadiet forstår elevene at størrelsen til et objekt kan beskrives som et antall av en enhet. Hvor mange enheter er det plass til inni beholderen? Det kan være et antall kopper ris, et antall «halvlitringer» eller et antall klosser (kuber). Anbefalte aktiviteter er å bruke enheter som elevene har et naturlig forhold til. I undervisningsopplegg med elever som er blinde, har vi laget esker av ark med taktile ruter med sidelengde 1 cm. Disse eskene har vi både fylt med centikuber, men også beregnet volumet med utgangspunkt i «enheten centikube» (cm^3). Ifølge Battista (2007) er aktiviteter med kuber, der elevene skal tenke seg plassering av kuber i et tredimensjonalt koordinatsystem, viktige for at elever skal forstå formelle utregningsmetoder for volum av et prisme. Elevene kan utfordres til å tenke seg hvor mange kuber som trengs for å fylle en eske. En større utfordring er å tenke seg eller regne ut hvor mange «parkuber» (to kuber satt sammen til én ny enhet) som trengs for å fylle en eske.

Nivå 3

På det tredje nivået har elevene kunnskap om standardiserte måleenheter, og de kan anvende måleinstrumenter og bruke formler for å regne ut volum.

Å beskrive ferdigheter/forståelse i form av stadier må her ikke forstås som absolutte mål for kunnskap, men som et teoretisk redskap til å planlegge et undervisningsopplegg. Det er et redskap også til å kunne observere elever underveis i arbeidet med tanke på hvilke aktiviteter og oppgaver de bør utfordres med. Noen elever kan bruke lang tid på å sammenligne beholdere (nivå 1), mens andre kan regne ut vannvolum etter en gymtime for hele klassen og beregne konsekvensene av å bruke to minutter lengre tid i dusjen.

Referanser

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 843–908). Charlotte, NC: Information Age.

Klingenberg, O. G. (2012). Conceptual understanding of shape and space by braille-reading Norwegian students in elementary school. *Journal of Visual Impairment & Blindness, 106*(8), 453–465.

(fortsettes side 26)

Renate Jensen

Juleavslutning med utstilling og grublerier

Hvert år inviterer de fleste skoler foreldre til avslutninger eller andre tilstelninger. Ved Nattland skole har vi forsøkt å bruke disse anledningene til å vise det arbeidet som gjøres i ulike fag. Det har vært alt fra vitensenter om kroppen viaog musikaler til reiselivsmesse.

Julen i 2013 inviterte vi foreldre til elever på sjette trinn til å se hvordan elevene arbeider i matematikk. Vi ønsket å fokusere på lesing og kommunikasjon, både muntlig og skriftlig, fordi dette er et viktig fokus i undervisningen. Foreldrene ser mest av elevenes leksearbeid, noe som ikke gir et bilde av helheten vi arbeider med å få til i faget. De får ikke høre elevene kommunisere når de arbeider med rike oppgaver eller forklarer nye begrep for medelever.

Elevene fikk derfor i oppgave å komme med ideer til hvordan vi kunne vise foreldrene hva vi arbeider med. Etter en idémyldring kom det frem til at de ønsket å lage en matematikkutstilling. De ville lage plakater med ulike tema, og alle skulle få lage sin egen plakat. På dagen skulle de selv være foreldrenes guider i utstillingen og vise og forklare innholdet på plakater med ulike tema. I tillegg skulle det være et grublerom hvor elever og foreldre kunne løse oppgaver sammen.

Elevene hadde som oppgave å følge foreldrene gjennom utstillingen og forklare og vise innholdet på egne og medelevers plakater. Her fikk de trene på å kommunisere muntlig. Foreldrene fikk her et innblikk i det språket elevene mestrer. Her forklarer en elev hvordan han kan finne sirkelens omkrets.

Elevene fikk selv velge hva de ønsket å vise og forklare. Vi tenkte først at det kom til å bli mange plakater med geometriske figurer og søylediagram, men slik ble det ikke. Mange valgte å forklare strategier i hoderegning eller matematiske begrep.

Selve arbeidet startet med at hver elev laget et utkast i boken sin. Her presenterte de begrepene og ferdighetene de ville skrive om. Hver elev fikk tilbakemelding på utkastet sitt. Det ble en prosessorientert skriveprosess med fokus på

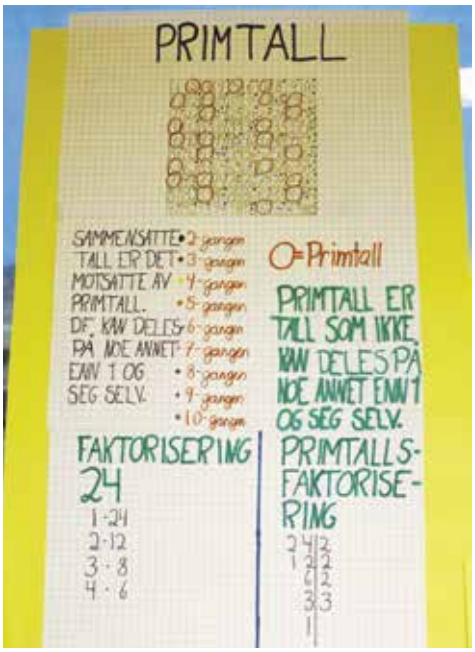
Renate Jensen
Nattland skole, Bergen
Renate.Jensen@bergen.kommune.no

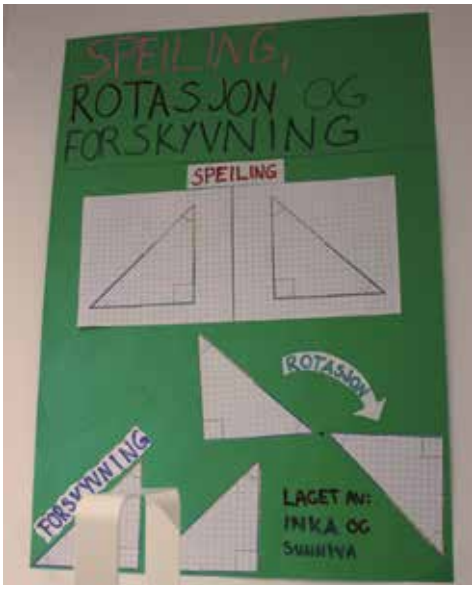
På bord foran plakatene hadde vi satt frem konkretiseringsmateriell som elevene kunne bruke som hjelp i forklaringene sine. Da kunne elevene vise foreldrene for eksempel hvordan de forsto likeverdige brøker og fellesnevner.

å bruke det matematiske språket i forklaringene. Noen valgte å arbeide videre i par, andre fortsatte med sin egen prosess.

Disse elevene har på mellomtrinnet arbeidet mye med den grunnleggende ferdigheten å lese i matematikk. Som lærer har jeg reflektert over at det har vært en tradisjon i faget at læreren introduserer et tema med et eget opplegg eller en oppgave. Deretter har elevene gjerne jobbet med tilsvarende oppgaver i læreverket eller fra andre ressurser. Hvis dette alltid gjøres når nytt stoff introduseres, blir læreboken en oppgavesamling, ikke tekster hvor elevene leser for å lære. Det å lese tekster er utfordrende. Alle tekster består av flere meningsskapende ressurser. Slike ressurser er bilder, verbalspråk, symboler av ulike slag, tabeller, diagram og figurer. Det er viktig at elevene får trene på hvordan multimodale tekster må leses for å skape mening i teksten. De skal selv produsere slike sammensatte tekster, og da er mønstre fra læremidler viktige.

I leseopplæringen har vi hatt tre hovedfokus: å forstå hvordan tekstene skal leses, de matematiske begrepene og skillet mellom det i matematikken som er «funnet på» og det som er «funnet ut».





I invitasjonen til utstillingen oppfordret vi foreldrene til å stille spørsmål. Det å forklare matematiske begreper kan gjøres på ulike måter. Noen elever mestrer å bruke språket, mens andre klarer å gi eksempler. Foreldrene stilte spørsmål om hva primtall og faktorisering er. Jeg tror mange lærte mye denne ettermiddagen både elever og foreldre.

På grublerommet var det laget oppgaver hvor det å tegne modeller var en god strategi for å finne løsningen. Foreldrene fikk se at elevene hadde ulike strategier når de arbeidet med oppgavene.

De fleste læreverk tilbyr digitale utgaver. Dette er til stor hjelp når elevene skal arbeide med lesing. Da kan opplæringen skje i felleskap, og leserekkefølge kan diskuteres. Begrep og vanskelige ord kan utheves og arbeides med sammen. Ser hver elev i sin egen bok, vet ikke læreren på samme måte hvor elevene har fokus.

Jeg mener det er viktig at begrep opptrer i mange ulike sammenhenger for at elevene selv skal ta dem i bruk. Vi har derfor lest sammen med elevene, diskutert sammen, gitt oppgaver der begrepene er viktige, latt elevene lage egne oppgaver der begrepene er nødvendige, og hatt begrep på ukeplanen slik at de blir en del av læringsmålet for perioden. Forståelsen av begrep er blitt vurdert som like viktig som ferdighetene de har arbeidet med, når vi gir tilbakemelding til elevene.

Et annet fokus har vært å se forskjellen på matematiske definisjoner og bevis. I grunnskolen lærer elevene oftest definisjoner som er funnet på. Det er bestemt at det skal være slik, for å forstå hverandres kommunikasjon. Dette må læres på en annen måte enn det en kan «gjøre» og se stemmer. Noen ganger handler det om å være kjent med konvensjoner. Det er for eksempel ikke logisk at x-aksen skal leses av før y-aksen i et koordinatsystem, eller at reglene for regnerekkefølge er slik vi har bestemt. Vinkelsummen i en trekant, eller at faktorenes rekkefølge er likegyldig, er ting vi har funnet ut. Dette kan arbeides med og må læres på en helt annen måte. Her kan elevene «gjøre» og forstå. Denne forskjellen mener vi det er viktig å diskutere med elevene for å gjøre dem bevisste på hvordan de må tenke og jobbe med faget. Disse refleksjonene om arbeid i matematikk ønsker jeg å gjøre elevene delaktige i, og de ligger til grunn for tilstelningen foreldrene var invitert til.

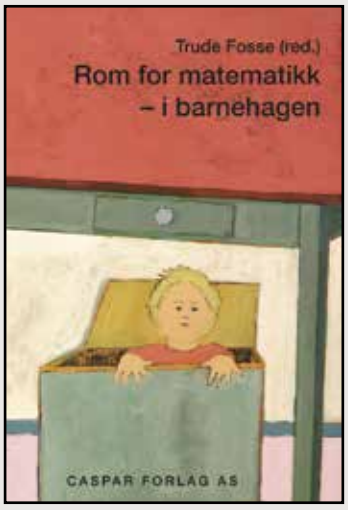
I arbeidet med utstillingen valgte mange elever å vise og forklare ulike regnestrategier og metoder, men alle tema i matematikk var representert. Elevenes hovedmål i denne oppgaven var *å kunne kommunisere matematikk*. Det å kunne skrive i faget er også en viktig grunnleggende ferdighet. Det innebærer blant annet å kunne beskrive og forklare en tankegang. Det innebærer å bruke matematiske symbol og det matematiske språket til å presentere løsninger. Skrivingen er et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring. Utvikling i å skrive i matematikk går fra å bruke enkle uttrykksformer til gradvis å ta i bruk et formelt symbolspråk og en presis fagterminologi. Elevene på sjette trinn er på god vei i denne utviklingen.

Det er vanskelig å måle effekten av det å drive en systematisk lese- og kommunikasjonsopplæring i faget. Det vi som lærere ser i denne gruppen, er at det er sjelden elevene ikke forstår det de leser i faget. Det er selvsagt ikke alltid de får til alle oppgaver, men de forstår hva teksten forklarer, og hva oppgavene spør om. Det håper vi er et resultat av at elevene har fått trene i å lese, diskutere og reflektere over matematikk og å bruke språket i egne forklaringer. Vi så også i arbeidet med utstillingen at elevene brukte det vi har arbeidet med. De visste hvordan språket skulle være når de forklarte matematikk på plakatene, og de brukte de matematiske begrepene når de forklarte og viste for foreldrene.

Elevene arbeider jevnlig med rike oppgaver og problemløsning i undervisningen. Vi ønsket også å vise foreldrene eksempler på dette, og laget derfor et «grublerom». Elever og foreldre løste julegrublerier sammen i små grupper. Vi brukte ulike oppgaver, blant annet fra fra www.matematikk.org sin julekalender. Det at foreldrene fikk høre barna forklare og se hvilke strategier de brukte, var et viktig mål for denne økten.

Vi lærere opplevde at dette var en god metode for å vise foreldrene hvordan vi arbeider i matematikk på, og kommer helt sikkert til å gjøre dette igjen når vi får nye elevgrupper.

Trude Fosse (red.) *Rom for matematikk – i barnehagen*



Rom for matematikk – i barnehagen er en nødvendig bok for arbeid med matematikk i barnehagelærerutdanningen. Forfatterne viser ulike matematikkdidaktiske innfallsvinkler til fagområdet matematikk og barn. Fagstoffet blir presentert med nærhet til praksisfeltet samtidig som det blir satt inn i faglige og historiske sammenhenger. Boka utfordrer og bevisstgjør leserne til å se muligheter i barns matematiske verden.

Bidragsytere:
Magni Hope Lossius, Gert Monstad Hana, Leif Bjørn Skorpen, Line I. Rønning Føsker, Elena Bøhler, Vigdis Flottorp og Torgunn Wøien

ISBN 978-8290898-57-6 · 137 sider · 365,–
Caspar Forlag AS · www.caspar.no · bestill direkte fra forlaget på ordre@fagbokforlaget.no

Anne-Marit Selstø,
Linn-Merethe Kibsgård, Terje Pedersen

Droner – lekende læring

Fredag 3. oktober var det kickoffdag med droner på Rothaugen skole. Elevene i klasse 8E, 9G og 8F hadde nemlig en såkalt dronedag hvor de skulle få lære mer om droner, men også selv få både fly og kjøre droner. Elevene var selvfølgelig spente og gledet seg til å prøve noe nytt og spennende innenfor emnet. Målet med denne dagen var at elevene skulle få se hvordan droner ble brukt i arbeidslivet, men også knytte dem til arbeid med praktisk matematikk. Resultatet inngikk i et tverrfaglig arbeid i matematikk, naturfag, RLE og norsk.

Dagen startet med at elevene presenterte programmet for dagen og ønsket de inviterte gjestene velkommen. Elevene ble så delt inn i grupper som de skulle følge hele dagen. Ettersom det var rundt 60 elever som skulle være med, var vi nødt til å dele dagen opp slik at alle fikk med seg de ulike foredragene og aktivitetene som skulle foregå. Før lunsj delte vi klassene i to.: Den ene gruppen programmerte droner med Kristine Sevik fra IKT-senteret, mens den andre hørte på foredrag fra Truls Andersen (Aker Solutions), professor Joachim Reuder og ph.d.-student Line Båserud (Ggeofysisk institutt ved UiB). Etter vel en time byttet vi, slik at de som hørte på foredraget, fikk programmere, mens de som hadde programmert, fikk høre på foredragene.

Anne-Marit Selstø
Rothaugen skole, Bergen
Anne-Marit.Selsto@bergen.kommune.no

Linn-Merethe Kibsgård
Rothaugen skole, Bergen
Linn-Merethe.Kibsgard@bergen.kommune.no

Terje Pedersen
Rothaugen skole, Bergen
Terje.Pedersen@bergen.kommune.no

```
var arDrone = require('ar-drone');
var client = arDrone.createClient();

client.takeoff();

client
  .after(5000, function() {
    this.clockwise(0.5);
  })
  .after(3000, function() {
    this.animate('flipLeft', 15);
  })
  .after(1000, function() {
    this.stop();
    this.land();
  });
```

Figur 1: Et eksempel som får dronen til å ta av, rotere mot klokken, stoppe og lande. Hentet fra Iktsenteret.no

Programmering og dronens bruksområde

Under programmeringsøkten lærte elevene hvordan de kunne få dronene til å utføre gitte ordrer som var skrevet inn i programmet de brukte (se figur 1). Etter å ha prøvd ut de ulike ferdigskrevne kodene, fikk elevene også prøve å legge inn endringer i kodene, for eksempel for å endre retning, fart og tidsavhengighet. Ved hjelp av litt prøving og feiling forstod elevene at droner som får slike ordrer, automatisk vil utføre dem og ikke slutte før de får beskjed. Vi hadde en gruppe som sendte kommandoen «takeoff», etterfulgt av «stig» i tre sekunder, men glemte å si at dronen skulle lande. Resultatet ble at dronen stod og spant oppi taket, og vi måtte gå inn manuelt og sende en ny kommando, «land», for å få dronen ned igjen. Dette viste elevene hvor viktig det er å sende presise kommandoer til dronen, slik at du ikke må inn og endre dem underveis.

Truls Andersen fra Aker Solution holdt et spennende foredrag om hva droner er, hvordan de fungerer, og hvordan droner kan utvikle seg i framtiden. En drone er et ubemannet, fjernstyrt fartøy som kan programmeres til å fly visse distanser og utføre ulike kommandoer. De blir ofte forbundet med militær innsats, hvor de blir brukt til blant annet å angripe mål som ligger langt unna. Droner har gjennomgått en enorm utvikling de siste årene, og de blir også brukt til andre ting, for eksempel fotografering, filming, undersøkelser og hobbyflyvning. Professor Joachim Reuder og ph.d.-student Line Båserud fra Universitetet i Bergen forklarte hvordan Gdet geofysiske institutt bruker droner til å undersøke værfenomener og foreta ulike målinger i atmosfæren. Dette gjøres ved at de sender droner opp i atmosfæren. Disse dronene har en spesiell overflate og små følere som henter informasjon fra atmosfæren til videre forskning.

Droner i et etisk perspektiv

I forkant av dronedagen hadde vi sammen med elevene vært på BIFF og sett filmen «Drone». Denne filmen tar for seg CIAs kampdroneaktivitet på 2000-tallet. I filmen møter vi tidligere droneoperatør i U.S. Air Force, Brandon Bryant, og den pakistanske advokaten Shahzaf Akbar, som forteller hver sin historie. Denne filmen fikk elevene til å tenke på de etiske spørsmålene ved bruk av droner. På slutten av filmen fikk elevene mulighet til å prate med og stille spørsmål til Brandon Bryant og Shahzaf Akbar. Elevene ble veldig engasjert og stilte spørsmål som: «Hvorfor bruker de droner når de vet hvor mange uskyldige liv som går tapt?»

I en forlengelse av dette hadde vi denne dagen invitert Rolf Lund, som er leder i Forsvarets droneseksjon. Han holdt et innlegg om droner i strid og hvordan Forsvaret bruker dem. I den forbindelse kom flere etiske aspekt ved bruk av droner fram, noe som skapte stort engasjement hos elevene. Ettersom elevene hadde sett filmen «Drone» i forkant av dronedagen, ble de ivrige på å stille spørsmål som: «Bruker Norge droner på samme måte som USA?» «Hvorfor sender de ikke inn tropper når de vet at mange liv går tapt når de bruker droner?»

Praktisk matematikk

Etter lunsj brukte vi dronene til å løse ulike praktiske matematikkoppgaver. Elevene jobbet med temaene koordinatsystem, vinkler, målinger, tid, fart og strekning. Dette var temaer som elevene hadde fått en kort introduksjon om i forkant av dronedagen. Til dette arbeidet brukte elevene kjøredroner (minidrones, figur 2) og flygedroner (quadcopters, figur 3), som de styrte ved hjelp av smarttelefon eller nettbrett.

Den første matematikkoppgaven handlet

Figur 2: En kjøredrone (minidrone).

Figur 3: En flygedrone (quadcopter).

om koordinatsystemet, om det å bevege seg fra koordinat til koordinat. Elevene tegnet X-aksen langs gulvet og Y-aksen vertikalt (langs veggen). X-aksen skulle fortelle hvor langt til venstre eller høyre dronen fløy, mens Y-aksen anga høyden til dronen. Elevene jobbet med oppgaver hvor de måtte notere hvor dronen fløy, i koordinatsystemet, og de skulle få dronen til å fly opp til gitte koordinater. De første oppgavene gikk mest på at elevene skulle bli kjent med og forstå koordinatsystemet de hadde laget. Til dette måtte de forstå hva de ulike koordinatene betyr, for eksempel at koordinaten (3, 2) betyr at dronen må starte på 3 på X-aksen og skal fly opp til 2 på Y-aksen.

Den største utfordringen var når elevene skulle tegne ulike geometriske figurer i luften ved hjelp av dronen. Elevene måtte først bli enige om hvilken geometrisk figur de ønsket å tegne, og hvor i koordinatsystemet de ville plassere den. De tegnet inn figuren i et tomt koordinatsystem som de hadde fått utlevert før de brukte dronen til å tegne den. Elevene erfarte raskt at det å styre dronen så presist som mulig, er både vanskelig og tidkrevende. Det var derfor viktig at de samarbeidet godt og hjalp piloten å se når dronen nådde de ulike punktene i koordinatsystemet (se figur 4).

Figur 4: Elever i aksjon med flygedrone (quadcopter).

Dagens siste oppgave ble løst ved hjelp av kjøredronene. Elevene fikk i oppgave å konstruere en bilbane ut fra en konstruksjonsforklaring. Til denne oppgaven måtte elevene vite hvordan de skulle konstruere 90, 60 og 45 graders vinkler. Dette var vinkler vi hadde gjennomgått tidligere i uken. Konstruksjonen av bilbanen var den oppgaven som tok lengst tid, ettersom den krevde nøyaktighet og elevene måtte huske hvordan de konstruerte de ulike vinklene. Kommunikasjon og samarbeid var viktig. De måtte så bruke kunnskaper om målestokk til å forstørre opp banen og overføre den til gulvet. Etter å ha overført banen til gulvet skulle elevene kjøre gjennom banen flere ganger og regne ut gjennomsnittstiden og farten til dronen. Flere elever opplevde kjøringen som vanskelig, ettersom dronen er meget følsom på måten du styrer

Figur 5: Konstruering av bilbane

den. De opplevde derfor at gjennomsnittstiden og farten ikke alltid stemte helt, ettersom én elev kjørte fort gjennom mens en annen gjerne brukte dobbelt så lang tid.

Elevene hadde også i oppgave å gjøre et intervju med de innleide foreleserne som de måtte ta med i en rapport som de skulle skrive i norskfaget etter dronedagen. Dette som et ledd i den tverrfaglige tanken vi hadde for prosjektet. Elevene viste stor interesse for de innleide foreleserne, noe som kom frem i spørsmålene de stilte:

– Når valgte du å begynne å jobbe i forsvaret?

– Da jeg var 18 år gammel.

– Hvordan bruker forsvaret droner?

– Vi bruker droner til blant annet skyteøving.

Oppgavene som elevene løste i løpet av dagen, stilte store krav til kreativitet, nøyaktighet og samarbeid. Når elevene arbeidet med de ulike oppgavene, hadde de ikke tilgang til noen hjelpemidler. De måtte selv finne ut hvordan de skulle løse de ulike problemstillingene, noe som førte til litt prøving og feiling underveis. For å løse oppgavene måtte elevene bruke hverandres styrker og kunnskaper og sammen finne løsninger på oppgavene. De måtte sammen vurdere de ulike løsningene og finne ut om de var riktige eller gale.

Elevene ga gode tilbakemeldinger og syntes nok at selve droneflygingen og kjøringen var det aller kjekkeste. For oss ble dette starten på en praktisk tilnærming til matematikkfaget og noe vi ønsker å bygge videre på i etterkant av den vellykkede dronedagen.

Figur 6: Elevene styrer kjøredronene (minidrones) gjennom løypen og tar tiden.

Evert Dean

Returkraft + algebra = meningsfylt matematikk?

I flere år har det foregått et spennende matematikkprosjekt i Agder. Noen ungdomsskoleelever har besøkt Returkraft og fått opplæring i algebra. Dette har vært et samarbeidsprosjekt mellom bedriften, Universitetet i Agder og et par skoler. Masterstudenter i matematikk har utarbeidet oppgavene, mens Returkraft har hatt ansvar for omvisning på denne spennende arbeidsplassen. Målet har vært å møte elevene med meningsfylt matematikk i en ny kontekst utenfor klasserommet. Professor Maria Luiza Cestari ved UiA har ledet prosjektet i flere år, og hun har også samarbeidet med Anne Vegusdal fra Lektor2-ordningen.

I 2013/14 var jeg deltaker i dette MathEUS-prosjektet *(Mathematics at the Enterprise, University and School)* som en del av min videreutdanning i matematikk. Fokus var på algebraundervisningen i ungdomsskolen. Min erfaring er at algebra er et krevende emne. Mange elever opplever det som meningsløs manipulering med symboler og regneprosesser etter bestemte regler. Slike algebraiske aktiviteter i en skolekontekst gjør det kanskje vanskelig for elevene å se sammenhengen med det virkelige liv. Derfor ønsket jeg å finne ut av hva som skjer når elevene kommer i en ny kontekst og får oppgaver fra det virkelige liv.

Evert Dean
Samfundets skole Kristiansand /
masterstudent UiA
evert.dean@samfundet.org

Bilder/illustrasjoner: www.returkraft.no, Anne Vegusdal og Margrethe Hanssen

Lektor2-ordningen er en nasjonal realfagsatsing som finansieres av Kunnskapsdepartementet og ledes og driftes av Naturfagsenteret. Ordningen deler ut midler til ungdomsskoler og videregående skoler som ønsker å involvere fagpersoner fra arbeidslivet direkte i undervisningen. Gjennom Lektor2-ordningen får skolen ressurser til å etablere og utvikle læreplanrettede undervisningsopplegg i samarbeid med bedrifter og institusjoner som bruker realfag i sitt arbeid.
Målene for Lektor2-ordningen er å

- stimulere interessen og motivasjonen for realfag
- øke elevenes læringsutbytte
- øke rekrutteringen til realfagene
- styrke samarbeidet mellom skole og arbeidsliv

Disse målene skal nås gjennom en relevant og praksisnær undervisning som har fokus på anvendelse av kunnskap og aktiv elevdeltakelse.
(Kilde: www.lektor2.no)

Returkraft omdanner avfall til energi

Oppgave 2

Hver måned lager Returkraft en driftsrapport. Den viser blant annet hvor mye avfall som er brent og hvor mye energi som er produsert.

		November 2013		Hittil i år 2012	Hittil i år 2013		Hele 2013
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Tilgjengelighet	totalt tilgjengelig					8016	8760
Driftstimer	Timer	670	698	7520	7576	7287	8008
Driftstimer %	%	93	97	93	95	90,9	91,4
Tilgjenglighet	%	95		85	88		
Produksjon							
Avfall til anlegg	Tonn	12 298	11 454	121 191	127 807	119 294	131 490
Brensel til ovn	Tonn	11 827	11 454	117 254	121 281	119 294	131 490
Brensel til ovn	Tonn/h	17,7	16,4	15,6	16,0	16,4	16,4
Produksjon kjel	MWh	30 325	30 031	296 616	308 051	313 326	344 358
Produksjon kjel	MW	45,3	43,0	39,4	40,7	43,0	43,0
Brennverdi	MJ/Kg	11,1	11,4	11,0	11,0	11,4	11,4
Turbin	MWh	7 845	7 436	72 033	75 633	76 458	84 297
Driftstimer turbin	Timer	666	698	7222	7240	7079	7800
Strøm salg	MWh	6 777	6 209	61 023	64 226	62 963	69 575
Fjernvarme	MWh	9 972	11 000	67 923	83 451	77 000	90 000

En dag gikk 400 kg avfall som brensel til ovn. Da var produksjon i kjel (der avfallet brennes) 1000 MWh energi. Vi kan skrive regnestykket slik:

$$400 \cdot k = 1000$$

Hva må k være for at regnestykket skal være riktig?

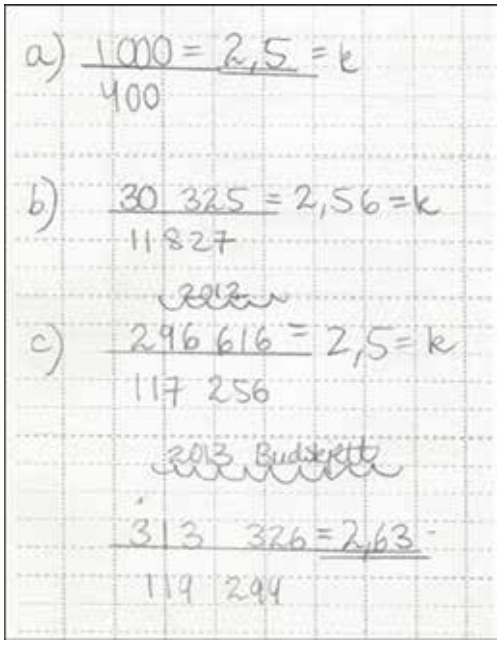
a) I november gikk **11 827** tonn avfall som **brensel til ovn**, se tabell. Da var **produksjon i kjel** 30 325 MWh energi. Regnestykket kan skrives:

$$11827 \cdot k = 30325$$

Hva må k være for at regnestykket skal være riktig?

b) Se på tabellen, fortsatt i radene for **brensel til ovn** og **produksjon kjel**. Hva blir k i kolonnen for 2012 og kolonnen for budsjett i hele 2013? Gi en forklaring til tallene.

Figur 1: Eksempel på en oppgave fra MathEUS-prosjektet



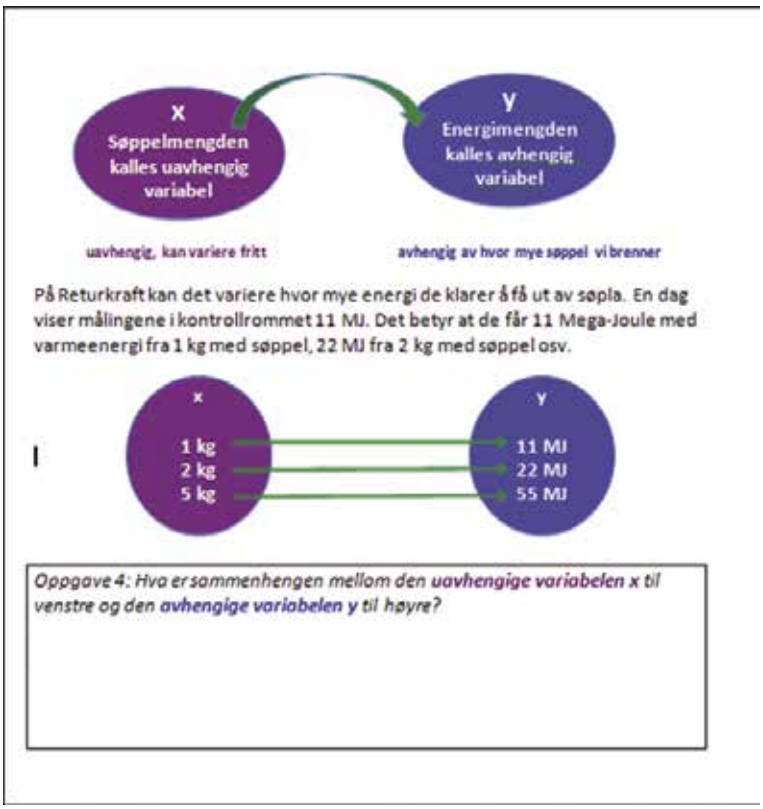
Figur 2: Elevbesvarelse fra MathEUS-prosjektet

Jeg jobbet sammen med Wenche Holtsmark Andersen og May Hanne Mikalsen, to dyktige lærere fra videregående skole, og utarbeidet et hefte med matematikkoppgaver. Oppgavene knyttet seg til data fra bedriften: antall tonn søppel og energi i form av strøm og fjernvarme. Vi fikk gode tilbakemeldinger fra både elevene og lærerne som deltok. Det var en annerledes kontekst for elevene, og vi observerte at elevene arbeidet ivrig med oppgavene, og de gav mange gode tilbakemeldinger om at dette var meningsfylt matematikk: *lærte algebra i en praktisk sammenheng, mye gøyere enn vanlig skole, lettere å forstå grafer og funksjoner, mere utfordrende oppgaver enn de på skolen, forstår bedre hvordan man får bruk for matematikk i arbeidslivet* osv.

Å legge undervisningen til en bedrift kan skape forståelse for at opplæringen på skolen

Returkraft er et energigjenvinningsanlegg som brenner ca. 130 000 tonn restsøppel i året. Forbrenningsovnen varmer opp vann, og vanndamp under høyt trykk driver en turbin som produserer strøm. Varmt vann blir også sendt som fjernvarme rundt i distriktet. Gjennom renseprosesser blir de giftige stoffene i røyken fjernet, og derfor er Returkraft en moderne og miljøvennlig bedrift som har løst problematikken rundt restavfallet som tidligere bare ble deponert i naturen.

er noe vi får bruk for i et fremtidig yrke. Samtidig er kompliserte emner ikke bare noe vi lærer på skolen, men noe som kan ha tilknytning til dagliglivet, og for mange er det nødvendig kunnskap i jobbsammenheng utenfor skolen. Målet med dette MathEUS-prosjektet er å stimulerer til økt læringsutbytte i matematikk hos elever. Vi håper også at en slik opplevelse kan skape større interesse og motivasjon for realfagene. I mars 2014 ble MathEUS-prosjektet evaluert, og alle samarbeidspartnerne var enige om at det skulle videreføres.



Figur 3: Eksempel fra forberedelsesheftet

Knyttet til MathEUS-prosjektet (og eget masterprosjekt) har jeg utviklet et forberedelseshefte som elevene gjennomgår på skolen før bedriftsbesøket, og et hefte med algebraoppgaver fra bedriftskonteksten som løses på Returkraft.

Før besøket på Returkraft arbeider elevene 1–2 timer på skolen for å bli litt kjent med bedriften og hva de driver med der. Elevene forbereder også funksjonsbegrepet som de skal arbeide videre med under bedriftsbesøket.

Bedriftsbesøket varer en hel skoledag og starter med omvisning i kontrollrommet, der de kan se trailere som tømmer søpla i en stor bunker, og ei kran som løfter søpla inn i ovnen. Deretter går turen til produksjonshallen, der elevene blant annet ser forbrenningsovnen og generatoren som produserer strøm. Deretter går veien til skolestua, der de nå skal løse oppgaver som dreier seg om søppellevering, kjemisk energi som blir omdannet til varmt vann i ovnen, og produksjon av strøm og fjernvarme. Etter en felles oppsummering blir det en ny omvisning i renseavdelingen med posefilter og katalysator som gjør røyken fri for giftige stoffer og gasser. Så er det igjen tilbake til skolestua med nye oppgaver knyttet til dette temaet. Dagen avsluttes med en felles oppsummering av hva de har lært. Målet er å gi elevene en god plattform for funksjonsbegrepet.

Algebraopplegget har nå blitt et fast tilbud fra Returkraft til ungdomsskoler i Agder. Det er bare å ta kontakt med bedriften (www.returkraft.no). En liten informasjonsfilm fra niende klasse ved Samfundets skole, som gjennomførte opplegget høsten 2014, ble laget av Cathrine M. Sviggum ved Mediesenteret på UiA. (https://uia.mediaspace.kaltura.com/media/Matematikk+på+Returkraft/0_o0pjm6sf)

Opplegget kan kanskje også inspirere andre som ønsker å knytte til seg bedrifter i forbin-

delse med opplæringen i matematikk eller andre fag.

Selv om professor Cestari nå har blitt pensjonist, lever hennes MathEUS-prosjekt videre med nye didaktikere fra UiA. Regionalt forskningsfond Agder har bevilget 500 000 kroner til forskning på dette samarbeidet mellom en bedrift, universitetet og ungdomsskoler. Hovedfokus vil være om elevene har økt læringsutbytte når de deltar i undervisningsoppleggene ved Returkraft. Prosjektleder er Anne Vegusdal, koordinator for Lektor2-ordningen i Agder. (http://www.naturfagsenteret.no/nyhet/vis.html?tid=2100088).

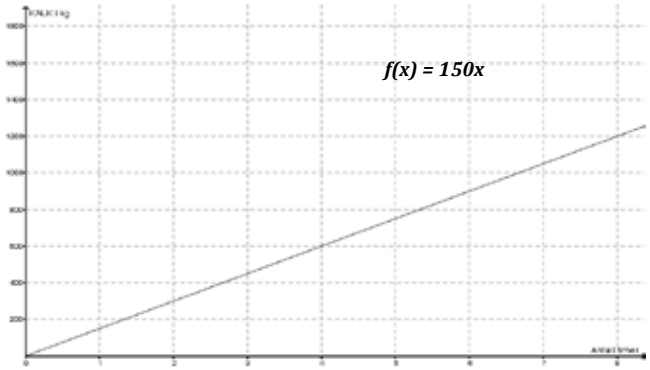
Hjelp Mathur med å regne ut hva kommunene skal betale eller hvor mye søppel de har levert:

Antall tonn med søppel (uavhengig variabel)	Regningen (avhengig variabel)
7 t	
11 t	
14 t	
	26 000 kr
350 t	
	1 950 000 kr

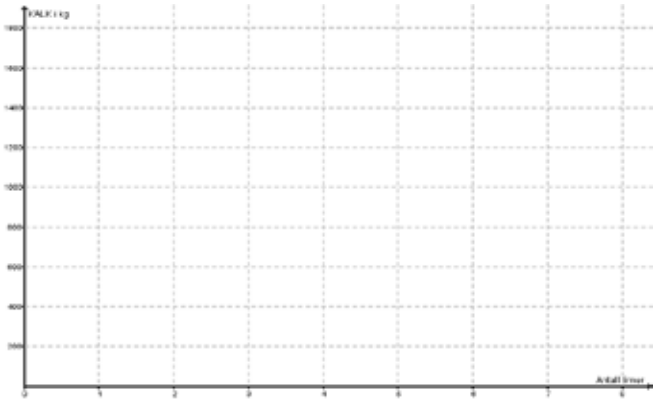
Figur 4: Ett eksempel fra elevheftet

2.4 Bruk av kalk

Les dette: Kalk reagerer med de farlige gassene i røyken og blir til små partikler som blir renset ut i filteret. Det varierer hvor mye kalkpulver Returkraft bruker. Hvis det er mye svovel, klor og fluor i røykgassen, må de øke doseringen til 200 kg kalk i timen. Hvis det er mindre farlige gasser, kan de redusere dette til150 kg/h. Her har du en graf som viser at Returkraft sprøyter inn 150 kg i timen:



Lag en ny graf g(x) som viser at kalkmengden har økt til 200 kg i timen.



Figur 5: Et annet eksempel fra elevheftet

Gjert-Anders Askevold, Silke Lekaus

Elevar si argumentasjon

Denne artikkelen byggjer tematisk på artikkelen «Matematisk argumentasjon» frå Tangenten 4, 2014. Vi følgjer den same elevgruppa frå åttande klasse, og denne gongen er det elevane sin kollektive læringsprosess som er i fokus. Artiklane kan lesast uavhengig eller i samanheng.

Imaginære dialogar

Med denne arbeidsforma får elevane utdelt ein uferdig tekst i dialogform mellom to (eller fleire) personar som er i startfasen med å utforske eit matematisk problem. Elevane skal individuelt skrive ferdig dialogen mellom desse personane, som skal fortsetje å arbeide med det matematiske problemet. Dialogen skal skrivast medan elevane sjølve utforskar og argumenterer i arbeidet med problemet, og såleis kan ein seie at arbeidsforma nærmast blir ei form for tankeskriving der feilslutningar òg blir tekne med (Wille, 2011). Tekstforma der to tenkte elevar snakkar med kvarandre, ikkje til læraren, tillèt eksplisitt at elevane nyttar sitt eige, meir uformelle språk, noko som kan gjere det enklare for elevane å komme i gang med ein matematisk argumentasjon og forstå matematikken i problemet. Meir informasjon om imaginære dialogar finn du i *Matematisk argumentasjon* i Tangenten 4, 2014 (Lekaus & Askevold, 2014).

Gjert-Anders Askevold
Høgskolen i Bergen
Gjert-Anders.Askevold@hib.no

Silke Lekaus
Høgskolen i Bergen
Silke.Lekaus@hib.no

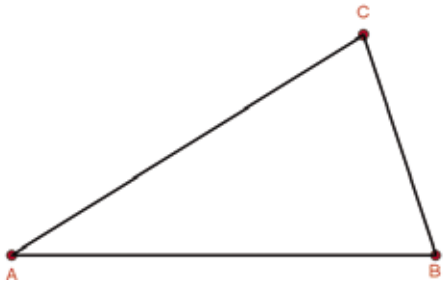
Vi arbeidde med dialogskriving i ein åttandeklasse med 30 elevar, sett saman av 16 gutar og 14 jenter. Klassen var delt i sju grupper med fire eller fem elevar i kvar. Læraren sette saman gruppene etter samarbeidseigenskapar og slik at det faglege nivået hos elevane var jamnast mogleg. Alle gruppene skulle skrive ein imaginær dialog i fellesskap. Dette er altså ei tillemping av den opphavlege metoden, der elevane jobbar individuelt. I denne artikkelen møter vi ei gruppe på fire elevar, to gutar og to jenter, som blei rekna som fagleg sterke. Alle opplysingar om skulen og elevane er anonymiserte.

Oppgåva, starten på ein imaginær dialog

Elevane arbeider med ein imaginær dialog der dei skal avgjere når trekanten har størst areal når lengda på grunnlina er konstant og vi flyttar det motståande punktet slik at *summen* av dei to andre sidene er konstant. Veka før hadde elevane arbeidd med ei anna dialogoppgåve og funne ut at trekantar ikkje treng ha likt areal sjølv om dei har lik omkrins (Lekaus & Askevold, 2014). Vi håpa at elevane skulle gjere seg

Størst areal

I figuren nedenfor, tenk deg at A og B er to faste punkt, men punkt C kan flyttes hvor som helst, så lenge AC + BC er lik.



Per: Hmm... AC+BC skal alltid være lik. Hva betyr det? Er det som om vi hadde et tau som er festet i A og B?

Kari: Jeg tror du har rett. Og C er som en perle tredd på tauet.

Per: Og når du flytter C, så endrer trekanten form.

Kari: Når tror du at trekanten har størst areal?

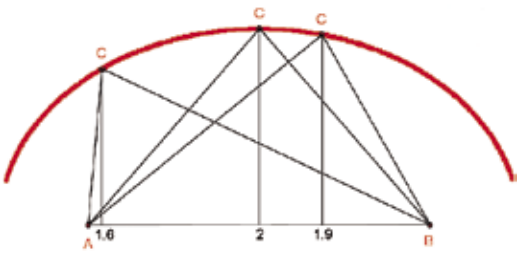
Per: Hvordan kan vi finne ut av det? Jeg har lyst til å prøve med litt tau.

Skriv ferdig dialogen mellom Per og Kari.

Figur 1

nytte av erfaringane dei hadde gjort tidlegare, når dei jobba med den nye dialogoppgåva.

I figur 1 finn du oppgåva slik ho vart gitt til elevane. Ei dialogoppgåve skal ikkje vere ei matematikkoppgåve med fasitsvar, men heller utfordre elevane på matematisk argumentasjon. Denne oppgåva kan løysast på ulike måtar. Den eine måten er empirisk og går ut på at ein festar eit tau med endane i A og B og strekkjer det ut med ein penn slik at vi finn C (tauet blir då linestykka AC og BC). Premissen $AC + BC = konstant$ blir dermed halden, samstundes som C kan ha ulike posisjonar. Desse posisjonane er å finne i ei elliptisk bane (sjå figur 2). Arealet av ein trekant er avhengig av grunnlina og høgda



Figur 2

til trekanten. Sidan grunnlina alltid er den same i denne problemsituasjonen, er det høgda som avgjer arealet til trekanten. Skal arealet bli størst mogleg, må høgda vere størst mogleg. I dette tilfelle finn vi at det er når trekanten er likebeina, at C er lengst vekke frå AB og trekanten har størst areal (sjå figur 2).

Prosessen med å skrive ein dialog (transkripsjonen)

I fortsetjinga av denne artikkelen vil vi sjå på korleis elevane utviklar ein argumentasjon når dei arbeider med dialogen. Vi skal sjå at dei startar på det som kan karakteriserast som ein omveg, men som likevel gir læring i matematikk. I starten ser det ut til at elevane forholdsvis raskt arbeider seg fram mot ein idé om når arealet av trekanten er størst. Når ein ser på videoen og transkripsjonen, ser det ut som elevane har forstått oppgåva og funne ein argumentasjon for at trekanten må vere likebeina. Det er akkurat på dette punktet det er freistande som lærar å gå inn i ein dialog med elevane for å sørgje for at dei formulerer resultatet med eit matematisk språk og notasjon. Men det er her vi meiner at elevane sjølve bør få fullføre resonnementa sine og bli sikre på sin eigen argumentasjon. Som vi skal sjå, startar elevane på ein lang omveg som viser at dei nesten var ved målet, utan å vite kvifor. Vissa om at dei hadde funne svaret eller vunne ny innsikt, var kanskje ikkje til stades. Vi skal no følgje prosessen til dei fire elevane Jim, Jan, Kaja og Hege gjennom å analysere utdrag frå samtalane.

Elevane eksperimenterer

I starten av timen er det mest dei to gutane Jim og Jan som diskuterer oppgåva. Kaja er lite aktiv, og Hege kjem litt seinare til timen og vil bli sett inn i arbeidet av resten av gruppa.

Gutane kjem i gang med oppgåva gjennom ein fase der dei hentar fram etablert kunnskap, og reknar ut arealet av trekanten som allereie er på arket. Dei er opptekne av at arealformelen for trekantar må følgjast, og at ein skal vere nøyaktig i rekninga. Det ser vi når dei gir opp måltalet til arealet med tre desimalar. Jim og Jan snakkar litt forbi kvarandre og reknar fort. Vi kan ane ei form for rutine eller instrumentell tilnærming der elevane er vane med at svaret på oppgåva ligg i nøyaktige utrekningar, ikkje forklaringar og argumentasjon. Det verkar som elevane ikkje er klare for å lausrive problemstillinga frå den gitte figuren, som ser ut til å ha ei statisk rolle for elevane. Så kjem elevane til kjernen i oppgåva, at summen av dei to sidene i trekanten (AC og BC) skal vere konstant. Det er her vi meiner at sjølve utforskinga kjem i gang.

I situasjon 1 nedanfor kan vi sjå at gutane begynner å eksperimentere og teikne på figuren. Dei teiknar ein ny trekant der dei prøver å få AC + BC til å ha det same måltalet som i den gitte trekanten. Dei prøver å vere nøyaktige på millimeteren. Dei måler den nye trekanten, og videoen syner at dei reknar ut arealet av denne, altså den midtarste trekanten i figur 4.

Vi kan sjå av situasjon 1 at gutane er einige om at problemet med arealet kan reduserast til eit problem kring høgdene. Gutane finn først at høgda på den nyteikna trekanten er den same som i den opphavlege trekanten. Eller var ho no verkeleg det? Elevane er no tydeleg i ein utprøvingsprosess der dei blir kjende med oppgåva og testar ut ulike måtar å løyse henne på. Jim og Jan prøver å leggje linjalen normalt på grunnlina i trekanten, gjennom toppunktet til den opphavlege, og finn at høgda ikkje er lik i dei to trekantane. Vi meiner at elevane her har oppdaga at trekanten vil endre areal når vi flyttar på C, men Jim verkar usikker på resultatet og trur han har gjort feil. Ein hypotese hos gutane verkar for å vere at trekanten alltid har same areal uansett kor dei flyttar punktet C. Noko av grunnen til at Jim vil halde på denne tesen, og trur at han har gjort feil, kan vere at dei har teikna ein trekant som er ganske lik den opphavlege trekanten, og at høgda blir tilnærma lik den i den opphavlege trekanten. Elevane er så vidt i gang med oppgåva, dei eksperimenterer, og det kan sjå ut som dei arbeider på det første bevisnivået, «naiv empirisme», i Balacheffs teori om ulike argumentasjonsnivå (Balacheff, 1998).

Jim:	Blir arealet større no? Skal vi se? ((trekker arket mot seg))
Jan:	Høyden er jo den samme jo. Grunnlinjen er den samme, høyden er den samme.
Jim:	((Forskjell i trekantenes høyde er veldig liten)) Sååå sant. ((ser på tegningen)) Nei, det er det jo ikke, se då! Da tar vi den helt (parallell) ((Tar linjalen og viser en parallell til grunnlinjen)).
Jan:	Ser du? Høyden er ikke den samme.
Jim:	Men da er det bare det at jeg har gjort feil da.

Situasjon 1

1. Naiv empirisme: enkel utprøving av om ein hypotese stemmer, med få og enkle eksempel.
2. Det avgjerande eksperimentet: same som nivået over, men eleven testar òg hypotesen på ekstremtilfelle.
3. Det generiske eksempelet: argumentasjon som viser generelle matematiske samanhengar, men framleis er avhengig av konkrete eksempel.
4. Tankeeksperimentet: matematisk argumentasjon lausrive frå bruk av eksempel.

Balacheff (1998).

Figur 3

Jan: Det (enkleste er å) si vi har en sånn her på ti, den her er åtte centimeter [den her er 2, sant
Jim: [Ja jeg vet ikke
Jan: og siden den her er så lav så kan den herre strekke seg ganske langt ned for at den ikke skal møtes, men hvis de blir like store for eksempel da kan de rette seg litt opp...
Jim: Ja
Jan: Dermed blir arealet større
Jim: Men vi må finne midten her då

Situasjon 2

Naiv empirisme tyder at elevane argumenterer på grunnlag av få og tilfeldig valde eksempel. På det neste av fire nivå prøver elevane ut kva som skjer i ekstremtilfelle. Balacheff kallar dette nivået «det avgjerande eksperimentet». Sjå figur 3.

Nesten der

Elevane fortset å eksperimentere, og etter omtrent seks minutt verkar det som dei har funne ein argumentasjon for at arealet er størst når trekanten er likebeina. Jan prøver å underbyggje sin teori med eit slags avgjerande moteksempel når han forklarer for Jim i situasjon 2 at trekanten må bli veldig låg dersom punktet C blir flytta langt til ei av sidene.

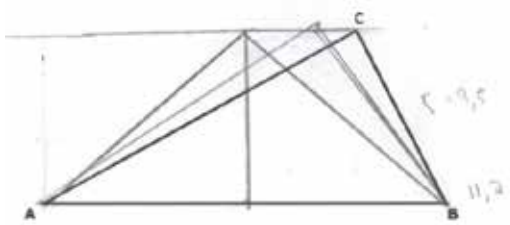
Jim finn midten på grunnlina og teiknar inn ein likebeina trekant. Teikninga som oppstår, er vist i figur 3. Ho motseier tydelegvis Jan si forventning til kva som skulle skje, som vi ser i situasjon 3.

Gutane måler lengdene på nytt. Dei tek eit nytt ark og lagar ei ny teikning. Jim teiknar inn midtnormalen til grunnlina opp til ei line parallell med grunnlina gjennom toppunktet til den opphavlege trekanten. Det kan verke som om teorien om at høgda alltid er den same uansett kor ein flyttar C, er så sterk at Jim ikkje ønskjer å gjere midtnormalen lengre. Han går

Jan: Nei, vent nå litt, kødder du? Få se! ((Jim måler høyden på nytt.))
Jim: Jeg visste det (…)
Jan: Det kan ikke være riktig.
Jim: Det er helt riktig. Jeg er helt sikker på det. For her når du setter den her opp så mister du (…)
Jan: Bare … Hvor mye … hvor store var disse her til sammen? ((Peker på sidene AC og BC i den opprinnelige trekanten))

Situasjon 3

likevel med på det etter at Jan peikar på at han bør vere lengre: «Men litt over den streken i tilfelle vi kommer …» Jan mumlar, noko som kan tyde på at han er usikker på sin eigen hypotese. Deretter går dei i gang med å teikne linene AC og BC og få dei slik at AC + BC er som på den opphavlege figuren. Elevane bruker lang tid på å få måla nøyaktige. Jan konkluderer med at C no er litt over streken som er parallell med grunnlina. Det kan sjå ut som om elevane har løyst oppgåva; dei har funne ut at trekanten er størst når han er likebeina, sidan dei teiknar inn midtnormalen. Dei finn at høgda på den nye trekanten er litt større enn på den opphavlege trekanten, slik at arealet òg må bli større, ei oppdaging som fører til at dei må forkaste hypotesen om at arealet alltid er det same. Slik vi ser det, er elevane no nesten i mål. Dei har funne eit (mot)eksempel som viser at arealet til trekanten varierer når ein flyttar på C.



Figur 4

Så skjer det ei avsporing i gruppearbeidet. Den andre jenta, Hege, kjem inn, og no samarbeider alle fire elevane.

Jim: Men vi har jo egentlig funnet svaret. Det er bare han som må se det.
Jim: Det kan jo hende du har rett … ((vendt mot Jan))
Hege: Ja vi bare hører han, så finner vi ut av det … det tror jeg (vi gjør)

Situasjon 4

Elevane fortset å diskutere hypotesen om at trekanten alltid har likt areal uansett kor C er plassert. Heile gruppa verkar for å famle litt. Jim er overtydd av teikningane, medan det kan sjå ut til at Jan leitar etter eit deduktivt argument.

Feil argumentasjon og hissig stemning

I fortsetjinga er det mest Jan som arbeider med oppgåva. Resten av gruppa pratar om saker som ikkje vedgår matematikk. Hege prøver å overtyde Jim ved å bruke analogien om at sirklar og firkantar med same omkrins òg har likt areal: «Hvis du har en runding og gjør den, trekker den ut til en firkant, så vil det fremdeles være like stort inni fordi du har bare en viss, en viss lengde på denne tråden.» Denne argumentasjonen står i sterk kontrast til den førre matematikktimen vi var med klassen, då dei arbeidde med ei problemstilling som gjekk på at figurar med lik omkrins ikkje treng å ha likt areal. Det kan sjå ut som om kunnskapen blir sett på som isolert. Det verkar for at elevane her ikkje klarer å hente fram og gjere seg nytte av tidlegare lært matematikk.

I fortsetjinga av diskusjonen verkar det for at jentene er einige med Jim, som *trur* at svaret er at trekanten alltid har det same arealet. Men han er langt frå sikker i si sak, noko han tydeleg viser i situasjon 4. Men det verkar ikkje som om gruppa vil gå inn i prosessen med å finne eit argument som viser at det må vere på den eine eller den andre måten, noko Hege viser med kommentaren i situasjon 4. Ein grunn kan vere at elevane ikkje er vane med å formulere matematisk argumentasjon. Er det for vanskeleg eller

Lærer: Ja::: syv komma en (3) Den er da fem komma to, og den er ni og en halv, fjorten komma syv, so det er en tre fire millimeter for korte de to strekene til sammen. Hva vil det føre til? (…) Hvis den her, de to til sammen skulle være tre fire millimeter lenger, eller de er for korte, hvordan ville trekanten sett ut da?
Jan: Enda høyere…?
Jim: Du bare argh
Jan: Så det vil si….
Hege: Du frustrerer oss. Det er ikke snilt. ((vendt mot læreren i rommet))
Jim: Så det vil si at alt det vi trodde at den var for lang at det er feil. Det er altfor kort. Sidene er for korte.
Lærer: For så vidt (…) toppene (…)
Jan: Da vil den her bli, bli enda høyere.

Situasjon 5

for slitsamt å gå inn i ein prosess med argumentasjon? Manglar elevane sjølvtillit, og trur dei ikkje heilt på at dei kan finne rett løysing utan hjelp frå læraren? Eller kan det vere at matematikktimane alltid har ein struktur der elevane får svaret på slutten av timen, slik at det nesten ikkje er naudsynt å fullføre alle oppgåvene? Ein får den rette tankegangen servert til slutt.

Læraren som autoritet

I situasjon 4 verkar det som om gruppa er langt frå å kunne finne at trekanten faktisk er størst når han er likebeina, trass i at dei var så nær målet i situasjon 2. Det nærmar seg slutten av timen, og læraren går no rundt og snakkar med gruppene.

Læraren ser på skissene til elevane og måler sidene på den trekanten som elevane har teikna som likebeina. Han finn at sidene faktisk er litt for korte. Jan ser fort at då blir trekanten endå høgare, altså at høgda bli lengre, og han ser

nok at arealet blir større (situasjon 5). For Hege og Jim er dette ei frustrerande oppleving. Det verkar som dei innser at empirien deira ikkje held, og at dei har grunnlagt konklusjonen på faktiske feil. Dette markerer òg eit vendepunkt i elevane sitt arbeid med problemet. Litt etter at læraren har målt på figuren, finn elevane fram til at arealet er størst når trekanten er likebeina, og heile gruppa er einig. Det kan vere verdt å spørje seg kvifor skissa til elevane vart feil og AC og BC vart for korte, men det kan vi berre spekulere i. Kanskje var det målefeil, kanskje var det tanken om at trekanten alltid skulle ha lik høgd uansett kor C vart plassert, slik at dei prøvde å tilpasse teikninga så ho skulle passe til hypotesen. Det er samstundes så små figurar at eventuelle skilnadar i lengd er vanskelege å finne om ein ikkje konstruerer med passar og linjal. Ein tredje påstand kan vere at elevane kom vekk frå problemstillinga då dei skulle måle nøyaktig med linjal.

Oppsummering

I timen skulle elevane skrive ein tenkt dialog mellom Per og Kari. Dialogen inneheldt eit matematisk problem som viste seg å være utfordrande for elevane. Det som for oss synest å vere den største utfordringa for elevane, er å skulle argumentere matematisk samstundes som ein skal formulere argumentasjonen som tekst. Oppgåva motiverte likevel elevane, og dei klarte å arbeide lenge med henne. Sjølve dialogen kom litt i bakgrunnen, men han la grunnlaget for argumentasjonsoppgåva og fungerte godt som ein igangsetjar. Kanskje kunne elevane få arbeide individuelt og skrive dialogen på eiga hand. Då kunne dei fått mindre å konsentrere seg om og meir fokus på å skriftleggjere sin eigen tankegang og argumentasjon.

Denne timen viser òg at elevane har vanskar med å kople saman resultat frå ulike undervisingstimar. Eit resultat frå førre veke som kunne ha hjelpt elevane, synest heilt gløymt i denne timen. Kva er grunnen til det? Har dei gløymt det, eller verkar det ikkje for å ha relevans? Kanskje ein grunn kan vere at elevane ikkje er vane med å arbeide argumenterande i matematikk, noko læreplanen legg føringar for at vi som lærarar skal gjere i klasserommet. Å nytte tidlegare lærte resultat og setje dei saman til ny argumentasjon er ein krevjande prosess som krev strukturforståing i matematikk. Det krev òg øving, og elevane må jobbe med oppgåver som fordrar argumentasjon. Argumentasjonsprosessen skal ta tid, og Jan verkar villig til å tida til hjelp i den krevjande prosessen. Resten av gruppa verkar prega av oppgåveparadigmet (Skovsmose, 2003), der ein får svaret på oppgåvene i slutten av timen og ikkje treng å anstrengje seg nemneverdig utover drilloppgåvene.

Vi ser òg skilnad på korleis elevane arbeidde denne gongen og i timen før: Då kom elevane fram til (det nesten rette) svaret heilt på eiga hand. Denne gongen trong dei mykje meir hjelp frå læraren og stolte mindre på seg sjølve. Læraren si rolle som autoritet i klasserommet blir tydelegare. Éin av grunnane kan vere at elevane i den førre timen var einige om svaret og framgangsmåten i beviset, medan elevgruppa her hadde ulike tilnærmingar. Læraren fekk rolla som dommar. Elevane sine matematiske argument var ikkje sterke nok, kanskje fordi ingen av elevane stolte heilt på sin eigen argumentasjon?

Dette viser at idear og resultat må samanfattast til slutt. Læraren kan gå rundt i klasserommet og spørje elevane etter alle ideane dei kjem på undervegs, og oppmode om at desse vert inkluderte i teksten. Vi meiner at det er viktig at elevane får tid til utforsking og til å fullføre argumentasjonsrekkjene sine slik at dei sjølve kan løyse opp eventuelle motsetnadar og argumentere for eigne oppdagingar.

Referansar

Balacheff, N. (1998). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. I D. Pimm, *Mathematics, teachers and children* (s. 216–230). London: Hodder and Stoughton.

(fortsettes side 26)

Toril Eskeland Rangnes

Matematikkdidaktikk på Facebook

Det dannes stadig nye grupper på Facebook. Disse gruppene kan brukes til å dyrke interesser, diskutere hobbyer eller faglige spørsmål med hverandre. I Norge er det særlig to grupper som er aktuelle for matematikklærere. Den ene er gruppen «Geogebra. Norsk gruppe med hjelp og tips» som Tor Espen Kristensen nevner i sin artikkel «Krav til digitale ferdigheter» i dette nummeret. Den andre og største gruppen knyttet til matematikkundervisning i Norge, er gruppen «Matematikkdidaktikk» som ble opprettet i 2013. Gruppen er veldig aktiv og får stadig nye medlemmer. Grunnleggeren av

Toril Eskeland Rangnes
Høgskolen i Bergen
tera@hib.no

«Matematikkdidaktikk» er Kjetil Idås, lektor ved Horten videregående skole og daglig leder av Nettskolen Vestfold. «Matematikkdidaktikk» preges av stor aktivitet der lærere fra barneskole til universitet og høgskole bidrar. Tangenten fant at fenomenet måtte undersøkes nærmere og arrangerte et intervju med Ketil Idås.

Hva var bakgrunnen for at du startet denne gruppa?

Jeg tror det er mange matematikklærere som har behov for å dele og diskutere metodiske opplegg på en effektiv måte når det passer dem. Jeg var en av dem, og jeg så fordeler ved å kunne dele og informere effektivt via en Facebookgruppe. Jeg håpet vi ville få noen hundre medlemmer, men dette har jo tatt helt av! Jeg ønsket også å få tilgang på et godt kvalifisert og engasjert fagmiljø. Dette har gruppen lykkes med. På «Matematikkdidaktikk» er avstanden mellom lærere og professorer i faget bare noen tastetrykk unna. Her deler og hjelper alle hverandre. Den siste grunnen for å starte gruppen var rett og slett fordi jeg så på det som en måte å holde meg faglig og informasjonsmessig ajour på. Det opplever jeg at arbeidsgiver ikke alltid makter. I «Matematikkdidaktikk» er det rask respons - her er det mye påfyll som kommer nesten hver dag!

Hvilke temaer ser du engasjerer deltakerne i gruppa?

Det er stor forskjell på temaene både i forhold til faglig nivå og aktualitet. Det er alt fra tråder som rett og slett bare besvarer et kort spørsmål til store diskusjoner rundt matematikkfaget, om innhold i læreplaner og eksamensoppgaver. Hyppigst diskutert er nok bruk av digitale verktøy hvor trådene har handlet om alt fra bruk av CAS på eksamen til Matematikksenterets rolle. Ellers så er det utrolig hvordan medlemmene er villige til å dele tips om opplegg eller erfaringer med læreverk og digitale verktøy. Her er det nok mye interessant informasjon også for leverandører av læremiddel, for kommentarene er relativt usminket. Den siste store tingen er nok eksamensoppgaver som både kritiseres og diskuteres.

Hva har overrasket deg i arbeidet med gruppa?

Det er flere ting som har overrasket meg, men kanskje først og fremst at gruppen har truffet et behov og blitt så stor så fort. Det er også overraskende at det kommer flere og flere medlemmer fra de andre nordiske landene. Men det viktigste i forhold til dette er kanskje viljen deltakerne i gruppen har til å dele erfaringer. Medlemmene opplever tydeligvis «Matematikkdidaktikk» som en flott delingsarena. Det ser ut for at gruppa fyller et behov mange lærere har for å diskutere fag og dele med hverandre, et behov som kanskje ikke blir dekket i travle lærerkollegier. Ja kanskje er det nettopp det som overrasker meg - at «Matematikkdidaktikk» kan supplere og utvide fagmiljøet på en enkel måte.

Det er registrert at du i gruppa innimellom forteller om hvor mange medlemmer det er blitt. Du legger blant annet ut mulige matematiske modellerer for vekst. Hvordan vil du beskrive veksten den tiden gruppa har eksistert?

Ja – jeg har brukt casen som en fin regresjonsoppgave for mine elever. Først vokste medlemsmassen faktisk eksponentiell, mens den nå vokser lineært med ca 100 nye medlemmer i uka. Vi begynner derfor å se en todelt funksjon. I gruppa har dette vært diskutert og jeg støtter nok de som mener at vi kanskje får en utflating fremover når x går mot max-grensen av potensielle lærere.

Regner med det er noe arbeid med å drive en slik facebookgruppe. Hvilke utfordringer ser du med siden?

Debattene og trådene kan til tider være friske, men det kan være bra bare innleggene holder faglig nivå. Når siden passerte 1.000 aktive medlemmer forsto jeg at det ble nødvendig å ta et redaksjonelt ansvar. Jeg begynte å verifisere medlemsforespørsler og slette krenkende varslede innlegg og tråder. Blant annet slipper jeg ikke inn personer som ser ut som elever eller ikke har noen matematikkspor på

veggen sin. Det kan ramme noen utilsiktet, men jeg ser heller ingen annen mulighet til å skjerme siden for oss matematikklærere. Det har vært få krenkende innlegg og de aller fleste trådene følger nettets justis og regulerer seg selv. Jeg vurderte også grundig hvordan jeg skulle håndtere kommersielle henvendelser om publisering fra forlag og lignende. Det vurderer jeg som utelukkende positivt og lar de publisere helt fritt slik at alle blir oppdatert raskest mulig.

Hvilke vyer har du for framtiden til gruppa?

Det er voldsomt å tenke på at våre 2.000 medlemmer ganske sikkert underviser over 100.000 elever/studenter hver uke. Med publiseringskraften i Facebook kan vi spre kunnskap, nyheter og informasjon direkte til og mellom matematikklærere. «Matetikkdidaktikk»-siden har en mulighet til å bli den foretrukne informasjonskanalen til alle matematikklærere, både for å få raskt hjelp og for å holde seg oppdatert. Klarer jeg å styre dette til en viss grad redaksjonelt, kan siden bli stedet hvor lærere henter informasjon ved å spørre andre, stedet de får svar på faglige og metodiske spørsmål eller der de kan følge etterutdanningskurs fra videoklipp. Når du ser hvor mange som bidrar og bruker tid på å dele, tror jeg faktisk at noen kan oppleve «Matematikkdidaktikk» som sitt andre lærerrom.

(fortsatt fra side 23)

Lekaus, S., & Askevold, G.-A. (2014). Matematisk argumentasjon gjennom dialoger. *Tangenten, 25*(4). Bergen: Caspar Forlag.

Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj (red.), *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (s. 143–158). København: L & R Uddannelse.

Wille, A. (2011). Activation of inner mathematical discourses of students about fractions with the help of imaginary dialogues: A case study. *Proceedings of the 35th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (s. 337–344).

(fortsatt fra side 5)

Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.

Presmeg, N. (2006). Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. I A. Gutiérrez & P. Boero (red.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (s. 205–235): Sense Publishers.

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge: Cambridge university press.

Van de Walle, J. A. (2007). Developing measurement concepts. I J. A. Van de Walle (red.), *Elementary and middle school mathematics* (s. 374–406). Boston: Pearson Education, Inc.

Noter

1 I Norge går alle elever som har en synshemning, på skole på hjemstedet i klasser med seende elever. Elever som er blinde (det vil si elever som bruker punktskrift i opplæringen), blir årlig invitert til et firedagers kurs i regi av Statped. Tema på slike elevkurs er kroppsøving, lesing/skriving med punktskrift, IKT, matematikk osv. Undervisningsopplegget som er beskrevet i artikkelen, er brukt på slike elevkurs.

2 Statped er en nasjonal etat som er underlagt Utdanningsdirektoratet, og som gir spesialpedagogiske tjenester til kommuner og fylkeskommuner. Statped har spisskompetanse innen seks definerte fagområder: døvblindhet, ervervet hjerneskade, hørsel, sammensatte lærevansker, språk/tale og syn. For mer informasjon: www.statped.no

Bjørn Smestad

Oksehandel på nytt

Da Geir Botten (2009) skrev i Tangenten om sin utmerkede bok «Min lidle norske regnebog», overlot han til leserne å løse denne oppgaven fra Tyge Hansøns bok «Arithmetica Danica» (fra 1645):

> 3. hunder Øxsen store oc smaa /
> Enb Øxdriffuer monn kiøbe:
> 3. for (63) Daler fik hand daa /
> Igjen i kiøbet Lod løbe :
> 3. for (63.) Daler dem solde hen /
> Magre oc Fede tillige.
> 787 1/2 Daler vant hand igjen /
> Huor ded tilgick mig sige? Respons
> Huo det vil regne betencke ret /
> Oc sagen vel begrunde /
> Da vorder ded saa gandske let /
> At regne for en Bunde.

Altså, kort fortalt: Oksedriveren kjøpte 300 okser til prisen «3 for 63 daler», solgte dem til prisen «3 for 63 daler» og satt igjen med en fortjeneste på 787 1/2 daler. Hvordan kunne det gå an?

I Tangentens anmeldelse av Bottens bok hadde Geir Martinussen og undertegnede et forslag til løsning der vi strengt tatt valgte å overse opplysningen om at han solgte til prisen 3 for 63. Da blir jo løsningen enkel: Han må tjene 2 5/7 daler per okse for å få overskuddet som er oppgitt, og må altså selge for en snittpris på 23 5/8 daler (Smestad & Martinussen, 2011).

Per Manne (2011) hadde et annet forslag som lå litt tettere på oppgaveteksten: Han tenkte seg at bonden kjøpte to store og én liten okse for 63 daler (nærmere bestemt 23 1/3 daler per stor okse og 16 1/3 daler per liten okse). Så endret bonden prisene når han skulle selge, dog slik at én stor og to små okser kostet 63 daler, slik at han fortsatt kunne si at han solgte 3 for 63. Mannes konkrete løsning var at bonden nå

Bjørn Smestad
Høgskolen i Oslo/Akershus
Bjorn.Smestad@hioa.no

solgte de fete oksene for 26 1/4 daler, og de små for 18 3/8 daler.

Nå tror jeg imidlertid jeg har funnet en enklere løsning – en som krever mindre regning, og som ikke innfører antakelser om antall store og små okser. Jeg ble godt hjulpet av kjente matematikere som Tartaglia (ca. 1500–1557) og Alcuin (ca. 735–804):

Hvis oksedriveren solgte 150 okser for prisen «2 for 63 daler» og 150 okser for prisen «4 for 63 daler», skal det bare en solid dose frekkhet til (og et litt kreativt forhold til begrepet gjennomsnitt) for å påstå at de i gjennomsnitt var solgt til prisen «3 for 63 daler». Og inntekten ville da ganske riktig bli 4725 daler for de første 150 oksene og 2362 1/2 daler for de siste 150 oksene, i alt 7087 1/2 daler, som er en fortjeneste på 787 1/2 daler (siden de ved innkjøp kostet 6300 daler).

Dette var i så fall ikke første gang denne formen for tvilsom forretningspraksis viste seg i matematikkoppgaver. En fascinerende nettside av David Singmaster med tittelen «Sources in Recreational Mathematics» kategoriserer slike underholdende oppgavetyper og gir eksempler på hvor man kan finne dem i historiske kilder. Akkurat vår type oppgave har fått betegnelsen «7.Y» (Singmaster, 2004). Der framgår det at allerede gode, gamle Alcuin ga et liknende problem, hvor to handelsmenn handlet griser for 100 «solidi» til en pris av fem griser for to solidi. De klarte å gå med overskudd selv om de solgte grisene til samme pris.

Andre kjente matematikere som Fibonacci, Pacioli og Tartaglia hadde med liknende oppgaver i sine bøker. For eksempel kjøpte Paciolis handelsmenn 60 perler til prisen 5 for 2. De solgte 30 perler til prisen 2 for 1 og 30 til prisen 3 for 1 – og dermed kunne de påstå at de (i gjennomsnitt) fortsatt solgte til prisen 5 for 2. Kostnaden ble 24, mens inntekten ble 15 + 10, så overskuddet ble 1.

Det er fascinerende å se hvordan slike oppgavetyper kan følges gjennom historien, fra land til land og fra epoke til epoke. En del oppgaver lever fortsatt i beste velgående – Jan van Maanen (2014) forteller at elever kommer til ham med vandreoppgaver som de har fanget opp i skolegården eller på ferie, og som han kan slå fast var kjent for mange hundre år siden. Men dette er ikke bare fascinerende – oppgavene kan også være nyttige for å kartlegge innflytelser gjennom historien. Hvis en (nyere) bok bruker mange oppgaver som også finnes i en annen (eldre) bok, har den nyere formodentlig blitt inspirert av den eldre, eller de har begge hentet inspirasjon fra en tidligere bok. Vi kan ut fra denne oppgaven anta at Tyge Hansøn var inspirert av tidligere lærebøker, men det krever et mer systematisk studium å prøve å finne ut mer om inspirasjonskildene hans. En morsom oppgave er det uansett han, via Geir Botten, har bragt videre til oss.

Takk til Albrecht Heeffer for tips om de historiske forløperne.

Referanser

Botten, G. (2009). Dypdykk i gammel bok. *Tangenten, 20*(4), 4-–51.

Manne, P. (2011). Matematikk med et smil i 1645. *Tangenten, 22*(2), 6-–62.

Singmaster, D. (2004). *Sources in Recreational Mathematics. An Annotated Bibliography. Eighth Preliminary Edition.* Hentet 1/1-2015 fra http://www.gotham-corp.com/sources.htm#_Toc69534172

Smestad, B. & Martinussen, G. (2011). Min Lidle Norske Regnebog. *Tangenten, 22*(1), 4-–48.

van Maanen, J. (2014). *'Telling mathematics' revisited*. Paper presentert på: The European Summer University on History and Epistemology in Mathematics Education. København, Denmark

Ole Einar Torkildsen

Et tall og det omvendte

Følgende regneoppskrift (algoritme) er gitt:

Velg et naturlig tall, f.eks. 18. Skriv ned det reverserte tallet (sifrene skrevet i motsatt rekkefølge). I vårt eksempel blir det 81. Trekk det minste av disse to tallene fra det største, og skriv ned svaret. Her: 81 – 18 = 63.

a) Velg flere naturlige tall som har to siffer (tallene skal være større enn 9 og mindre enn 99), og gjør det samme. Studer svarene, og se om dere kan finne en sammenheng / et mønster. Skriv ned denne sammenhengen.
b) Velg et naturlig tall som har tre siffer (tallet skal være større enn 99 og mindre enn 1000). Gjennomfør algoritmen ovenfor med dette tallet. Eksempel: 381 – 183 = 198.
   Velg flere slike tall, og gjør det samme. Studer svarene. Gjelder den sammenhengen dere fant i punkt a)? Finner dere andre sammenhenger?
c) Kan dere vise at den sammenhengen dere fant i punkt a), må være rett?

Ole Einar Torkildsen
Høgskulen i Volda
oet@hivolda.no

I anledning Tangentens 25-årsjubileum presenterer vi her den første oppgaven i serien «Ole Einars oppgaveside» fra nr. 1 i 1990.

Oppgaven kan utvides i flere retninger, for eksempel slik:

Hvilke sammenhenger finner dere dersom regneoppskriften brukes på tall med fire siffer og/eller fem siffer?

Et annet eksempel: Utfør samme regneoppskriften i et annet tallsystem enn titallsystemet, f.eks. sekstallsystemet, og gjennomfør punktene ovenfor i dette tallsystemet. Deretter kan resultatet fra titallsystemet og sekstallsystemet sammenlignes. Hva ser dere og hvorfor?

En tredje retning går på å utvide regneoppskriften med et par ekstra trinn, f.eks.: Reverser svaret på subtraksjonen, og adder dette tallet til svaret på subtraksjonen.

Med våre tidligere talleksempel blir det

Svar subtraksjon:	63
+ reversert tall:	36
Svar:	99

Svar subtraksjon:	198
+ reversert tall:	891
Svar:	1089

Gjør dette med tall som har to, tre, ... siffer, og se på de svarene dere får. Finner dere noen sammenhenger?

ETTER- OG VIDEREUTDANNING VED UNIVERSITETET I BERGEN

VIDEREUTDANNING I GEOGEBRA FOR MATEMATIKKLÆRERE

Matematisk institutt ved UiB tilbyr to samlingsbaserte videreutdanningskurs i GeoGebra, ett for lærere på ungdomstrinnet og ett for lærere i videregående skole. Kurset skal gi solid kompetanse i bruk av GeoGebra som undervisnings- og læringsverktøy.

Nye minstekrav til digitale verktøy for skriftlig todelt eksamen i matematikk for ungdomstrinnet våren 2015 krever kompetanse blant lærerne i bruk av programmet GeoGebra. I videregående skole har GeoGebra blitt det viktigste digitale hjelpemiddelet i matematikkfaget. GeoGebra er et mye sterkere verktøy enn kalkulatoren, og har stor innvirkning på undervisning, læring og vurdering.

Kursene skal gi deltakerne:

- Teknisk kompetanse i bruk av GeoGebra
- Praktisk erfaring med hvordan GeoGebra kan brukes i undervisningen
- Praktisk erfaring med bruk av GeoGebra i undersøkende læringsaktiviteter

Det er mulig å søke Utdanningsdirektoratet om stipend/vikarmidler og støtte til studieavgift. Les mer på **udir.no**. Søknadsfrist 15. mars.

Faglig ansvarlig: Tor Espen Kristensen med flere.

Søknadsfrist:
1. april 2015

For mer informasjon: **uib.no/evu**

UNIVERSITETET I BERGEN

Tor Espen Kristensen

Krav til digitale ferdigheter

Våren 2015 blir det nye krav til digitale ferdigheter ved eksamen i grunnskole og videregående skole. I ungdomsskolen har elevene tidligere fått oppgaver der de skal bruke regneark. I videregående skole har det fram til nå vært slik at alle oppgavene på del 2 skal kunne løses ved hjelp av en grafisk kalkulator. Dette forbeholdet er nå tatt vekk. I stedet er det presisert hvilke typer verktøy elevene må kunne bruke i de ulike fagene for å få full uttelling ved eksamen.

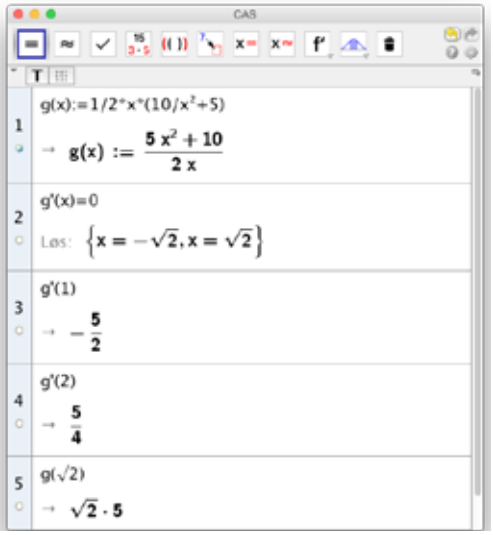
Fag	Verktøy
10. klasse, 1P, 2P, 2P-Y	Graftegner og regneark
1T, 2T, 2T-Y, R1, R2, S1, S2	Graftegner og CAS

Dette vil innebære at eksamen nå skal teste et bredere kompetansemål som utfordrer elevenes hjelpemiddelkompetanse og også elevenes kommunikasjonskompetanse. Følgende eksempler fra Utdanningsdirektoratets eksempelsett er valgt for å illustrere dette.

Elevene må bruke et CAS-verktøy for å få full uttelling på denne oppgaven. De må først bestemme en funksjon g som gir arealet til trekanten, og så bestemme når denne har sin største verdi. Når dette er gjort, må løsningen i det

Tor Espen Kristensen
Matematisk institutt, UiB
Tor.Kristensen@math.uib.no

Eksempel 1 (Matematikk 1T)
Funksjonen f er gitt ved $f(x) = 10/x^2 + 5$, $x > 0$. Punktet A har koordinatene (0, 0), punktet B ligger på x-aksen, punktet C ligger på grafen til f og $\angle B = 90°$.
Bruk CAS til å bestemme den eksakte verdien av x slik at arealet av ΔABC blir minst mulig. Hvor stort er arealet da?



Figur 1: Løsningsforslag

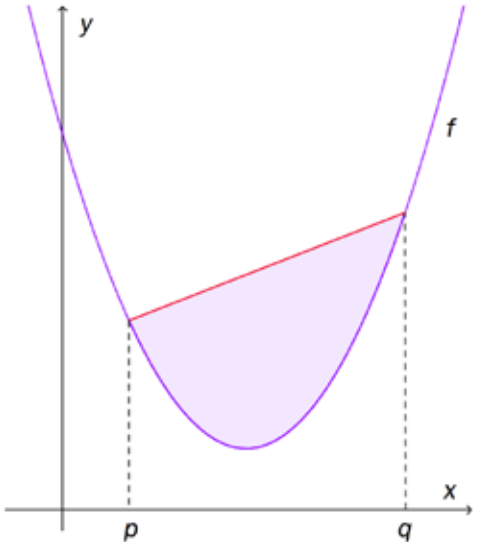
digitale verktøyet dokumenteres med skjermbilde eller utskrift. Eleven må også kort forklare framgangsmåten. Det innebærer å forklare at ekstremalpunkt finnes der den deriverte er null og at den deriverte skifter fortegn fra negativt til positivt i det aktuelle punktet.

Neste eksempel er hentet fra R2 (matematikk for realfag i tredje klasse). Dette er en krevende oppgave som tester høy måloppnåelse og er plassert bakerst i eksempelsettet.

Eksempel 2

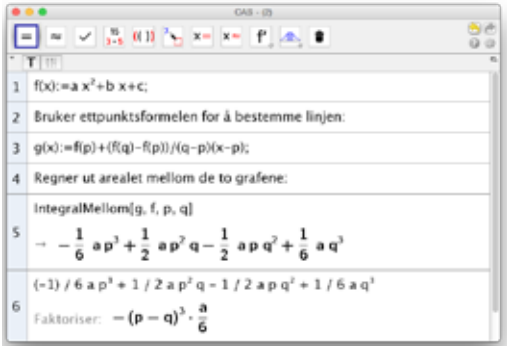
En funksjon f er gitt ved $f(x) = ax^2 + bx + c$, $D_f = R$. Et område er avgrenset av grafen til f og en rett linje. Skjæringspunktene mellom grafen til f og den rette linjen har x-koordinater p og q. Se skissen på figur 2.

Bruk CAS til å vise at arealet som er begrenset av grafen til f og den rette linjen bare er avhengig av differansen $p - q$ og a (eller differansen $q - p$ og a).



Figur 2

Slike oppgaver er krevende for mange elever fordi det inngår mange symboler. Oppgaven innebærer også en ny måte å tenke på når elevene skal løse den i et CAS-verktøy fordi de må definere objekter som skal bli brukt senere i oppgaven. De må definere funksjonsuttrykk som bestemmer linjen. Det gis ikke grafiske representasjoner av objektene som defineres, slik det gjøres i en graftegner. Arbeid med symboler på denne måten medfører et høyere abstraksjonsnivå. Figur 3 viser en mulig løsning.

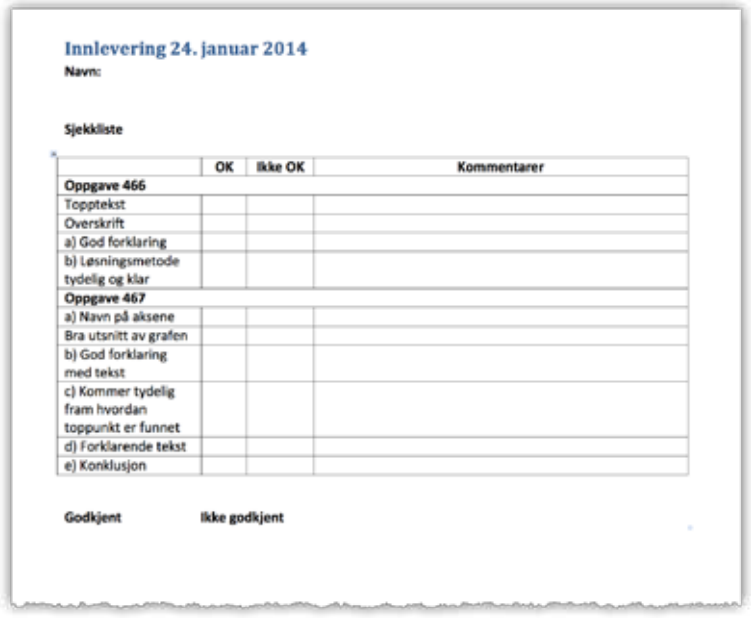


Figur 3: Løsningsforslag til oppgaven i R2

Det er noen fallgruver i slike oppgaver. Det er viktig å starte med en ny GeoGebra-fil. Ellers kan en allerede ha tilordnet bestemte verdier eller objekter til for eksempel parametrene a, b og c. Det er og viktig å huske at det skal være mellomrom eller multiplikasjonstegn mellom for eksempel a og x^2, ellers tolker GeoGebra ax som en ny variabel.

Hvordan gjøre elevene trygge?

Det er en del å holde styr på når vi skal jobbe digitalt. Så hvordan kan vi hjelpe elevene slik at eksamen ikke skal bli en dårlig erfaring for dem? Foruten å få undervisning der de digitale verktøy blir brukt, må elevene også få vurderingssituasjoner som tilsvarer eksamenssituasjoner der det legges opp til digital bruk. Det kan være innleveringer, der elevene må løse oppgaver og føre dem digitalt. Dette behøver ikke være mye merarbeid for læreren. Å la elevene vurdere hverandres arbeid, gjerne i grupper på tre, kan være en tilnærming til dette. Det kan lages hjelpeark som beskriver hva de



Innlevering 24. januar 2014

Navn:

Sjekkliste

	OK	Ikke OK	Kommentarer
Oppgave 466			
Topptekst			
Overskrift			
a) God forklaring			
b) Løsningsmetode tydelig og klar			
Oppgave 467			
a) Navn på aksene			
Bra utsnitt av grafen			
b) God forklaring med tekst			
c) Kommer tydelig fram hvordan toppunkt er funnet			
d) Forklarende tekst			
e) Konklusjon			

Godkjent **Ikke godkjent**

Figur 4: Vurderingsark

Figur 5: Du kan få hjelp på Facebook

skal se etter. For å få dette til å fungere er det en forutsetning at det er arbeidet fram en kultur der elever våger å diskutere, støtte og utfordre hverandre. I arbeid med hjelpeark gis det rom for at elevene kan diskutere ulike løsninger med hverandre.

Hvor kan vi få hjelp når vi står fast?

Det kan være frustrerende å stå fast når oppgaver skal løses med digitale verktøy. Ofte kan det være detaljer som gjør at en ikke får til oppgaver. Å finne detaljene selv kan til tider være tidkrevende og vanskelig. Facebookgrupper som «GeoGebra. Norsk gruppe med hjelp og tips» kan da være til hjelp. Her poster lærere og elever spørsmål og tips om GeoGebra og bruk av GeoGebra i undervisning. Gruppen har rundt 1500 medlemmer.

I denne artikkelen har jeg skrevet kort noen tanker om digitale verktøy i forbindelse med den nye eksamensmodellen. Men potensialet disse verktøyene byr på strekker seg langt ut over en slik vurderingssituasjon. Program som GeoGebra kan gi elevene muligheter til å utforske og analysere ulike matematiske problemer som ellers ville vært utilgjengelige for elevene.

Kilder

Relevante dokumenter i forbindelse med eksamen blir lagt ut på Utdanningsdirektoratets nettsider: http://www.udir.no/Vurdering/

Intervju med to lærere

Tangenten har startet en stafett som skal gå fra fylke til fylke, der vi ønsker å få vite mer om hva lærere fra barnehage til videregående skole er opptatt av knyttet til matematikkundervisning. Lærerne som blir intervjuet får fem spørsmål om matematikkundervisning. Spørsmålene er 1) hva de ser på som god undervisning 2) hva de kan tenke seg å prøve ut 3) om positive erfaringer 4) hva som kan være spennende med å undervise i matematikk og 5) hva som kan sees på som utfordrende. Her kan lærerne velge hvilke spørsmål de finner aktuelle. I tillegg har vi ett spørsmål som vi ber alle svare på: Hva kunne du tenke deg å lese om i Tangenten? Vi håper at svarene kan inspirere andre til å skrive til Tangenten om temaer som her løftes fram.

Saeed Manshadi ved UiT avdeling Alta tok på seg ansvaret for å finne de to første engasjerte matematikklærerne. *Tone Hansen* er lærer ved Seida Skole i Tana. Hun er også ressurslærer for matematikk ved skolen, og tar videreutdanning i matematikkdidaktikk i Trondheim. *Tørris Koløen Bakke* jobber som matematikklærer ved Alta videregående skole.

Tone Hansen

Hva ser du på som god matematikkundervisning for trinnet du underviser på?

Jeg underviser i matematikk både på ungdoms- og barnetrinnet. Jeg mener at god matematikkundervisning er der elevene er delaktige i undervisningen og opplever mestring. Det kan være arbeid med konkretisering der elevene bruker fagkunnskaper og erverver/utvider kunnskapene, eller situasjoner der elevene arbeider felles med fagstoffet. Jeg ser ofte at elevene får «aha–opplevelser» når vi arbeider med konkreter, og når medelever forklarer hvordan de tenker og løser oppgaver.

Har du en positiv erfaring fra matematikkundervisningen som du ønsker å dele?

Den grunnleggende ferdigheten «regning i

alle fag» ser jeg på som noe veldig positivt for matematikkfaget. Skolen jeg arbeider ved, har regning i alle fag som satsningsområde, og vi har hatt en del fokus på dette i snart to år. Vi begynner nå å se resultater av dette; faglærere er blitt mye mer bevisst på regning i eget fag og på *å gjøre elevene bevisst* på det. Her får elevene bruke sine fagkunnskaper i praktiske situasjoner, og man blir mer bevisst på bruken av matematikk i hverdagen. Det er veldig bra for elevene å se at man faktisk har nytte av for eksempel areal, volum og vinkler når man skal arbeide praktisk i for eksempel duodji / kunst og håndverk.

Hva kunne du tenke deg å lese om i Tangenten?

Jeg synes Tangenten har mange gode artikler som favner vidt. Det jeg er mest opptatt av, er artikler som tar for seg praktiske ideer som jeg kan bruke sammen med elevene, og erfaringer fra prosjekter som andre skoler har gjort.

Tørris Koløen Bakke

Hva ser du på som god matematikkundervisning for trinnet du underviser på?

Undervisningen bør føre til at elevene får trygghet og selvtillit til å kunne arbeide med matematiske problemstillinger, og at de lærer å tenke både logisk og kreativt og blir i stand til å bruke matematikken i nye og ukjente situasjoner. Dette er et viktig grunnlag for videre studier – gode matematikkunnskaper er en nødvendig forutsetning på de fleste områder.

For å få dette til må elevene jevnlig oppleve mestringsfølelse, men det må også være knyttet til arbeidsinnsats. Elevene må bli vant til å bruke både tid og krefter på et problem før de får presentert en løsning. Det krever selvdisiplin fra lærerens side å ikke gi elevene løsninger for tidlig, men jeg tror det er viktig at elevene lærer at tålmodighet og arbeidsinnsats er både nyttig og nødvendig.

Hva kunne du tenke deg å prøve ut i matematikkundervisningen på din skole?

Jeg kunne tenke meg å jobbe mer med omvendt undervisning, da jeg tror det kan være et godt virkemiddel til å lære elevene å aktivt skaffe seg nødvendig kunnskap, ikke bare være passive mottakere. Det kan også gi bedre tid til å jobbe med mer komplekse oppgaver i timene. Jeg gjør det av og til, med godt resultat, men skulle gjerne gjort det mer systematisk.

Jeg vil også jobbe en del med gruppearbeid fremover, og da gjerne med åpne problemstillinger. Diskusjoner om løsningsmetoder og strategier er god muntlig trening, og elevene lærer av og til best av hverandre.

Og så skulle jeg ønske at estetiske fag fikk en større plass i skolen – kunnskap om og arbeid med estetiske fag utvikler fantasi og kreativitet, noe som er en helt nødvendig forutsetning for å lykkes i matematikkfaget!

Og om Tangenten: Jeg har ikke lest tidsskriftet så mye, men skulle gjerne lest om hvordan man kan jobbe for at både elever og foreldre kan utvikle en positiv holdning til matematikkfaget. Ulike typer holdninger skaper ulike pedagogiske utfordringer, og det ville være interessant å lese andres tanker og erfaringer rundt dette.

Christoph Kirfel

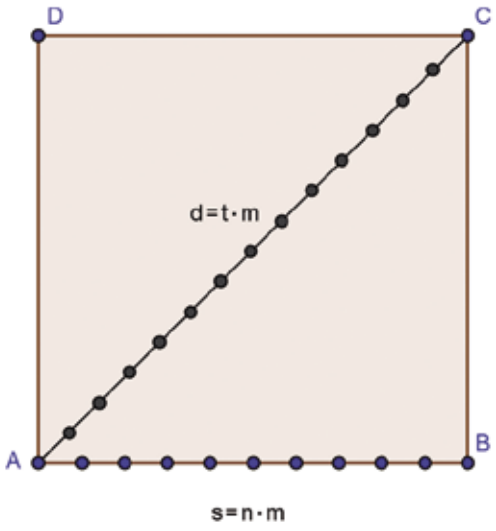
Røtter

I denne artikkelen vil jeg finne ut mer om kvadratrøtter. Først ser jeg på hvorfor noen kvadratrøtter ikke kan skrives som brøker, og så tar jeg denne kunnskapen videre til å vise hvordan man med de samme argumentene kan finne enkle tallfølger som approksimerer kvadratrøtter raskt.

Pytagoras (ca. 572 f.Kr.–ca. 500 f. Kr.) grunnla et brorskap der en dyrket matematikk. Valgspråket deres var «Alt er tall». På den tiden hadde man et noe mer begrenset tallbegrep enn i dag. Når Pytagoreerne snakket om tall så tenkte de på naturlige tall eller forhold av naturlige tall (brøker). Andre former for tall var ikke tenkelig for dem. I geometrien betydde det at alle størrelser (lengder) kunne måles med same måleenhet. Hadde man to lengder i en geometrisk konstruksjon så kunne man finne en måleenhet slik at måleenheten gikk et helt antall ganger opp i den ene lengden og et helt antall ganger i den andre, bare man valgte måleenheten liten nok.

Det kom som en stor overraskelse på brødrene når en av dem viste at en slik tankegang ikke alltid var holdbar.

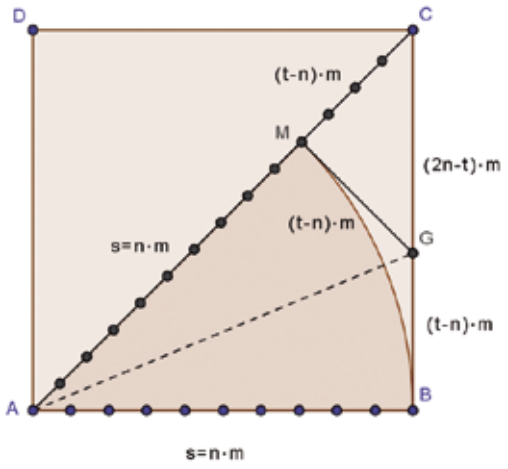
Vi vet ikke med sikkerhet hvordan denne tanken oppstod i Pytagoras brorskap. I sin «Introduction to the History of Mathematics» antyder Howard Eves at det kan ha skjedd på følgende måte. Man undersøkte et kvadrat med sidelengde s og diagonal d. I følge Pytagoreernes motto skulle det da finnes en måleenhet m slik at $s = n \cdot m$ og $d = t \cdot m$ for to naturlige tall n og t. Situasjonen ser da ut som i figur 1.



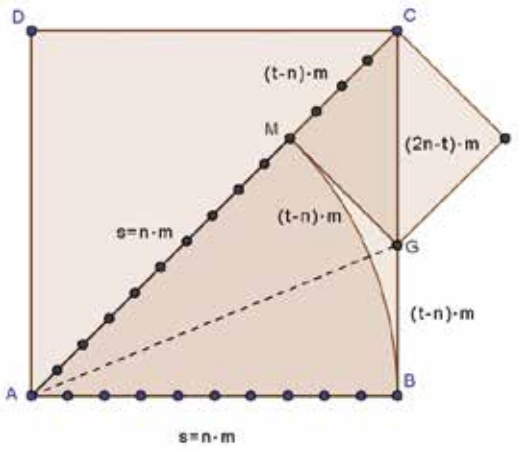
Figur 1.

La oss konstruere en sirkelbue om A med radius $s = n \cdot m$ og finne skjæringspunktet M mellom sirkelen og diagonalen. Reststykket MC har da lengden $d - s = (t - n) \cdot m$, også dette er da et heltallig multiplum av måleenheten.

Christoph Kirfel
Matematisk institutt, UiB
kirfel@math.uib.no



Figur 2.



Figur 3.

Opprett en normal på diagonalen i M og kall dens skjæringspunkt med sidekanten BC for G. Trekanten GCM er da rettvinklet og har dessuten en vinkel på 45 grader (diagonalen møter sidekanten). Altså er den siste vinkelen også 45 grader og trekanten GCM likebeint. Dermed har vi fått at $MG = MC = (t - n) \cdot m$. Se så på trekantene ABG og AGM. Begge er rettvinklete og $AB = AM$. I tillegg er siden AG felles for trekantene. Dermed må trekantene være kongruente, og vi kan konkludere at $BG = MG = MC = (t - n) \cdot m$.

Fullfører nå trekanten CMG til et kvadrat (se figur 3). Du skal nå ha fått følgende situasjon: Du startet med et kvadrat $ABCD$ der du kunne finne en måleenhet m som passet et helt antall ganger både i diagonalen og i siden.

Nå har du konstruert et mindre kvadrat der den samme måleenheten m igjen passer et helt antall ganger både i siden $CM = (t - n) \cdot m$ og i diagonalen $CG = n \cdot m - (t - n) \cdot m = (2n - t) \cdot m$. Denne prosessen kan fortsettes i det uendelige og du vil få mindre og mindre kvadrater der både diagonalen og siden vil være multipler av samme måleenhet. Dette går selvsagt ikke an siden kvadratene etter hvert blir mindre enn enhver gitt måleenhet.

Dette forbauset også Pytagoreerne. Det var en strek i deres regning. Hvis alt kunne beskrives med naturlige tall og forhold mellom naturlige tall så måtte da dette også gjelde så enkle ting som diagonalen og siden i et kvadrat. Oppdagelsen ble først holdt hemmelig men en «utro» tjener i brorskapet, Hippasus, skal ha røpet hemmeligheten til utenforstående. Legenden forteller at han kort tid etter omkom på sjøen på mystisk vis. Men etter hvert måtte også Pytagoreerne innse at oppdagelsen ikke kunne fornektes og at de her hadde et eksempel hvor forholdet mellom to geometriske lengder ikke kunne skrives som et forhold av to heltall. Dette var en alvorlig krise for brorskapet. Idéen om irrasjonale tall var født.

Personlig synes jeg at tankegangen ovenfor har noe utilfredsstillende ja kanskje destruktivt ved seg, siden den fører til en selvmotsigelse, så jeg prøvde å finne ut om man kunne bruke den til noe konstruktivt i stedet. Til slutt kom jeg på å snu prosessen, starte med et lite kvadrat og gå til større kvadrater og se hva som skjer. I de videre beregningene sløyfer jeg nå måleenheten m. Ovenfor fant jeg at den nye diagonal0en i det mindre kvadratet har lengde $CG = (2n - t) = b$ mens den nye kvadratsiden har lengde $CM = (t - n) = a$. Dersom du nå starter med a og b fra det lille kvadratet så kan du regne deg tilbake

til den opprinnelige siden n og den opprinnelige diagonalen t. Du kommer forhåpentligvis fram til at

$t = 2a + b$ og $n = a + b$.

Start så med et «litt skeivt kvadrat» eller bedre sagt en rombe, der diagonalen og siden har et rasjonalt forhold f.eks. 3:2 (se figur 4). Anvend sammenhengen fra observasjonen ovenfor, men nå for å lage et større «kvadrat». Dette får nå diagonallengde 7 og sidelengde 5. Forholdet 7/5 = 1,4 er en mye bedre tilnærming til $\sqrt{2}$ enn den første brøken 3/2. Kanskje metoden kunne brukes til å lage approksimasjoner til $\sqrt{2}$?

Det vil si at du skal bruke oppskriften mange ganger etter hverandre. Nå var b bokstaven for diagonalen og a bokstaven for siden i det lille «kvadratet». For å understreke at $t = 2a + b$ overtar rollen som den nye diagonalen og $n = a + b$ overtar rollen som den nye siden skriver vi $b' = t = 2a + b$ og $a' = n = a + b$.

For hver ny figur man tilføyer etter den nevnte oppskriften $b' = 2a + b$ og $a' = a + b$ blir resultatet mer og mer «kvadratete» og forholdet mellom diagonal og side nærmer seg $\sqrt{2}$. Dette vil jeg se nærmere på. Oppskriften egner seg meget godt til undersøkelser med Excel så jeg satte opp tabell 1. I den fjerde kolonnen har jeg tatt med avstanden fra $\sqrt{2}$ og vi ser hvor imponerende raskt følgen dannet av forholdene nærmer seg $\sqrt{2}$.

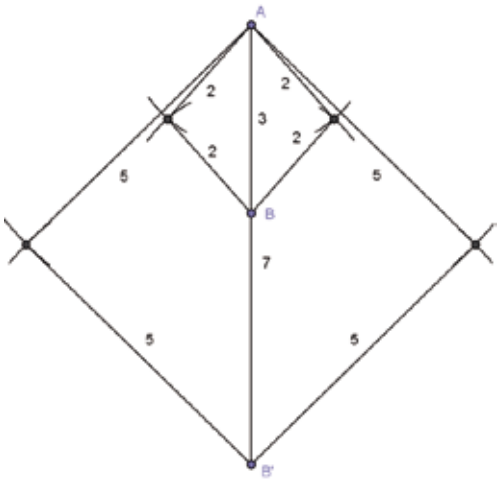
La oss se på noen konkrete verdier: $a = 2$, $b = 3$ (forhold 3/2 = 1,5) som gir $b' = 7$, $a' = 5$ (forhold 7/5 = 1,4) som igjen gir $b'' = 17$ og $a'' = 12$ (forhold 17/12 = 1,41667). Du kan måle avstanden til $\sqrt{2}$.

Vi ser at de tre første approksimasjonene har en feil på henholdsvis

$1{,}5 - \sqrt{2} \approx 0{,}08578644,$

$\sqrt{2} - 1{,}4 \approx 0{,}01421356$ og

$17/12 - \sqrt{2} \approx 0{,}0024531.$



Figur 4.

To spørsmål dukker opp. Det ser ut som om følgen av avstander fra $\sqrt{2}$ er alternerende. Stemmer det? Det andre spørsmålet er: hvor fort nærmer følgen av forhold seg $\sqrt{2}$? Finnes det et mål på det? La oss starte med det første spørsmålet: Er følgen $\sqrt{2} - \frac{b}{a}$ alternerende? Vi starter med $\sqrt{2} > \frac{b}{a}$. Da er

$$2a^2 > b^2$$
$$4a^2 + 4ab + b^2 > 2a^2 + 4ab + 2b^2$$
$$(2a+b)^2 > 2(a+b)^2$$
$$\left(\frac{2a+b}{a+b}\right)^2 > 2$$

eller

$$\frac{2a+b}{a+b} = \frac{b'}{a'} > \sqrt{2}.$$

Omvendt gjelder også at hvis $\sqrt{2} < \frac{b}{a}$ så er $\frac{2a+b}{a+b} = \frac{b'}{a'} < \sqrt{2}$. Følgen «produserer» altså verdier som vekselvis ligger over og under $\sqrt{2}$.

Hvorfor approksimerer følgen til $\sqrt{2}$ så «raskt»? For å forstå dette bedre vil jeg vise at for hver beregning av nye a- og b-verdier så går avstanden til «sluttverdien» $\sqrt{2}$ ned til under en

femtedel av den forrige avstanden. Ved ti iterasjoner (gjentakelser) betyr det av avstanden fra <rot2> har gått ned til $(1/5)^{10} \approx 0{,}0000001$ av den opprinnelige avstanden. Var den opprinnelige avstanden under 1/10 som f.eks. for $b = 7$ og $a = 5$ som gir $b/a = 1{,}4$, slik at $\sqrt{2} - \frac{b}{a} < 0{,}1$, så vil avstanden fra $\sqrt{2}$ etter ti omganger være under 10^{-8}, som betyr at jeg har minst 8 korrekte siffer, som må kunne kalles en god approksimasjon. I Excel-arket ser du at forholdet b/a ikke forandrer seg lenger etter ti omganger siden vi bare viser 8 siffer.

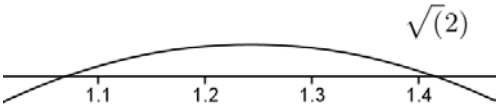
La oss så gå ut fra at $\sqrt{2} > b/a$. Det kan vises at $\sqrt{2} - \frac{b}{a} > 5\left(\frac{2a+b}{a+b} - \sqrt{2}\right)$. Dersom du omformer den siste ulikheten får du

$$6\sqrt{2} > \frac{10a+5b}{a+b} + \frac{b}{a}$$

$$6\sqrt{2}(a+b) > 10a + 5b + b + \frac{b^2}{a}$$

$$(6\sqrt{2} - 10) + (6\sqrt{2} - 6)\frac{b}{a} - \left(\frac{b}{a}\right)^2 > 0$$

Sett nå $x = b/a$ og undersøk parabelen $y = (6\sqrt{2} - 10) + (6\sqrt{2} - 6)x - x^2$. Fra tegningen i GeoGebra er det tydelig at parabelen holder seg over x-aksen for verdier $1{,}1 < x < \sqrt{2}$. Det betyr at hvis du starter med verdier for a og b slik at brøken b/a ligger mellom 1,1 og $\sqrt{2}$, så vil hver iterasjon gi deg et resultat der avstanden fra $\sqrt{2}$ synker til under 1/5 av den forrige.



Bemerkning: Man kan optimalisere argumentene og komme frem til

$$\sqrt{2} - \frac{b}{a} > k\left(\frac{2a+b}{a+b} - \sqrt{2}\right)$$

der $k < 3 + 2\sqrt{2} \approx 5{,}828$, og det er det beste man kan oppnå. Men en kan altså ikke erstatte 5-talet med et 6-tall i resultatet ovenfor.

Bemerkning: For å finne approksimasjoner til $\sqrt{N}$ kan man benytte seg av iterasjonsregelen $b' = Na + b$ og $a' = a + b$. For grenseverdien vil verdien for b/a og b'/a' stemme overens slik at $\frac{b}{a} = \frac{Na+b}{a+b}$. Da er $b(a + b) = Na^2 + ab$ eller $ab = Na^2$. Dette kan omformes til $b^2/a^2 = N$ eller $\frac{b}{a} = \sqrt{N}$.

Dersom du ønsker å finne roten av en brøk $\sqrt{\frac{N}{M}}$, kan du bruke oppskriften: $b' = Na + b$ og $a' = Mb + a$. Hvorfor?

Metoden kan også varieres til $b' = Na + pb$ og $a' = Mb + pa$ for en hvilken som helst verdi av p. Hvorfor? Kan metoden også utvides til tredjerøtter?

TANGENTEN

TIDSSKRIFT FOR MATEMATIKK I GRUNNSKOLEN

Metodikksider

Konferanserapporter

Teknologi er det du gjør den til!

Nr.1 – 1990

CELIA HOYLES, PROFESSOR I MATEMATIKKUNDERVISNING,
INTERVJUET AV STIEG MELLIN-OLSEN

Teknologi er det vi gjør den til

Gjennom sitt utviklingarbeid med bruk av LOGO har Celia Hoyles, professor ved Universitetet i London, skapt seg et verdensnavn når det gjelder bruk av teknologi i matematikkundervisningen. Sammen med sine medarbeidere legger hun til rette situasjoner, de såkalte microworlds, der barna eksperimenterer med sentrale matematiske sammenhenger. Vi ber Celia Hoyles fortelle om sin veg frem til dette prosjektet.

INTERVJUER: Hvorfor ble det nettopp matematikk?

CELIA HOYLES: Så lenge jeg kan huske har jeg ønsket å studere matematikk. Jeg kommer fra middelklassen. Både de to eldre søstrene mine og foreldrene mine ivret alle for at vi skulle gjøre det bra. Vi tenkte aldri over hva vi skulle gjøre det bra i, vi skulle bare lykkes.

Presset var veldig stort. Det du gjorde var aldri helt bra nok. Idag undrer jeg ofte på hvorvidt dette er medvirkende til at jeg fortsatt har vansker med å stoppe å arbeide.

"Dersom jeg hadde vært mann så ville jeg nok automatisk ha blitt forsker"

Vi søstre gikk på en videregående skole med bare jenter. Skolen hadde høy akademisk standard, og det ble gjort helt klart at en forventet at alle jentene skulle gå videre på universitetet.

Jeg foretrakk matematikk som fag i videregående skole. Matte var noe jeg forsto og likte. Det ble derfor til at jeg studerte matte på universitetet.

Da jeg fullførte utdanningen min der hadde jeg ikke peiling på hva jeg skulle gjøre videre. Dersom jeg hadde vært mann så ville jeg nok automatisk ha blitt forsker. Nå ble det til at jeg begynte å undervise. Jeg visste lite om hva det ville si. Fikk en jobb i Øst- London. Hva jeg ikke innså den gangen var at alle som hadde en solid matematikkutdanning var gull for skolen.

INTERVJUER: Hva er de viktigste erfaringene fra tiden som lærer?

CELIA HOYLES: Det var en tøff skole jeg kom til. Den åpnet øynene mine. På en naiv måte forsto jeg snart at det var en masse folk som ikke likte matematikk i det hele tatt. De så ikke verden slik jeg så den, og var ikke interessert i det hele tatt å se den på den måten heller.

Jeg tok til å lese pedagogisk teori og lærte en del som virket fornuftig for arbeidet som lærer. Jeg leste en hel del om arbeiderklassens forhold til utdanning fordi jeg underviste i Dockland-området. Jeg forsto snart at matematikk ikke var noe som folk der ville tenne på sånn uten videre.

Det personlige forholdet som du utviklet i forhold til elevene var mye mer viktig.

Det var ingen tvil om at etterhvert som ungene lærte å kjenne meg så kunne de bli involvert i matematikk. Det fikk meg til å tenke på hele den følelsesmessige siden ved matematikken. Jeg kunne ikke vente at folk skulle bli involvert i dette faget på samme måte som jeg selv hadde blitt.

Jeg husker f.eks. hvordan jeg lærte å lage kompromisser med klassen. Beslutningene som ble tatt var ikke bare mine, de var også klassens beslutninger. Dette er beslutninger som utgår fra en helhetlig diskusjon, og da er det enkelte ganger du har lite å si som lærer.

"Jeg lærte å lage kompromisser med klassen"

INTERVJUER: Doktorgraden din var basert på intervjuer av elever om deres forhold til matematikk. Prøvde du å finne ut av ditt eget forhold til utdanningen på denne måten?

CELIA HOYLES: Det hadde mer å gjøre med erfaringene mine som lærer. Jeg følte meg ikke fremmedgjort på skolen, skjønt dette ikke innebærer at jeg alltid var like lykkelig der. Med intervjuene med elevene prøvde jeg å forstå litt mer om hvordan de erfarte matten. Dette, sammen med en del andre ting jeg gjorde, fikk meg til å innse den betydningen forskjellen mellom elevenes erfaringer og mine erfaringer hadde for deres læring.

En annen ting som er interessant nå er at på den tiden jeg tok doktorgraden var jeg fullstendig naiv når det gjalt betydningen av kjønn. Jeg intervjuet jenter og gutter og jeg gjorde ingen analyser av kjønnsproblematik-

---

* TANGENTEN vil i hvert av de neste nummerne portrettere en internasjonalt kjent kvinnelig matematikkpedagog.

ken. Hva jeg kan se idag, og det er ikke særlig nytt, er at stort sett så vil jenter, uansett hvor mye du peker på hvor dyktige de er, ha problemer med å godta at de er dyktige. Dette gjelder

"Stort sett så vil jenter, uansett hvor mye du peker på hvor dyktige de er, ha problemer med å godta at de er dyktige"

ikke alle jenter eller kvinner. Det er likevel et svært vanlig fenomen at dersom de lykkes så mener de at dette neppe skyldes deres egne kvaliteter.

På den annen side, dersom jenter mislykkes vil de gjerne tolke det ut fra seg selv.

Jeg ser det som en sentral ting ved matematikkundervisning at en prøver å overbevise elevene om deres egen fremgang og muligheter. Det å få gode karakterer og ros er ikke nok i seg selv dersom dette ikke endrer en negativ selvoppfatning.

Jeg føler dette selv. Jeg får en rekke signaler om at jeg har lykkes og at jeg har en god jobb. Jeg føler det ikke slik selv. Jeg er fortsatt veldig usikker over hva jeg har gjort og usikker på betydningen av det. Dette kan få meg meg til å arbeide enda hardere for å gjøre det enda bedre. Jeg tror at kvinner ofte plages av dette på samme måte som jenter i skolen: de ser ikke verdien av seg selv gjennom det de oppnår, men peker på andre årsaker.

Utviklingen innen matematikkundervisningen åpner faget og gjør det mulig å utforske det. Dette kan også bli et problem for jenter, spesielt dyktige jenter. Jeg har lagt merke til at de kan være svært usikre - de klarer ikke å komme igang med et prosjekt fordi de ikke har den selvtilliten som de burde ha hatt. Igjen kan du vise dem karakterene de får og fortelle dem at de gjør det bra, men dette er ofte ikke nok, det må være noe som går mye dypere enn det.

Dette er et viktig område i matematikkundervisningen. Matematikk er nettopp noe mye mer enn å lykkes med oppgaveregning slik jentene gjør. Iallfall må vi tenke nøye over hvordan vi organiserer undervisningen for å komme imøte den lave selvvurderingen hos mange jenter.

INTERVJUER: Kan vi gå over til å snakke om arbeidet ditt med data og LOGO i undervisningen. Mange folk vil si at teknologi i skolen støtter opp om nettopp de sidene som du ikke ønsker å støtte. Hvordan kan du fremme de pedagogiske ideene dine gjennom undervisningen i LOGO?

CELIA HOYLES: Jeg kjenner argumentet. Men teknologi er ikke en ting. Teknologi er det du gjør det til. Du kan bruke teknologi på ekstreme måter. Du kan f.eks. bruke den på en dominerende og kontrollerende måte. Alternativt, slik som i våre "mikroverdener" kan du bruke teknologien slik at elevene selv får ta beslutningene.

"Teknologi er ikke en ting. Teknologi er det du gjør det til"

Jeg husker godt hvordan jeg ble begeistret for denne måten å bruke teknologien på i undervisningen. Jeg leste Seymore Papers *Dialog med datamaskinen*. Der var det ikke teknologien som var viktig. Han hadde en visjon om at barn arbeidet med matematikk og gjorde spennende ting som overrasket lærerne, istedet for at de ble sittende bak i klassen og kjedet seg.

Det var nettopp slike ting jeg følte at jeg savnet. Dette er noe av bakgrunnen for at vi satte igang med LOGO prosjektet vårt.

Vi la f.eks. til rette situasjoner i LOGO der elevene fikk arbeide med forhold og proporsjoner. Vi oppdaget at dersom vi holdt elevene stramt til utforskningen av dette lærestoffet, så hindret dette dem i å utvikle deres egne prosjekter. Dette medførte også at de ble mindre motiverte. Ettersom flere av dem hadde datamaskiner hjemme så vi dette som en uheldig ting. Vi har derfor prøvd å skape *mikroverdener* hvor elevene får stor bevegelsesfrihet.

INTERVJUER: Det synes som at det er en utvikling i forskningen din mot det å gi elevene mer og mer ansvar og kontroll over sin egen læring - ?

CELIA HOYLES: Ja - jeg tror dette er en utvikling. Men jeg kan ikke skrive ned noen programerklæring for hva som er det teoretiske eller politiske ståstedet mitt. Jeg har en følelse av at langt flere kan bli involvert i matematikk. Jeg sier ikke at alle kan bli matematikere. Men langt flere burde bli involverte enn hva de er. Derfor ønsker jeg å spille en rolle når det gjelder å finne fram til metoder som letter den prosessen og på samme tid få øye på og studere hindringene.

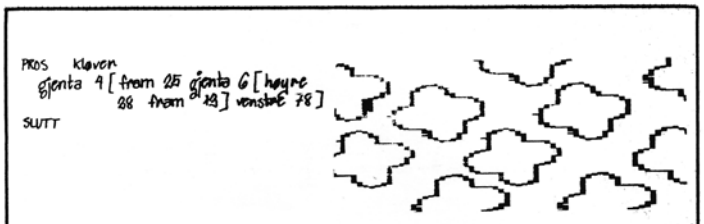
"National Curriculum er helt motsatt av alt hva jeg og en rekke andre har" forsket oss frem til om undervisning"

Det er dette som gjør at jeg ser slik jeg gjør på National Curriculum og Evalueringssystemet som følger med det. Jeg kjenner alle de politiske argumentene til at alt dette har blitt utviklet. Mitt personlige syn er at National Curriculum er helt motsatt av alt hva jeg og en rekke andre har forsket oss frem til om undervisning.
Det er derfor en viktig kamp vi fører nå om matematikkundervisningen. Elevene er ikke flinke eller dårlige. Det de makter avhenger av hva slags situasjon du setter dem inn i. Hvordan de gjør det i matematikk kan avhenge av måten du stiller spørsmålene på, hva slags prosjekter du finner frem til, hvordan læreren utvikler samarbeidet i klassen osv.

Det er ikke tvil om at folk stort sett har en feil oppfatning av hva det vil si å være god i matematikk. De tror at en er flink i matematikk dersom en finner svaret med en gang, at en er en slags superkalkulator eller noe liknende.

INTERVJUER: Du må ha hatt erfaringer med elever som har gjort det godt med LOGO, men som ikke har gjort det så godt i matematikk ellers?

CELIA HOYLES: Dette fenomenet er meget godt dokumentert. Det er svært spennende. En årsak til det er at barn oppdager at dette er noe de lykkes med, og de kan se at de lykkes. En annen årsak er at lærere ofte ikke har erfaringer med å bruke datamaskiner på denne måten. Derfor har de ikke de vanlige forventningene til elevene. Det er en stor utvikling hos lærerne dette - de observerer hvordan elevene kan arbeide på forskjellige måte med matematikken. Til vanlig observerer de at elevene bare arbeider på en måte, de løser oppgaver. Det er ikke bare det at datamaskinen er et nytt medium, det er også det at det tillater elevene å ta flere avgjørelser selv. Jeg ser på en fornuftig bruk av LOGO i matematikken som en trojansk hest, som kan utvikle sterk og fruktbar læring i et fag som er belastet med fordommer.



Kløvereng. Også norske lærere har tatt i bruk LOGO i matematikkundervisningen.

Celia Hoyles, London University Institute of Education

Adr. 20. Bedford Ways. London

Bøker:

Hoyles C. and Sutherland R. 1989, *Logo Mathematics in the Classroom*, Routledge and Kegan P, London

Hoyles C. (ed.) *Girls and Computers*, Bedford Way Papers

OM LOGO

LOGO er et programmeringsspråk som er velegnet i grunnskolen. Det er lett å komme i gang med. Det er strukturert slik de kraftige "profesjonelle" språkene er. Brukeren av språket kan etter noen timer utvikle sine egne redskap, såkalte prosedyrer, og bruke disse. LOGOs styrke er at brukeren kan bruke datamaskinen på en skapende måte.

Boken Hoyles refererer til er Seymor Papert, *Dialog med datamaskinen*, Cappelen.

En kan få programvare til LOGO til de fleste datamaskiner som er i bruk. Dette inkluderer den billige Commodoremaskinen som barna bruker til dataspill. Det er gitt ut en rekke lærebøker i LOGO på norsk.

FUN AND GAMES

I de to siste årene har Celia Hoyles vært programleder for FUN AND GAMES som produseres av Yorkshire Television. Det er et underholdningsprogram der deltakerne løser matematiske problemer med publikum i salen. Deltakerne samarbeider to og to om løsningene.
Celia Hoyles er faglig ansvarlig og programleder.

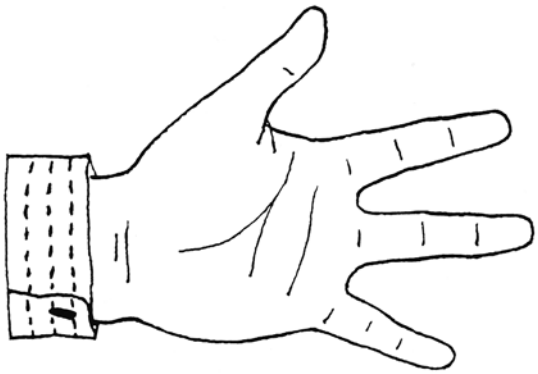
Yorkshire Television har utviklet et eget forskningsprosjekt omkring programmet, der en bl.a. analyserer hvordan kvinner angriper problemene i forhold til menn.
Problemene som er brukt i programmet er samlet i en egen bok: *Fun and Games* som er utgitt av Yorkshire Television.
Problemet som er foreslått for 1 TIMES OPPLEGG i dette nummeret av Tangenten er hentet fra denne boka.

Boka markedsføres av W.H. Smith butikkene i England og koster ca. to pund.

Adresse: Yorkshire Television, Science Department, Television Center, Leeds

Marit Johnsen Høines

Om å telle på fingrene og litt til!



Fingrene, de er gode å ha.

Hvor mange år er du?

Malin holder fram tre fingre idet hun kikker opp på meg. ''Er du tre år?'' Hun nikker: ''Svein Arne er så mange.'' Hun holder fram fem fingre: ''Han er to mer enn meg. John Inge er bare to år, han.''

Mange unger bruker fingrene slik. De bruker dem som språk, til støtte i kommunikasjon. De bruker dem til støtte i å få oversikt, til å se antall og sammenhenger. Det er som om de tenker gjennom fingrene sine.

''Eg sa til seksåringane mine då eg gjekk frå dei i vår: De er flinke med tal. Ikkje gløym ut kor flinke de er til å rekna på fingrane. Fingrane vil vere gode å ha i skulen og!'' sa en førskolelærer jeg møtte på videreutdanningskurs på Stord i sommer. ''Etterpå vart eg litt usikker. Mon tru om dei får lov til å bruka fingrane når dei kjem til skulen?''

Som alle barneskolelærere har jeg mine meninger om det å regne på fingrene. Når jeg tenker på fingertelling, ser jeg deler av min egen lærerhistorie passere revy. Visst har jeg forandret meninger og praksis. Jeg møter meg selv i døra rett som det er! ''Har du noen gang sett en buss-sjåfør telle på fingrene?'' Jeg kan høre spørsmålet mitt til en liten tredjeklassing som satt og og strevde med regnestykkene sine for snart 20 år siden. Det var ellers en vilter krabat, men han satt stille med bøyd hode over matematikkbøkene, arbeidet alvorlig og seint. Jeg husker de lubne fingrene hans som aldri var helt reine.

''Jeg skrev med høyre og la venstre hånd flatt fram på bordet ved siden av boka,'' fortalte en student. ''Jeg måtte telle på fingrene, men jeg fikk ikke lov. Det fungerte godt nok når jeg SÅ hardt på fingrene. Det våget jeg ikke gjøre når frøken satt ved kateteret og så utover klassen, eller når hun sto i nærheten. Da trykket jeg fingrene mot bordflaten i stedet. Jeg trykket så lett at hun ikke kunne se det. Det virket for meg.''

Undertrykking av språk, undertrykking av tenkeredskap, tenker jeg i dag.

Jeg ser tilbake på diskusjonen vi hadde. Fingrene ble på en måte holdt opp mot annet konkretiseringsmateriell. Det var bedre å bruke pinner, kuber, klosser eller perler.

Det er som om jeg hører argumentasjon for narresmokk mot tommelsuging: Smokken kan jeg som foreldre bestemme når barnet ikke skal bruke.

Mange elever har kunnskaper knyttet til fingrene når de begynner på skolen. De fortsetter å telle på fingreneetter skoletid, de bruker fingrene under pulten. De har så tydelig dokumentert at vi ikke klarer å kontrollere dem, og godt er det!

''Ja, men fingrene er da et dårlig konkretiserings materiale,vi kommer jo ikke lengre enn til ti.'' Et voksent utsagn, og oppfordringen blir: Sett deg ned sammen med barna. Det vil helt sikkert være noen av dem som kan vise deg og medelever hvordan de systematiserer når de regner til 257 på fingrene. Det ligger mye matematikk i de metodene som ungene utvikler. Ved at de deler metodene sine, deler matematikken sin, vil de også utvikle den videre. Hva med et prosjekt: Gode måter å regne på fingrene. Ville det for noen være opptakt til at matematikk også kan bli et diskusjonsfag?

Vi vet at det ikke er på vegne av elevene som kommer til 257 vi forbyr fingertelling. Det er heller på vegne av eleven som sitter med regnestykker: 2+3=5; teller en-to en-to-tre en-to-tre-fire-fem. Han som tar på hver finger mens han teller. Vi ønsker å bringe ham videre, bort fra dette mønsteret; til å se flere om gangen, til å telle videre fra to til fem. Vi har arbeidet oss fram til metoder; brukt klosser og pinner...mye solid arbeid er lagt ned. Men dersom dette er en fingerunge, da kan vi vel gjøre akkurat det samme med fingrene? Det må vel være å ta utgangspunkt i hva unger kan? Fingrene har de med seg på veien hjem...

En førskolelærer på Stordkurset var rask med sin argumentasjon: ''Og når det gjeld svake ungar som ikkje tel på fingrane, forsøker eg ofte å gje dei denne reidskapen. Gjerne fordi det er

eit problem for nokre av dei at dei ikkje kjenner sin eigen kropp, ikkje ein gong fingrane.''

Samtidig som min konklusjon er at vi bør stimulere fingertellingen, står det like klart at det vil være misforstått å utvikle metoder der alle unger skal telle på fingre. Jeg ville heller ikke like å gå inn og autorisere en måte å regne på fingrene på, og lære ungene den. Jeg ville ikke like å utvikle en fasttømret metode. Jeg har respekt for å ta språket fra dem.

Fingrene kan være en av mange muligheter til å få ungene sin tenking, deres matematikk, deres metoder inn i klasserommet. Jeg leiter etter innganger som er slik at jeg kan ta vare på ungene sin tenkning, og legge til rette for videreutvikling. Jeg leiter etter muligheter til å tydeliggjøre mangfoldet når det gjelder utvikling av matematikkunnskaper.

Det er ikke rart at diskusjonen om fingertelling fremdeles engasjerer så mange av oss. Det er en så praktisk og et så pedagogisk prinsipp. Det dukker stadig opp nye perspektiv.

◇

***Marit Johnsen Høines** er høgskolelektor i matematikk ved Bergen Lærerhøgskole. Hun har 18 års praksis som lærer i barneskolen. Boka hennes Begynneropplæringen -en fagdidaktikk for 1. -6. klasse er gitt ut i Sverige med tittelen Matematikk som språk.*

Familiebilde fra Åttelandet. Undervisningsprosjekt utviklet av den kjente hollandske matematikkpedagogen Fred Gofree. Bildet står i F. Goffree *Wiskunde & Didactiek,* Eerste Deel, Wolters Noordhoff.

MASTERSTUDIUM I UNDERVISNING OG LÆRING

Spesialiseringar innan **norsk, spesialpedagogikk** og **matematikk**.
Omfang: 120 studiepoeng (heiltid eller deltid).

Masterstudiet gjev solid kompetanse for arbeid på dei respektive områda i barnehage, grunnskule, VGS og PP-tenesta. Avsluttande sjølvstendig forskingsarbeid (masteroppgåve). Studiet er samlingsbasert.

Det blir også tilbydd **vidareutdanningar** innanfor dei ulike spesialiseringane.

Kontaktar:
Fagleg kontakt: Arne Kåre Topphol
70 07 53 63 | akt@hivolda.no

Adm. kontakt: Ivar Hagen
70 07 52 63 | ivarh@hivolda.no

Sørvistorget
70 07 50 18 | sok@hivolda.no

Les meir på **www.hivolda.no**

Gert Monstad Haga
Matematiske byggesteiner

Hana løfter fram fem matematiske byggesteiner – fem konstrukter – i denne boka om matematikk. Han behandler eksempel, definisjoner, bevis, modeller og oppgaver fra ulike perspektiv, fra matematikerens og lærerens ståsted. Matematikk ses her både som prosess og produkt. Byggesteinene oppfattes primært som produkt, men Hana vektlegger også prosessene knyttet til produktene – til hvordan byggesteinene utvikles og brukes. Forfatteren ivrer for å gi elever muligheter til å ta del i matematiske prosesser, til å lage eksempel, definere, resonnere, lage notasjoner, modellere og stille matematiske spørsmål. Boka er viktig fordi læreres metamatematiske innsikt gir grunnlag for slik undervisning.

ISBN 978-8290898-60-6 · 299 sider · 490,–
Caspar Forlag AS · www.caspar.no · bestill direkte fra forlaget på ordre@fagbokforlaget.no

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Realfagbygget *A*4, NTNU
7491 Trondheim
Telefon: +47 73 55 11 42
Faks: +47 73 55 11 40
merete.lysberg@matematikksenteret.no

Revidering av KIM-materialet

Fra KIM til LIM

KIM-materialet (Kvalitet i matematikkundervisningen) ble utarbeidet av Telemarksforskning på 1980-90-tallet. Dette var diagnostiske prøver, med tilhørende veiledninger om diagnostisk undervisning. Prøvene skulle avdekke misoppfatninger og manglende begrepsforståelse som var til hinder for videre læring i matematikk. KIM var laget som papirprøver, og har senere blitt digitalisert og gjort tilgjengelig i Utdanningsdirektoratet (Udir) sin prøvebank (www.pgsc.udir.no).

Matematikksenteret fikk høsten 2014 i oppdrag fra Udir å omarbeide prøvestrukturen og revidere både oppgavene og veiledningene. De reviderte prøvene skal erstatte de gamle KIM-prøvene og blir tilgjengelig i Udir sin nye Prøvebank, som blir lansert høsten 2015. Prøvene skal være interaktive, lett tilgjengelig og selvrettende, samtidig som grunntanken fra det gamle KIM-materialet ivaretas.

Foreløpig arbeidstittel for oppdraget er LIM – Læringsstøttende prøver i Matematikk.

I tillegg til at LIM vil bestå av flere ulike diagnostiske prøver har vi vektlagt å gjøre dette til en sammensatt læringsressurs for læreren. Det betyr at vi synliggjør typiske feilsvar, kommer med forklaringer til resultatene/analysene, og viser til undervisningsaktiviteter som egner seg for å jobbe seg bort fra misoppfatningen som prøvene eventuelt avdekte. Dette er også relevant i planlegging av undervisning når begrep skal innføres eller videreutvikles.

Delprøver

Etter hvert som prøvene blir utarbeidet vil de bli publisert i Utdanningsdirektoratet sin Prøvebank under www.udir.no. Materialet er inndelt i følgende delprøver:

- Posisjonssystemet (høsten 2016)
- De fire regningsartene (høsten 2016)
- Algebra (høsten 2017)
- Brøk, prosent og desimaltall (høsten 2018)

Kartlegge misoppfatninger

Elever generaliserer det de har lært. Ideer og begreper elever har dannet seg, gjelder ikke

nødvendigvis i alle situasjoner. Et begrep er sjeldent fullstendig utviklet ved at man har gjort erfaringer på et avgrenset felt. Vi kaller ufullstendige tanker knyttet til et begrep for *misoppfatninger* (se Brekke, G (2002) *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*).

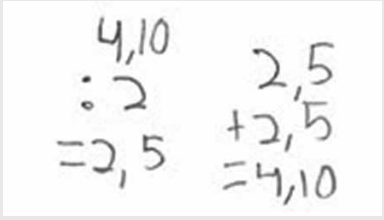
Oppgavene og tallene som er valgt i LIM er valgt bevisst for å gi mest mulig diagnostisk informasjon om hvilke tanker elevene gjør seg om et bestemt begrep.

En vanlig misoppfatning er at elever ofte ser på desimaltall som *par av to hele tall*; ett sett tall til venstre for komma og ett sett til høyre for komma. Elever i denne misoppfatningen vil kunne løse noen oppgaver med desimaltall riktig, for eksempel finne halvparten av 6,20. Strategien til disse elevene er: halvparten av 6 er 3 og halvparten av 20 er 10. Dermed blir svaret 3,10. Denne oppgaven gir svært lite diagnostisk informasjon om tankegangen til elevene.

Eksemplet under er hentet fra utprøvingen av LIM-prøvene. Her er tallene valgt bevisst for at oppgaven skal gi mye diagnostisk informasjon om tankegangen til elevene.

Spørsmål:
Hva er halvparten av 4,10?

Elevsvar på oppgaven:



Her viser eleven at han tolker 4,10 som par av hele tall, som han hver for seg dividerer med to. For å være sikker, kontrollregner eleven med å doble svaret sitt. Eleven viser at han er i denne misoppfatningen både ved bruk av divisjon og addisjon.

Tabell 2 viser resultatene på denne oppgaven etter utprøving på 9. trinn.

Elevsvar	Prosentandel av elevene
2,05 (Riktig svar)	48,5 %
2,5	47,1 %
Andre svar	4,2 %

Tabell 2

Status

Vi har testet ut oppgaver som måler området posisjonssystemet. Vi jobber for tiden med å pilotere oppgaver som måler misoppfatninger innen de fire regnearter og jobber videre med disse to prøvene som skal være klar i prøvebanken høsten 2016.

Er du interessert i det vi jobber med eller har spørsmål, ta kontakt på mail: roberth.asenhus@matematikksenteret.no

Nasjonale prøver i regning

Nye og mer brukervennlige rapporter

Grethe Ravlo

De nasjonale prøvene i grunnleggende ferdigheter i å kunne regne i alle fag ble første gang gjennomført i 2007. Fram til 2010 var prøvene bare for elevene på 5. og 8. trinn, men de siste fem årene har også elevene på 9. trinn gjennomført prøven for 8. trinn. Dette for å få et lite innblikk i virkningen av ett års ekstra skolegang. Det er Matematikksenteret som hvert år utvikler nye prøver med tilhørende veiledninger og analyserapporter på oppdrag fra Utdanningsdirektoratet. Prøvene er obligatoriske og en rettighet for elevene. Hvert år fra og med 2010 har ca. 180 000 elever i Norge gjennomført nasjonale prøver i regning.

Siden 2009 har prøvene vært elektroniske, og resultatene er blitt automatisk generert. Vi som utvikler prøver og veiledningsmateriell, har i stadig større grad kunnet konsentrere oss om å gjøre resultatene lettere tilgjengelig for lærerne gjennom mer praktiske veiledninger.

Grethe Ravlo
Matematikksenteret
grethe.ravlo@matematikksenteret.no

Nytt fra 2014 er at Utdanningsdirektoratet har innført ny skala for poenggiving hvor oppgavene er vektet ut fra vanskelighetsgrad. Gjennomsnittlig løsningsprosent for prøvene for 5. og 8. trinn i 2014 ble bestemt å være 50 skalapoeng, og skalaen fikk standardavvik 10. Det betyr at ca. 68 % av elevene fikk resultater i intervallet 40 til 60 skalapoeng og 95 % resultater i intervallet 30 til 70 skalapoeng. Ingen riktige svar gav 19 skalapoeng og alt rett gav 80 skalapoeng.

Elevene ble i 2014 som i tidligere år plassert på mestringsnivå ut fra oppnådde resultater. Det er tre mestringsnivå for prøven til 5. trinn og fem mestringsnivå for prøven til 8. og 9. trinn. Nytt i 2014 er imidlertid at også oppgavene er plassert på mestringsnivå, og slik vektet ut fra vanskelighetsgrad. Det betyr at skalapoengene elevene fikk i 2014 og vil få i 2015 avhenger av *hvilke* og *ikke antall* oppgaver elevene har løst riktig. Elever med like mange riktige svar vil derfor oppleve å få ulik skalapoengsum. Rapporteringen med skalapoeng er blitt innført for enklere å kunne sammenligne resultater over tid.

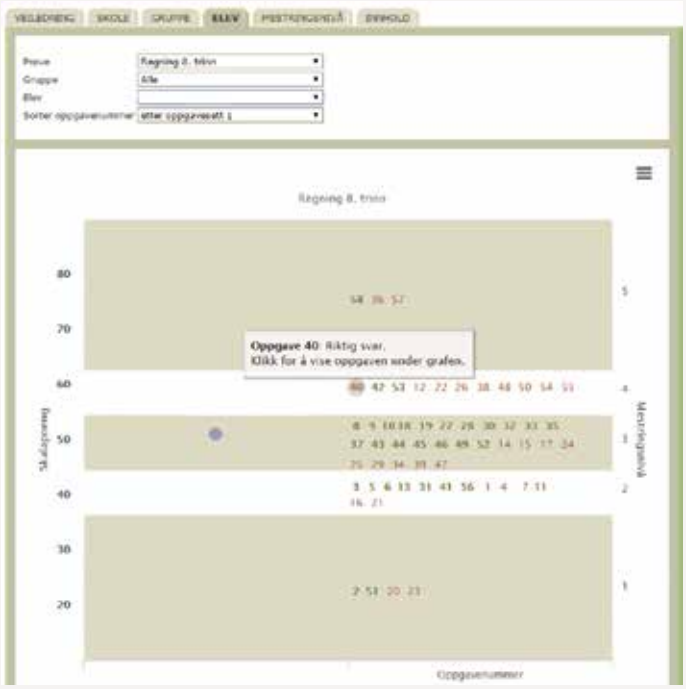
Utdanningsdirektoratet har utviklet nye informative elektroniske rapporter for alle nivåer, fra elev- til nasjonalt nivå. Disse vil kunne lette lærernes arbeid både når det gjel-

Regning 8. trinn 2014

	Prosent riktig			Faglige aspekter ved prøven			
Oppg.	Gruppe	Nasjonal	Avvik	Emne	Innhold	Fagtilknytning	Oppgaveformat
1	48 %	69 %	-21 %	Tall	Subtraksjon i kontekst	Ma, na, sf	Åpen
2	83 %	85 %	-2 %	Statistikk	Lese av søylediagram	Engl, ma, na, no, rle, sf	Åpen
3	55 %	65 %	-10 %	Måling	Utvide møtoppskrift	Ma, mål, no	Flervalg
4	48 %	65 %	-17 %	Tall	Forståelse av likhetstegnet	Ma	Åpen
5	52 %	65 %	-13 %	Tall	Divisjon/multiplikasjon i kontekst	Ma, sf	Flervalg
6	69 %	76 %	-7 %	Tall	Halvere brøk	Ma, mål, mu	Flervalg
7	62 %	70 %	-8 %	Måling	Divisjon i kontekst	Ma, mål	Åpen
8	48 %	56 %	-8 %	Tall	Finne prosentdel	Ma, mål, na, sf	Flervalg
9	45 %	58 %	-13 %	Statistikk	Subtraksjon i kontekst	Engl, ma, na, no, sf	Åpen
10	52 %	58 %	-6 %	Statistikk	Finne gjennomsnitt	Ma, no, sf	Flervalg
11	66 %	67 %	-1 %	Statistikk	Lage søylediagram ut fra gitte data	Engl, ma, na, no, sf	Flervalg
12	38 %	31 %	7 %	Tall	Angi brøkdel illustrert på tallinje	Ma, rle, sf	Åpen

Figur 1: Grå kolonne viser løsningsprosenten på hver oppgave for egen gruppe, oransje kolonne viser løsningsprosenten nasjonalt, avviket viser forskjellen i prosentpoeng mellom egen gruppe og nasjonalt, de andre kolonnene viser om det er en tall-, målings- eller statistikkoppgave, hva oppgaven tester, hvilket fag vi mener oppgaven er relevant for og om det er en åpen oppgave eller en flervalgsoppgave.

Figur 2: Analyserapport fra PAS som inneholder resultater for ulike nivå. Eksempel fra 5. trinn.



Dette er en beskrivelse av mestringsnivå 3
Den typiske elev på dette nivået kan:
- utføre regneoperasjoner med hele tall og desimaltall
- løse oppgaver som krever regning med prosent og brøk
- løse enkle sammensatte problemer
- regne ut gjennomsnitt
- bearbeide informasjon fra ulike typer diagrammer og tabeller
- gjøre overslag og til en viss grad kunne vurdere rimeligheten av egne svar

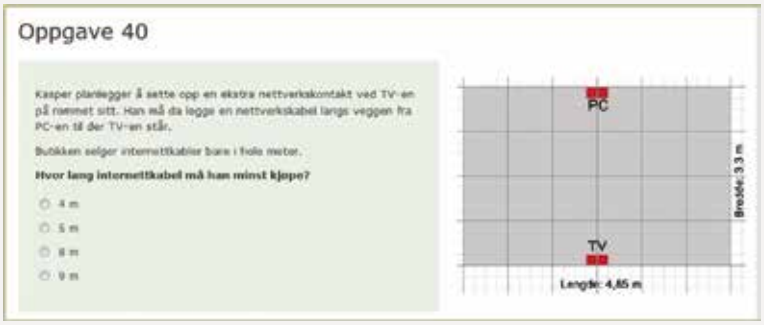
Figur 3: En elevrapport for versjon 1 av prøven for 8. trinn 2014. Mestringsnivå og skalapoeng på de vertikale aksene, og oppgavenumrene i grønt (riktig løste oppgaver) og rødt (oppgaver uten poeng) spredt på de ulike mestringsnivåene. Blå «prikk» angir elevens samlede prestasjon og skalapoengsum.

der å få oversikt over resultatene til egne elever, og når det gjelder det pedagogiske etterarbeidet i egen klasse med resultatene.

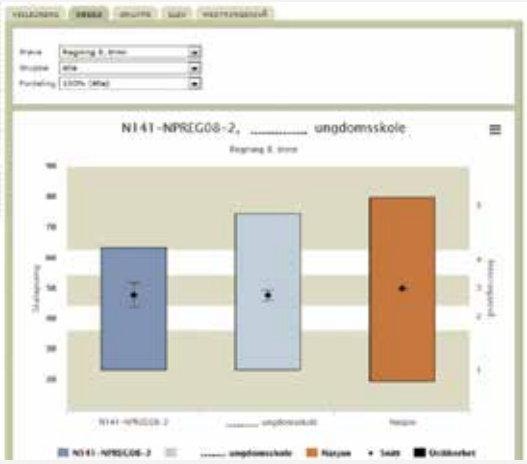
Rapporter i PAS i 2014

Ved å logge seg inn i PAS, kan man hente ut *grupperapport NP01* som viser riktig (1) eller galt (0) på hver oppgave for hver enkelt elev. Grupperapporten kan eksporteres til et regneark og limes inn i et analyseverktøy hvor de nasjonale resultatene allerede er lagt inn (figur 1). Analyseverktøyet må lastes ned fra PAS. Læreren kan for eksempel bruke dette analyseverktøyet (regnearket) til å finne ut hvilke områder av tall, måling og statistikk klassen behersker, og hva klassen trenger å arbeide mer med.

Analyseverktøyet gir også informasjon om hvilke fag oppgavene kan være relevante for når det gjelder grunnleggende ferdigheter i regning. Kolonnen *innhold* forteller hva hver oppgave tester. Kolonnen *avvik* kan om læreren ønsker det, gi rask informasjon om hvordan klassen ligger an i forhold til de nasjonale resultatene.



Figur 4: Ved å klikke på en oppgave i elevrapporten kommer oppgaven til syne.

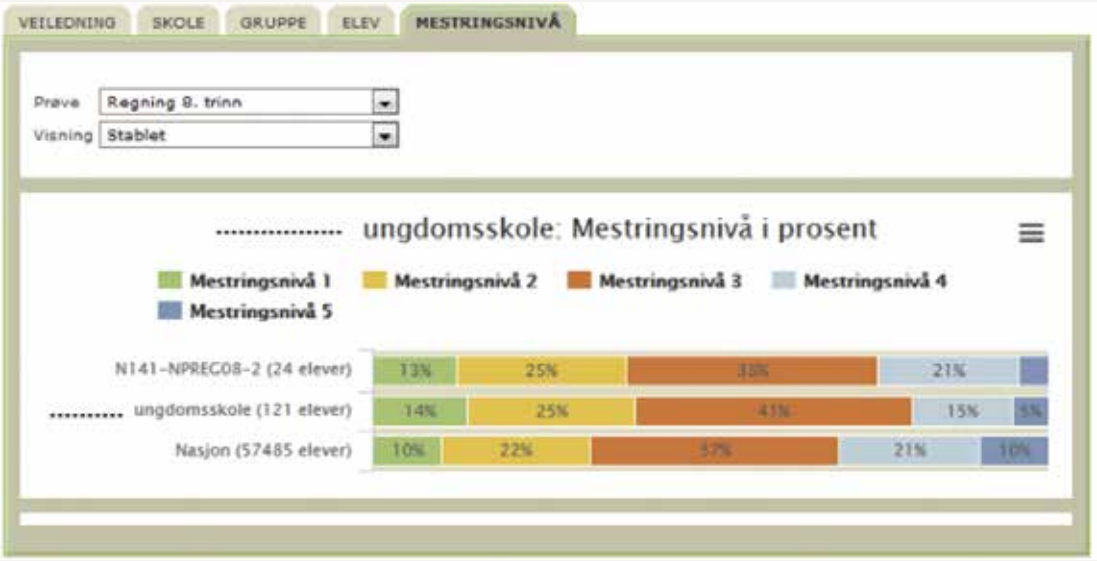


Figur 5: Diagram som viser spredning og gjennomsnitt på klasse, skole og nasjonalt nivå.

Den nyeste analyserapporten fra 2014 består av fem faner (figur 2). Fane èn er *veiledning* med forklaring, og deretter følger resultater for *skole*, *gruppe*, *elev* og *mestringsnivå*. Innholdet i de ulike fanene er til dels interaktivt og gir mulighet for både sortering og å klikke på elementer for å få opp mer informasjon.

Figur 3 viser en elevrapport på 8. trinn. Her kommer det tydelig fram både hvilke oppgaver som hører til på de forskjellige nivåene (oppgave 1 til 58), hvilke oppgaver eleven har løst riktig (grønn farge) og hvilke oppgaver eleven ikke har fått til (rød farge). Blå «prikk» viser elevens poengsum i skalapoeng og hvilket mestringsnivå prestasjonen kvalifiserer til.

I eksempelet har eleven oppnådd 51 skalapoeng som gir mestringsnivå 3. Eleven har løst oppgaver på alle nivå, men har også feil i oppgaver på alle nivå. I tilknytning til rapporten vises den generelle beskrivelsen av hva *den typiske elev* som oppnår mestringsnivå 3 behersker.



Figur 6: Viser i prosent fordelingen på mestringsnivå for klasse, skole og nasjonalt nivå.

Ved å klikke på et oppgavenummer i elevrapporten, kommer oppgaven til syne (figur 4). I tillegg får man beskjed om oppgaven er riktig besvart eller ikke.

Rapporten under fanen *skole* viser spredningen i resultatene for hver klasse på en skole, skolens samlede resultat og spredningen på nasjonalt nivå (figur 5).

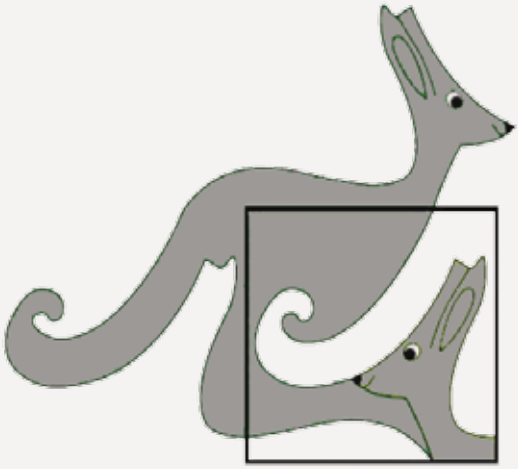
Rapporten for *mestringsnivå* viser prosentvis fordeling av elevene på de fem nivåene (figur 6).

Rapportene er tilpasset ulike formål, og jeg tror det er riktig å si at de gjør det enklere for alle nivå å innhente tilgjengelig informasjon. Ikke minst ser jeg nytteverdien for læreren når det gjelder egne elever. Med bare noen tastetrykk kan læreren se hvilke oppgaver enkeltelever har løst eller ikke fått til, og ved å se på regnearket i figur 1 kan man ganske raskt få noen indikasjoner på hvor utfordringen ligger i egen klasse/gruppe. De nye rapportene i 2014 skal videreutvikles. Vi som utvikler de nasjonale prøvene, har et håp om at rapportene i framtida skal kunne knyttes direkte til veiledningsmateriellet elektronisk. Da vil det bli «kort vei» fra en oppgave til våre kommentarer og tips til etterarbeid med oppgaven.

For mer informasjon:

http://www.udir.no/Vurdering/Nasjonale-prover/Etter-proven/-/Finne-resultatene/Nasjonale-prover-Hvordan-bruke-analyserapporten/

KENGURUSIDENE



Kenguruoppgaver for elever på småtrinnet

Anne-Gunn Svorkmo

En del kenguruoppgaver består av bilder med lite tekst, og disse oppgavene kan egne seg godt for elever på småtrinnet. Oppgavene går ofte ut på å sammenligne figurer, se et mønster, finne brikken som mangler i et puslespill, finne veien gjennom en labyrint eller gjøre enkle opptellinger. Når elever arbeider med slike oppgaver, kan de arbeide i par eller i smågrupper. Dersom det er mye tekst for aldersgruppa, kan læreren lese for elevene. Elevgrupper som tidligere ikke har arbeidet så mye med problemløsing, kan gjerne løse oppgaver i fellesskap. Læreren kan da lede da elevene gjennom prosessen, stoppe opp og stille sentrale spørsmål underveis.

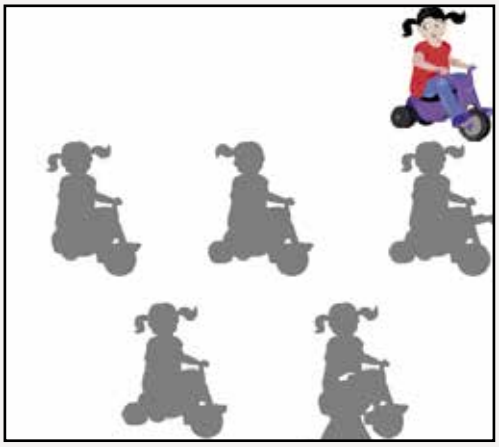
Kenguruoppgavene er flervalgsoppgaver der elevene velger og merker riktig svaralternativ. Ikke alle elever vet hvordan svaralternativene på ulike måter kan være til nytte i løsningsprosessen. Det kommer an på oppgaven. Jeg har

noen ganger erfart at når elever ikke finner sitt svar blant alternativene, er det ubehagelig å innrømme at man har regnet feil. Da er det enklere å skylde på at det må være en feil i oppgaven. Når man ikke finner sitt svar blant alternativene, betyr det at man har funnet feil løsning og må prøve på nytt! I slike tilfeller er alternativene i en flervalgsoppgave en veiledende faktor. Å bruke svaralternativer som hjelp i løsningsprosessen må som mye annet læres.

Nedenfor presenterer jeg noen eksempler på oppgaver som jeg mener kan passe for denne aldersgruppa. Jeg kommenterer hver oppgave og gir noen tips og idéer på hva som i denne sammenhengen kan poengteres.

Eksempel 1

Hentet fra Kenguruoppgaver 1.–3. trinn 2014, www.matematikksenteret.no.



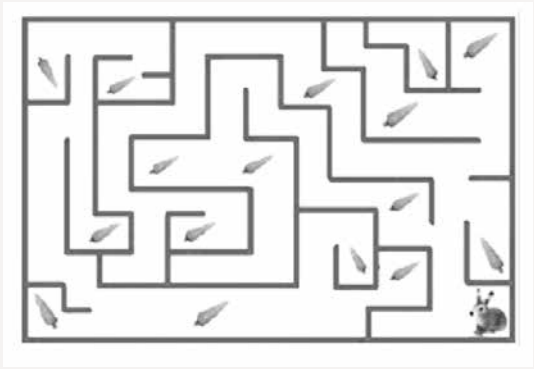
Hvilket bilde viser Elins skygge? Sett ring rundt.

Kommentar til oppgaven: Her må elevene sammenligne bilder. Oppgaven må kopieres i et slikt format at detaljene kommer tydelig fram. Elevene kan sammenligne originalen med hver av skyggene for å se hvilken av de fem skyggebildene som passer. De kan også sammenligne skyggene med hverandre, se hva som er likt og hva som er forskjellig og deretter se bort fra de skyggebildene som ikke passer med originalen. Ved å bruke denne framgangsmåten, står man igjen med det riktige alternativet til slutt. Hvilken av de to framgangsmåtene foretrekker elevene? Etter at elevene har løst oppgaven må de begrunne svaret. Spørsmål som kan stilles til elevene:

- Hvis man nummererer skyggebildene fra 1–5, hvorfor kan ikke alternativ 2, 3 og 5 være riktige? Hvilke detaljer gjør sitt til at de ikke kan passe?
- Alternativ 1 og 4 ligner på hverandre. Hva er forskjellen mellom de to? Hvorfor passer ikke alternativ 1 med originalen?

Eksempel 2

Hentet fra Milou 2013 oppgave 8, www.ncm.gu.se.



Kalle Kanin finner gulrøtter når han hopper hit og dit i en labyrint. Hva er det største antall gulrøtter han kan få tak i?

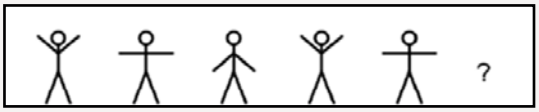
7 8 9 15 18

Kommentar til oppgaven: Hvis ikke alle elevene vet hva en labyrint er, må det forklares på forhånd. Hvilke regler gjelder i en labyrint? Kanskje bør «største antall» fra oppgaveteksten utdypes slik at elevene skjønner hva det betyr. Når elevene har satt ring rundt det svaralternativet de mener er det riktige, må de forklare hvordan de fant det ut. Mange elever vil nok følge veien som Kalle går gjennom labyrinten og telle alle de gulrøttene det er mulig for han å få tak i.

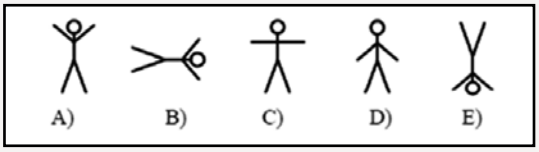
– Hvordan telte elevene opp gulrøttene? Hvordan var de sikre på at de hadde telt alle og at ingen ble telt mer enn en gang? En måte å sjekke det på er å telle de gulrøttene Kalle ikke får tak i, summere de med de andre og se om det blir 16 gulrøtter til sammen.
– Det er 16 gulrøtter i labyrinten. Kan da 18, det siste svaralternativet være riktig? Hva med 15? Er det slik at det bare er en gulrot Kalle ikke kan få tak i?
– Er det flere veier som gir samme antall? Sammenligne veiene elevene har valgt.

Eksempel 3

Hentet fra Ecolier 2006, oppgave 1, www.matematikksenteret.no.



Berit tegner tre forskjellige figurer i den samme rekkefølgen. Hvilken figur er den neste hun skal tegne?



Kommentar til oppgaven: Elevene må lete etter et mønster i denne oppgaven. Hvordan beskriver elevene mønsteret for hverandre? Når elevene forstår mønsteret, vil de gjøre seg opp en mening om hvordan den neste figuren ser ut. De vil da sammenligne sin figur med svaralternativene. Finner de igjen denne blant disse, ringer de rundt figuren og oppgaven er løst. Dersom de ikke finner igjen den figuren de tror det skal være, må de starte på nytt. Alternativ B og E er ikke aktuelle løsninger. Hvorfor er de ikke det? Her er det muligheter for mange morsomme diskusjoner. Elevene kan lage egne mønster som andre skal finne neste figur til.

Påmelding til Kengurukonkurransen 2015

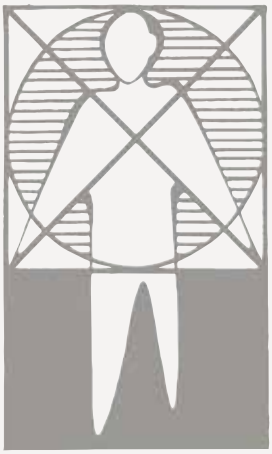
Frist for påmelding er **16. mars**. Konkurransen starter i år **19. mars** og kan gjennomføres fram til **17. april**. Elevenes resultater må registreres på nett seinest 17. april. For mer informasjon gå inn på www.matematikksenteret.no/kengurusiden

Eksempel 4

Hentet fra Ecolier 2001, oppgave 4, www.ncm.gu.se.

Tegningene viser tallene 2, 3 og 4 med sine speilbilder. Hvordan skal neste tegning se ut?

Kommentar til oppgaven: Elevene kan arbeide med oppgaven i par eller gruppe, og sammen bestemmer de seg for hvilket alternativ de mener er det riktige. Elevene kan så få utdelt et speil for å sjekke egen løsning. Hvorfor kan ikke de andre alternativene være riktige? De ligner på speilbilder alle sammen! Elevene må forklare hvordan de ulike alternativene er satt sammen. Alternativ B og C ligner på hverandre. Hvorfor må det være alternativ C som er riktig svar? For å følge mønsteret må speilingslinja ligge til venstre for tallet og ikke til høyre slik det er i alternativ B. Lærer bør utnytte mulighetene til å bruke begreper som speiling, rotasjon og forskyvning.



LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
v/Randi Håpnes
NTNU, Realfagbygget
7491 Trondheim

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det overordnede målet for Landslaget for matematikk i skolen er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i grunnskolen, den videregående skole og på universitet/høyskole.

Landslaget skal stimulere til kontakt og samarbeid mellom lærere på ulike utdanningsnivåer og mellom lærere og andre som er opptatt av matematikk.

Styret for LAMIS

Leder
Tone Skori, Akershus
Barnetrinnet
Hege Fjærvoll, Nordland
Åge Ryghseter, Nedre-Eiker
Ungdomstrinnet
Gerd Nilsen, Hedmark
Videregående skole
Per Gunnar Østerlie,
Sør-Trøndelag
Høgskole/universitet
Marianne Maugesten, Østfold
Varamedlemmer
1. Renate Jensen, Hordaland
2. Kurt M. Klungland, Rogaland

Medlemskontingent 2015

450 kr for enkeltmedlem m/Tangenten
200 kr for husstands-medlemmer
300 kr for studenter m/Tangenten
975 kr for skoler/institusjoner m/Tangenten

Organisasjonssekretær

Gro Berg
gro@lamis.no
41562324

Husk sommerkurset i Fredrikstad, 7.–9. august!

Lederen har ordet

Tone Skori

Jeg ønsker dere alle et nytt godt matematisk år selv om kalenderen viser godt ut i nyåret.

Aller først vil jeg komme med en god nyhet. LAMIS har fått 200 000 kroner fra Sparebankstiftelsen DNB. Pengen skal gå til matematikkdagheftet og til å arrangere sommerkurs.

LAMIS arrangerer nå UngeAbel, en matematikkonkurranse for klasser på niende trinn, for andre gang dette skoleåret. Første runde er avsluttet, og når dette nummeret av Tangenten foreligger, holder de akkurat på å avslutte andre runde. Etter det gjenstår det å levere fordypningsoppgave, og i slutten av april er det semifinale og finale på Gardermoen. Vinneren av finalen går videre til den nordiske finalen, som avholdes i Trondheim i starten av juni. I første runde 2014–2015 fikk vi inn svar fra 144 klasser fordelt på alle fylkene i landet. Deltakertallet er godt under det vi kunne ønsket oss, og vi har plass til mange flere. Kanskje er UngeAbel fremdeles en godt bevart hemmelighet, eller kanskje ble dette skoleåret så mye forkortet at mange ikke tok seg tid til å delta? Uansett skal vi gjennomføre konkurransen i år som i fjor, og så håper vi på økt deltakelse neste skoleår. Vær gjerne med og spre kunnskapen om UngeAbel.

Alle medlemmer skal nå ha fått Matematikkdagheftet 2015 i postkassen, og LAMIS oppfordret barnehager og skoler til å arrangere matematikkens dag i år som tidligere. Vi ønsker en felles matematikkdag, gjerne i løpet av uke 11. Passer ikke det, så ta matematikkdagen i en annen uke når det passer for skolen. Inviter gjerne lokal presse, og la dem få et innblikk i at vi i skoler og barnehager også jobber med praktisk matematikk. Vi er svært stolte av årets matematikkdaghefte, som også inneholder en del oppgaver der vi legger vekt på bruk av GeoGebra. Dette blir et viktig element i eksamen både i grunnskolen og i videregående skole fra og med dette skoleåret. For til vårens eksamen i matematikk er det innført krav om obligatorisk bruk av digitale verktøy for alle eksamenskoder i grunnskolen og videregående. I programfag og teoretisk matematikk på videregående er kravet CAS (Computer Algebra Systems) og graftegner. For elever som har praktisk matematikk i videregående skole og grunnskolen, er kravet til digitale verktøy regneark og graftegner. Verktøyet GeoGebra tilfredsstiller disse kravene.

I tillegg til heftet skal dere nå ha mottatt krav om innbetaling av kontingent for 2015. For at LAMIS skal bestå og fortsette å lage gode matematikkdaghefter, er vi avhengige av at dere medlemmer betaler kontingenten. LAMIS jobber hele tiden for at medlemslistene skal være oppdatert. For å få til dette er vi avhengige av at dere medlemmer gir oss beskjed når dere endrer e-postadresse, postadresse og

(fortsettes side 64)

Sommerkurset 2015
Velkommen til Fredrikstad 7.8.–9.8.

Påmeldingen til årets høydepunkt nærmer seg, og sommerkurskomiteen er stolte av å kunne presentere nok et kurs i Fredrikstad. Som nevnt i forrige Tangenten vil fokuset være på algebra og de endringene matematikken står overfor i norsk skole i dag. Digital matematikk er også et tema som vil bli berørt.

For mange er LAMIS sommerkurs et høydepunkt som innleder et nytt skoleår. Her treffer man ressurspersoner og matematikklærere fra hele landet, og gjennom faglig oppdatering og sosiale aktiviteter blir man godt kjent og skaffer seg venner og bekjentskaper for livet. Én av de tingene LAMIS sommerkurs er kjent for, er at man som kursdeltager tilegner seg undervisningsopplegg og metoder som har direkte overføringsverdi til egen praksis.

Tittelen på årets sommerkurs er «Matematikk i tiden». Vi ønsker gjennom denne tittelen å sette fokus på at matematikken følger med og er i stadig utvikling, og at den faglige oppdateringen vi tilbyr, er i henhold til tidens læreplaner og tidens forventninger til lærernes kompetanse.

Algebra for liten og stor

Både styret i LAMIS og sommerkurskomiteen synes det er veldig viktig at sommerkurset kan tilby faglig utbytte for alle skoleslag. Dette innebærer at vi ønsker å tilby verksteder for både barnehagelærere, grunnskolelærere og undervisere på høgskolenivå. Jakten på disse foredragsholderne er i gang, og vi har flere spennende verkstedholdere som gleder seg til å vise fram algebra på flere arenaer og for alle aldersgrupper. Detaljerte beskrivelser av verksteder og foredrag ligger på lamis.no. Vi har også plass til flere verkstedholdere i vårt program, og har du lyst til å bidra til sommerkurset 2015, kan du ta kontakt på karikarl@online.no innen **15. mars 2015**.

Én av plenumsforeleserne vi er stolte av å kunne presentere, er Lisbet Karlsen. Lisbet Karlsen er høgskolelektor i matematikkdidaktikk ved Høgskolen i Buskerud og Vestfold, der hun blant annet jobbet med grunnskolelærerutdanning for 5.–10. trinn og med etterutdanning av lærere. Hun har lang undervisningserfaring fra alle trinn i grunnskolen.

Lisbet vil ta for seg algebra og skal snakke om hva elever sliter med innen emnet. Hun vil belyse hvilke kritiske punkter vi kan finne i deres utvikling av forståelse for algebra, og hvordan vi som lærere kan legge til rette for økt forståelse.

(fortsettes side 64)

Hverdagslivet som matematikklærer i en norsk skole

Harald B. Zeigler

Det er på Facebook det skjer! LAMIS har en Facebook-gruppe, og der ble det spurt om noen ønsket å skrive litt om hverdagslivet som lærer i den norske skolen i dag. Jeg foreslo meg selv som skribent. Det du leser nå, er skrevet av en regnelærer på en ungdomsskole i Oslo.

Jeg har lyst til å snakke om det som preger hverdagen til en lærer. Det er påfallende hvor lav innlæringskapasiteten hos mange elever er. Elevene har etter mitt syn intet ansvar for at de har havnet i en slik situasjon. Deretter ønsker jeg å fremsette noen tanker om Zankov-pedagogikk og utviklende læring, og jeg vil snakke om forskjellen mellom matematikk og regning ved å fortelle om den ene gangen i år jeg underviste matematikk i en mattetime. Vanligvis blir det regning.

Litt om skribenten: Jeg tok min mastergrad i industriell matematikk ved universitetet i Tromsø i 2008. Siden den gang har jeg blant annet undervist ved voksenopplæringen i Bærum, Sinsen skole, Haugerud skole og nå Fyrstikkalleen skole. Selv gikk jeg tolvårig skole i Norge fra 1990 til 2002. Min far er amerikaner, og min mor er fra Hedmark. Min far er det vi kan kalle en luring, og var med på utviklingen av informatikk og det som ble Internett ved amerikanske universiteter i seksti- og syttiårene. Eplet falt ned fra treet og landet et stykke fra stammen.

Litt detaljer om skolen jeg jobber på for øyeblikket, Fyrstikkalleen skole på Helsfyr i Oslo. Vi er en 8–13-skole med et progressivt team bestående av høyt kvalifiserte lærere og en ledelse som ønsker den beste fagdidaktiske undervisningen for sine elever. Derfor er vi ikke redde for å prøve nye ting. Som i Japan gjør vi såkalte *Lesson Studies*, der vi som fagteam (kalt *faglag*) planlegger og observerer en mønstertime sammen. Timen evalueres og forbedres, og den gjentas i de tre andre parallellklassene. Vi har gjennomført *Lesson Studies* i flere faglag, og evalueringen tilsier at dette er noe vi ønsker å fortsette med. Det er én av suksessfaktorene ved den japanske skolen, som har godt faglig samarbeid blant lærerne.

Vi gjennomfører kollegaveiledning og har timeplanfestet observasjon av andres timer. Det er morsomt og lærerikt å være med i andres timer. Dette kalles skolevandring enkelte steder, da er det ledelsen som går rundt. Kulturen på F21 er at alle timer er observerbare, og det er kultur for å invitere kollegaer inn samtidig som uanmeldte besøk kan være like interessante og lærerike. Det ender med at man allierer seg med noen og besøker hverandre jevnlig. Tillit kreves for å minimere nervøsitet og maksimere god stemning.

Så til det som mange opplever, enten de vil innrømme det eller ei. Jeg snakker om de situasjonene der elever skal lære noe nytt, gjerne ved å løse et sett oppgaver. Svært mange gir opp fordi de «ikke forstår». Da sier de ting som «hva skal jeg gjøre», «jeg har ikke lært dette», «jeg skjønte ikke» eller variasjoner over dette temaet.

Hva skyldes dette? Er det elevenes manglende utholdenhet, eller er det at fagstoffet er for vanskelig? Kan det skyldes at elevene er understimulert over mange år, for eksempel ved at lærebøkene ikke gir elevene gode og varierte nok oppgaver,

eller er det lærerne som gjør en for dårlig jobb med det fagdidaktiske arbeidet, eller har lærerne for dårlig fagkompetanse?

Kan det skyldes at elevene er mindre begavet enn i andre land? Kan det skyldes at den norske læreplanen er mindre ambisiøs enn i andre land? Går vi for fort frem? For sakte? Har vi ikke god nok fagkompetanse i barneskolen eller andre steder?

Jeg underviser noe som heter *Mattetalent i Osloskolen*. Det er et tilbud til faglig sterke elever, det vil si elever som har karakteren fem eller seks ved forrige terminslutt. For åttendeklassingene er det et krav at læreren anser dem som skikket. På talentsatsningen finnes de samme elevtypene som i vanlige klasser. Noen liker rutinepreget arbeid med en formel eller oppskrift på suksess. Andre liker å tenke og krever at jeg ikke gir svaret. Felles for de fleste er at de klarer å motivere seg selv til å tro at de kan klare å forstå fagstoffet før timen er ferdig. Jeg har stor glede av å la disse elevene slite litt med oppgavene før noe hint blir gitt. Evne til å utsette belønning sies å være en egenskap som kjennetegner suksessfulle mennesker. Mange på *Talent* har denne evnen. Jeg vil likevel si at mange av dagens talentelever heller ikke forstår ting med én gang. Disse elevene får imidlertid oppleve kognitiv konflikt og undring etterfulgt av vanskelige oppgaver én gang i uken, og det er en følelse de ikke er vant med. Jeg tror denne følelsen er viktig for utviklingen av deres matematiske kompetanse. I vanlige klasser vil disse elevene kanskje være ferdige med oppgavene sine lenge før de andre og ikke oppleve å bli utfordret i like stor grad som på talentsatsningen. De er flinke og klarer jobben uten altfor mye innsats. Det gjør ikke vondt vanligvis. Derfor føles det meningsfullt å gi disse elevene utfordringer de ikke møter i det daglige.

Mange tanker finnes om norsk skole. Ifølge årets novemberkonferanse ønsker Matematikksenteret at dagens matematikkundervisning skal gå ut på å stimulere tanken, ikke bare å bare pugge algoritmer. Noen veldig spennende foredrag som Kjersti Melhus fra universitetet i Stavanger presenterte på årets novemberkonferanse, var om russisk matematikk i Rogaland. I skoler omkring Sandnes har de testet et undervisningssystem som kalles utviklende læring, og som er utviklet av Leonid Zankov, en av Vygotskys studenter og kollegaer. Vygotsky, med sin proksimale utviklingssone, er pensum i lærerutdanningen og PPU. Hva er den nærmeste utviklingssonen? Vel, ved universitetet i Stavanger mener de at den nærmeste utviklingssonen har en ganske stor utstrekning. I praksis vil det si at elever på første til fjerde trinn i barneskolen lærer tallforståelse og abstrakt algebra på et høyt nivå, og klarer å ligge omtrent tre år før normal progresjon i den norske skolen. Hva har de gjort annerledes? Vel, de russiske lærebøkene som ble oversatt til norsk, er én ting. At lærerne har tid til forberedelser og er dedikert til kun matteundervisning, og at lærerne får veiledning av ansatte ved universitetet i Stavanger, er en annen.

Jeg blir bergtatt av å høre om dette av flere grunner. Mange land ligger langt foran Norge i matematikkompetanse. Europeiske land, det tidligere Sovjetunionen og asiatiske land har høye ambisjoner for elevenes læring. Hva er det som gjør at vi i Norge ikke tør å klemme til enda litt mer i læreplanen fra Utdanningsdirektoratet? Nå har Smeaheia skole og andre skoler vist at det er fullt mulig for et utvalg av befolkningen å klare høyere ordens matematikk tidligere, og det gjør at elevene blir smartere. Abstrakt matematikk tidlig i livet utvikler barnas hjerne i positiv retning. Det er belegg for å si det, selv om det høres forutinntatt ut. En rumensk venn av meg pleide å si at i andre land er det forventet at elevene kommer opp på et visst matematisk nivå. Læreren skal klare å trekke eller hjelpe elever opp på det nivået. I Norge må vi løfte elevene, og for å løfte dem må vi legge oss på elevens nivå eller lavere, og tilpasse opplæringen til eleven. Det illustrerer forskjellen mellom vårt land og andre. Hva betyr egentlig tilpasset opplæring? En kollega på Haugerud skole har denne filosofien om læring: «Jeg legger nivået skyhøyt i alle timer. Tiende trinn eller VGS-nivå for min åttendeklasse. Jeg sier at de ikke kommer til å skjønne det

fullt ut enda, kanskje bare ti prosent denne timen. Alle har noe å strekke seg etter. Svakt presterende elever opplever at de ikke er de eneste som har utfordringer. Til slutt opplever klassen gleden over å ha mestret noe vanskelig som de ikke trodde de skulle klare. Du kan si jeg underviser på nivå med karakter syv eller åtte. Da har sekserelevene også noe å strekke seg etter.» Hvorfor tør ikke barneskoler å være like ambisiøse som Smeaheia? Hva er grunnen til at Norge har produsert generasjoner av mennesker som har vært utsatt for en ikke-ambisiøs opplæring, der man på syvende trinn har en så lite utviklet abstraksjonsevne at problemer som x + 3 = 9 er så vidt overkommelige? Barna fra Smeaheia spiser slike likninger til frokost i tredje klasse. Kan ikke alle bare gjøre slik som dem?

Så da står man i klasserommet med elever som ikke har hatt denne gode opplæringen. Og klassen består av ungdommer som presterer «lavt» og «høyt» – men på hvilken skala? Den skalaen vi bruker i Norge i dag? Vel, vi ligger tre år etter alle andre land. Og vi har ikke trent hodet riktig de første årene på skolen. Derfor har vi elever som ikke skjønner greia med brøk, regning med negative tall og liknende. Likninger med regler for prosedyrer og så videre. Funksjonsbegrepet med lineære funksjoner og heltallskoeffisienter. Man er så vidt innom annengradsfunksjoner, men bare så vidt. Hva kan man gjøre for å få barn og ungdom til å like matematikk når det legges opp til at man skal regne hele veien til NAV? Er det noe matematikk i læreplanen?

Jeg opplevde å undervise matematikk én gang i år, i min åttendeklasse. Det var den gangen da vi hadde gått gjennom egenskapene kommmutativitet, assosiativitet, distributivitet, identitetselement og invers at jeg følte vi jobbet med matematikk. Timen handlet om å forsøke å se på andre regneoperasjoner og finne ut om vi kunne teste disse egenskapene og «finne» identitet og invers for rare regneoperasjoner med morsomme navn, ofte med symbolet # (hashtag), som ungdommene kjenner. Elevene satt i grupper på fem-seks personer og slet verre. Én elev sa plutselig: «Invers er omtrent som det motsatte av en ting.» De andre på gruppa gikk fra å klø seg i hodet til å føle noe forståelse. Da følte jeg at vi hadde en mattetime, og at elevene fikk trent hjernecellene litt. De andre timene har et visst regnepreg over seg.

Det er morsomt å jobbe på F21. Vi har en lokal læreplan utviklet av matematikerne på huset. Der undervises tall, algebra, likninger og funksjoner opp til tiende trinns pensum allerede i åttende klasse. Dette for å bygge fundamentet for elevenes aritmetikk- og algebraferdigheter, som de skal bruke i all matematikklæring senere. Det er få bøker som støtter denne lokale varianten, men med klipp og lim, kopierte hefter og noe annet, går det sin gang. Vi valgte læreverket Maximum, og det er et ordentlig verk som blant annet snakker om rasjonale og reelle tall. Det er et godt verk som støtter utviklende læring uten for stort algoritmefokus. Vi tester også diverse andre metoder. Vi gleder oss til resultatene av eksperimentet med denne lokale læreplanen. Så gjenstår det å se om Oslo kommune ønsker å godkjenne lokalt læreplanarbeid som ikke er identisk med etatens forslag til læreplan. Foreløpig er dette ikke særlig strømlinjeformet.

I det daglige er man ofte regnelærer, men av og til kan det hende at man tør å prøve seg som mattelærer, der målet er at elevene skal se bakenfor tallene og inn i den abstrakte algebraens strukturer. Det som er sikkert, er at elevene fra Smeaheia skole vil kunne vise ett og annet om hva barn er i stand til å lære av matematikk. Ifølge Kjersti Melhus gir disse elevene nesten aldri opp, og de vil ha høyt faglig nivå og utfordrende oppgaver i alle fag. Svakt presterende elever finnes ikke etter noen år med dette opplegget. Det eneste triste er at det vil ta lang tid før majoriteten av beslutningstakerne i dette landet har bestemt at dette skal være den nye standarden. Jeg velger å håpe på at samfunnet klarer å komme dit. Ikke bare for elevene, men også for lærerne. Slik at flere kan få undervise matematikk, ikke bare regning.

Alle i aktivitet!
Uteskole og matematikk.

Ulf Steinar Berg, leder LAMIS Fosen

En liten rapport fra medlemskveld i LAMIS Fosen

Torsdag 2. oktober arrangerte lokallaget «LAMIS Fosen» medlemskveld der vi satte fokus på matematikk med tilknytning til uteskole. Vi var så heldige at vi fikk besøk av Anne-Gunn Svorkmo fra Matematikksenteret som inspirerende kursholder. Hun hadde lagt opp til mange artige og interessante oppgaver som passer til mange klassetrinn. I utgangspunktet hadde vi i invitasjonen sagt at kurset var ment for 2. til 9. trinn, men noen av oppgavene kan også brukes på høyere trinn i forbindelse med uteaktiviteter eller for å lage variasjon i opplæringa.

Storparten av medlemskvelden foregikk utendørs, og vi var svært heldige med været - flott høstvær! Vi startet i skogen der vi fikk utfordring om å prøve å finne ut hvor lang en meter er. Vi skulle kappe en grein som skulle ha en lengde på én meter. Vi fikk ikke bruke noe form for måleinstrument eller hjelpemidler, så var det vår egen oppfatning av lengdeenheten meter som ble utfordret. Deretter måtte vi sammenligne vår egen meter med de andres, og stille oss i rekkefølge

fra kortest til lengst. Og da ble det ganske tydelig at vi hadde nokså ulik oppfatning om hvor lang en meter er. Vi fikk deretter se på en stav som var en meter lang, og så fikk vi mulighet til å kappe en ny grein som var mer lik en meter enn den forrige vi hadde laget. Det er stort fokus på måling og lengdeenheter i matematikkfaget, og derfor var dette en nyttig øvelse.

Vi fikk deretter utfordring om å bygge ulike geometriske figurer ved hjelp av stavene vi hadde laget. Det ble laget mange ulike figurer både i planet og som romfigurer. Vi fikk nyttige tips fra Anne-Gunn om hvordan vi kunne sette sammen greinene.

Det viste seg at strikk var nyttig som «bindemiddel».

Anne-Gunn hadde deretter lagt opp en løype med ulike poster der vi gjennomførte ulike matematikkaktiviteter. Eksempler var å bedømme hvilken boks som hadde størst volum. Vi skulle sette opp et antall forskjellige bokser i rekkefølge fra den vi mente hadde minst til den vi mente hadde størst volum. Vi skulle så sjekke om vi hadde fått riktig rekkefølge ved å fylle boksene med vann fra litermål. Dette er en aktivitet som det var tydelig at best egner seg utendørs. Det var mange andre stasjoner som Anne-Gunn hadde satt opp også, men det vil føre for langt å gå inn på alle her. Likevel må den velkjente olympiske øvelsen «stilletenkende høyde» nevnes. Anne-Gunn hadde på forhånd satt opp en farget tapebit høyt oppe på en vegg. Vi skulle, uten å snakke sammen (derav «stilletenkende»), prøve å anslå hvor høyt det var fra bakken og opp til merket. Vinneren som kom nærmest fikk heder og ære.

Vi holdt på ute til det ble mørkt, og etter en kaffepause fortsatte vi innendørs. De aktivitetene vi gjennomførte innendørs var også mulig å gjøre utendørs, selv om kanskje papirflykasting kan bli litt utfordrende i sterk vind. Anne-Gunn la inn en artig vri i denne konkurransen. Vi skulle f. eks. finne ut hvilken gruppe som fikk lavest variasjonsbredde, men dette fikk vi ikke vite før kastene var gjort og registreringene skrevet ned.

Fagseminar i Kunnskapsdepartementet

Hege Fjærvoll, Renate Jensen

Torsdag 23. oktober inviterte Kunnskapsdepartementet til fagseminar om realfagene. De fleste deler av fagmiljøene var invitert, og det var rundt 50 deltakere. LAMIS var representert ved to deltakere fra sentralstyret.

Fagseminaret ble åpnet av statsråd Torbjørn Røe Isaksen og leder av ekspertgruppen Ole Kristian Bergem.

Fagseminaret hadde to hovedoverskrifter: *Noen sentrale utfordringer for opplæringen i realfagene* og *Bedre læring og rekruttering i realfagene*. Til hver hovedoverskrift var det tre korte innlegg og deretter diskusjon.

Målet med fagseminaret var å få innspill og forslag til de ulike problemstillingene som ble tatt opp gjennom innleggene.

Doris Jorde fra Naturfagsenteret snakket om utfordringer knyttet til naturfagene i Norge, spesielt progresjon. Hun viste til USA og det arbeidet som gjøres der med å knytte naturfagene til tema som helse og sykdom, energi, klima osv. **Guri Nordtvedt fra Ekspertgruppen for realfag** hadde fokus på grunnleggende ferdigheter i regning vs. matematikk.

Stein Dankert Kolstø fra Ekspertgruppen for realfag var opptatt av fagdidaktiske utfordringer i naturfagklasserommet; hvordan skape forståelse hos elevene?

Diskusjonen etter disse tre innleggene handlet mye om bredden i læreplanene og hvordan elevene kan få mulighet til å fordype seg. Timeantallet i naturfag ble også diskutert. Matematikksenteret kom med innspill om prøver og tester. Disse må samsvare med læreplanene.

I del to av seminaret var bedre læring og rekruttering viktige tema.

Ronny Scherer fra CEMO (UiO) informerte om tiltak som har gitt bedre læringsutbytte i Tyskland.

Ellen Henriksen og Maria Vetleseter Bøe fra Ekspertgruppen for realfag var opptatt av hvorfor studenter velger eller velger bort realfag, og prøvde og gi et innblikk i hva som kan gjøres og hvordan. Rollemodeller var et viktig poeng.

Elin Reikerås fra Ekspertgruppen for realfag var opptatt av at det skulle være tidlig start og tidlig innsats i matematikk og naturfag allerede i barnehagene.

I denne delen av seminaret meldte LAMIS seg i diskusjonen om bedre læring med et innspill om at det er vanskelig å gjennomføre videreutdanning slik det fremstår i dag. Dette skyldes blant annet at det ikke er vikarer til å dekke opp for lærerne som er borte. LAMIS har sommerkurs hvert år, og her kan lærerne få faglig påfyll mot lønn eller avspasering tilpasset den enkelte arbeidsplass. Sommerkurset er en flott måte å inspirere og øke matematikkompetansen til lærerne på. Ideen om en matematikkontakt på hver skole ble også lagt frem. LAMIS vil følge opp med et åpent brev til kunnskapsministeren om hva organisasjonen har å bidra med i et realfagsløft.

Andre interessante innspill i denne delen av seminaret var hvorfor ikke det å bli lærer er viktig når muligheter i realfag blir diskutert.

(fortsatt fra side 56)

skoleslag, så vær snill og gi oss beskjed om dette på www.lamis.no under «Medlem – Oppdatere medlemsopplysninger».

Fra 1. januar 2015 endrer LAMIS adresse. Vår nye adresse er: LAMIS, Matematisk institutt UIO, Postboks 1053 Blindern, 0316 Oslo. Vi ser fram til det nye samarbeidet med Matematisk institutt ved UIO. Vi har allerede en del samarbeid med matematikk.org, og vi gleder oss til å utvikle dette samarbeidet videre.

I tillegg har vi fått ny regnskapsmedarbeider fra 1. januar. Det er Hege Nielsen. Hege arbeider også som kontorleder på Fosen videregående skole i Sør Trøndelag. Alle reiseregninger sendes henne etter 1. januar. Adressen finnes på nettsida vår. Vi takker samtidig Randi Håpnes og Matematikksenteret for samarbeidet vi har hatt med dem. (Bildetekst: Hege Nielsen)

I år som i fjor blir sommerkurset i Fredrikstad 7.–9. august. Følg med på www.lamis.no. Tema for årets sommerkurs er «Matematikk i tiden», og vi skal legge litt ekstra vekt på algebra, også for de minste elevene. Jeg ser frem til å se nye og gamle deltakere der.

(fortsatt fra side 57)

Vår andre plenumsforeleser er Johan Lie. Han jobber som førsteamanuensis ved Høgskolen i Bergen. Her er Johan tilknyttet seksjon for matematikk fagdidaktikk, hvor han også er seksjonsleder.

Johan planlegger blant annet å snakke om hvordan man kan innføre algebra på en slik måte at elevene bygger algebraen på intuitive ting. Han vil snakke om bruken av aritmetikk og geometriske figurer, og dette har han jobbet med tidligere på videreutdanningskurs for lærere på barnetrinnet.

Siste plenumsforeleser er ikke helt klar enda, og vi ønsker ikke å ropе mer før dette er helt i boks. Oppdatert program legges ut på lamis.no etter hvert som det blir klart.

Praktisk informasjon

Program og annen informasjon blir lagt ut etter hvert som ting faller på plass. Påmeldingen åpner i slutten av mars / begynnelsen av april 2015. Deltagere bestiller hotellovernatting selv, og vi har forhandlet fram gode priser med Quality Hotel Fredrikstad. Informasjon om bestilling finner du på www.lamis.no. Det er viktig at alle bestiller hotellrom innenfor den framforhandlede fristen, slik at du sikrer deg den gode prisen vi har fått med hotellet! Dette gjelder alle deltagere, både kursdeltagere og foredragsholdere. Er du usikker på hvordan du skal gå fram, så ta kontakt med karikarl@online.no.

Lokallagssamling

Er du lokallagsrepresentant, vil sommerkurset i år bli avholdt i tilknytning til en lokallagssamling. Lokallagssamlingen avholdes fra 6.8.14, og programmet avvikles på Quality Hotel Fredrikstad. Sammenslåing av lokallagssamling og sommerkurs er nytt av året, og dersom du representerer ditt lokallag, er det lurt å sette av datoen allerede nå.

Vi gleder oss til sommerkurs 2015 og håper vi sees i Fredrikstad!