

Abdelrahman

## Undervisningens fokus

I matematikkundervisningen min brenner jeg for at elevene mine skal få rik matematisk kompetanse hvor matematikkfaget kan hjelpe dem med å være tenkende, kreative, kritiske, analytiske og gode problemløserne. Jeg er ambisiøs på vegne av elevene mine og ønsker at de skal kunne mer enn å regne matematikkoppgaver mekanisk fordi matematikk som fag handler om så mye mer. Elevene skal forstå det de driver med, og ikke bare pugge ferdige oppskrifter og formler uten mening. Jeg er ikke minst opp-tatt av at hver og en av dem skal komme ut av matematikktimen med en følelse av mestring og motivasjon for faget. Vanskelig kombinasjon, sa du?

Kanskje er det lettere å få innblikk via eksempler. I denne artikkelen vil jeg ta dere med inn i det som kunne vært en av mine typiske matematikktimer.

### Bakgrunnsinformasjon

Jeg jobber på en ungdomsskole skole som ligger i Oslo og er lærer for en matematikkklasse på 20–24 elever. Det er en skole med stort språklig og kulturelt mangfold. Enkeltelever kan ha erfaring med skolegang som ligger langt fra eller

**Hanan Mohamed Abdelrahman**

Lofsrud skole

hanan0407@osloskolen.no

langt over den vi kjenner fra norsk skole.

På bakgrunn av dette mangfoldet må jeg som matematikklærer arbeide for å gjøre matematikk til noe som kan være relevant, praktisk og konkret for alle elevene. Jeg har måttet begynne å tenke nytt, variere undervisningen min og bli flinkere til å se på hva som er vanskelig i matematikk fra elevenes perspektiv.

Jeg satte meg noen konkrete mål:

- 1) Jobbe med holdninger og motivasjon rundt matematikkfaget
- 2) Ha undervisningsformer i matematikktimer som engasjerer og aktiviserer alle elevene
- 3) Visualisere mer og bruke flere praktiske eksempler

I beskrivelsen av en typisk matematikktime gjør jeg greie for hvordan jeg arbeider med disse målsettingene.

### Startoppgave

Vi starter alltid med en oppvarmingsoppgave, «teaser», noe som får elevene til kvikne til, og som får dem til å komme i matematikkmodus og huske hvor gøy arbeid med tall kan være. Her jobbes det med det første målet i listen min: holdninger og motivasjon rundt matematikkfaget.

Det kan være en oppgave som handler om hoderegning, en grublis, noe vi fant i avisen som handler om en morsom tallsammenheng, eller kanskje en matematisk feil på en plakat. Et eksempel på en slik oppvarmingsoppgave har jeg tatt fra matematikk-infotainment-TV-serien «Siffer», som gikk på NRK1 høsten 2011:

En pølse med brød koster 25 kroner. Pølsa koster 20 kroner mer enn brødet. Hva koster brødet?

Denne oppgaven åpner for differensiering og morsomme diskusjoner og kan løses både med og uten likninger og algebra. Med en overflatisk tilnærming er det lett for mange elever å tro at pølsa koster 20 kroner og brødet 5 kroner. Diskusjonen om hvorfor løsningsforslaget 20 kroner og pølsa og 5 kroner for brødet ikke er riktig, og hvordan vi fort kan teste at dette løsningsforslaget ikke holder mål, engasjerer elevene. Hvis de subtraherer 5 kroner fra 20 kroner, finner de fort at tallet 20 er kun 15 mer enn tallet 5. Dette i seg selv er en stor oppdagelse for mange elever. Noen elever kan prøve og feile med flere verdier til de får differansen 20 mellom prisen til pølsa og prisen til brødet. Prøve-og-feile-metoden ser jeg fungerer fint for å aktivisere «sunn fornuft» og intuisjonsevnene hos alle elevene. Ikke minst er det nyttig å diskutere ulike måter for hvordan man kan sjekke og kontrollere om svaret er riktig.

Noen elever tror at «20 mer» er det samme som 20 ganget med den aktuelle verdien. Her dukker det opp en gylden mulighet for å diskutere begrepet «mer» og hvorfor den er relatert til addisjon og ikke til multiplikasjon. De fleste elevene har erfaringer med å kjøpe pølse i brød i kiosken, så kanskje det er aktuell praktisk matematikk å tenke på neste gang de kjøper pølsa si?

En annen tilnærming til oppgaven kan være å sette opp likningssett og deretter bruke innsettingsmetoden. Kanskje noen oppdager at det går fortere enn å prøve og feile?

## Mål for timen og åpne oppgaver

Videre skrives målene for timen på tavlen slik at elevene er forberedt på læringsmålet som skal nås i løpet av matematikkøkten.

Vi lager deretter et tankekart på tavlen for å kartlegge forkunnskaper om tema og aktivisere eksisterende kunnskaper slik at disse kan brukes for å støtte tilegning av ny kunnskap.

Elevene deles i grupper. De får en stor, åpen oppgave som begynner enkelt, slik at elever uansett nivå får mulighet til å bidra og være med. De får tid til å tenke, diskutere, spørre, undersøke, tegne og fordøye oppgaven.

Jeg arbeider aktivt med å velge oppgavetype som fungerer i hel klasse, oppgaver som åpner for godt samarbeid elevene imellom, som åpner for matematiske diskusjoner, ulike tenkemåter og ulike representasjonsformer, og ikke minst som åpner for differensiering og muntlig trening.

For eksempel har en oppgave hentet fra felles heldagsprøve i matematikk i Oslo for 10. trinn i mars 2017 fungert godt i klassen min (figur 1).

Tanken bak å tegne epler som en firkant og pærer som en sirkel er å gjøre det lettere for elever som trenger konkretisering, å tegne eller bruke konkrete som for eksempel legobrikker eller ludobrikker. Elevene starter gjerne med å tegne eller bruke konkretene de blir tilbudt. For eksempel kan antall epler tegnes som kvadrater og antall pærer som rektangler (figur 2).

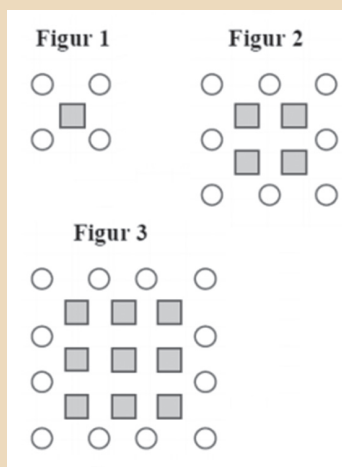
Deretter lager elevene gjerne en tabell som hjelper dem å se et mønster i sammenheng med figurnummer. De ser i tabellen hvordan antall epletrær og pæretre vokser i sammenheng med figurnummeret. Plutselig ser de svaret til deloppgave c: I figur nummer 8 vil det være dobbelt så mange epletrær som pæretre!

De erfarer også at etter hvert som figuren vokser, er det mye lettere å regne ut svar i en tabell, og at det blir tungvint å tegne eller bruke konkrete etter figur nummer 5.

Denne oppgaven kan illustreres geometrisk og grafisk og passer fint for elever som er glad i å bruke digitale hjelpemidler. Hvis en faktoriserer

I en frukthage har man plantet epletrær ( $\square$ ) med pæretrær ( $\circ$ ) rundt.

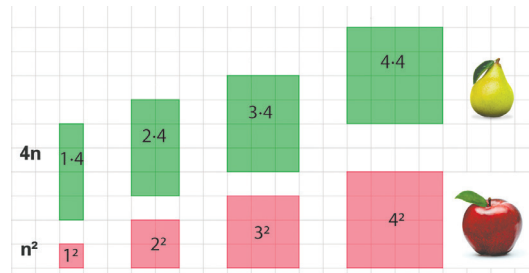
- Hvor mange epletrær og pæretrær er det i figur 5?
- Hvor mange epletrær og pæretrær er det i figur  $n$ ?
- I figur 2 er det dobbelt så mange pæretrær som epletrær. I hvilken figur vil det være dobbelt så mange epletrær som pæretrær?



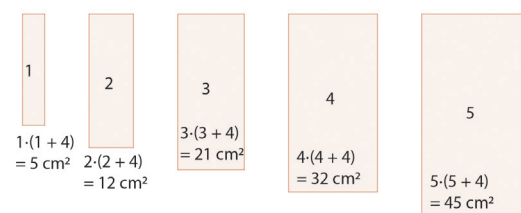
Figur 1: Oppgave fra Oslo-skolen

Figur-nummer	Antall epletre	Antall pæretre	Summen av pære- og epletre
1	$1 \cdot 1 = 1$	$1 \cdot 4 = 4$	$1 + 4 = 5$
2	$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 4 = 8$	$4 + 8 = 12$
3	$3 \cdot 3 = 9$	$3 \cdot 4 = 12$	$9 + 12 = 21$
4	$4 \cdot 4 = 16$	$4 \cdot 4 = 16$	$16 + 16 = 32$
5	$5 \cdot 5 = 25$	$4 \cdot 5 = 20$	$25 + 20 = 45$
6	$6 \cdot 6 = 36$	$4 \cdot 6 = 24$	$36 + 24 = 60$
7	$7 \cdot 7 = 49$	$4 \cdot 7 = 28$	$49 + 28 = 77$
8	$8 \cdot 8 = 64$	$4 \cdot 8 = 32$	$64 + 32 = 96$
$n$	$n^2$	$4n$	$n^2 + 4n$

Tabell 1



Figur 2



Figur 3

$n^2 + 4n$ , får enVi k  $n(n + 4)$ . Dette er et rektangel som illustrerer summen av antall epletrær og pæretrær som areal. Dette kan tegnes elegant i graftegneprogrammet GeoGebra eller i ruteboka (figur 2 og figur 3). En grafisk fremstilling er også en mulighet (figur 4).

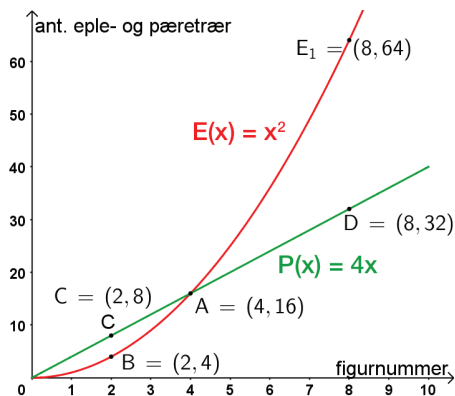
Punktene i den lineære funksjonen  $4x$  viser antall pæretrær, og punktene i den røde grafen til andregradsfunksjonen  $x^2$  viser antall epletrær. Her åpnes det for å diskutere hva skjæringspunktene mellom begge grafene betyr i praksis.

Elevene kan ikke minst observere det som skjer i figur nummer to, i forhold til det som skjer i figur åtte, og diskutere dette sammen.

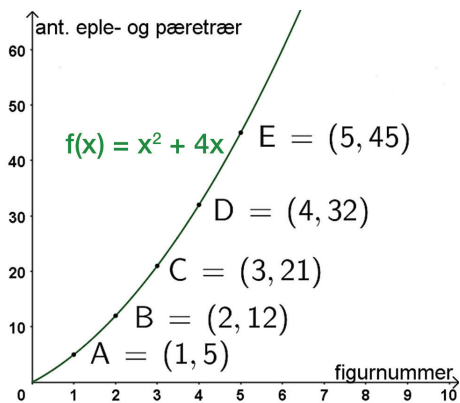
Punktene i grafen i figur 5 viser sammenhengen mellom figurnummeret og summen av antall epletrær og pæretrær. Definisjonsmengden som er interessant for oss, og som gir mening i denne oppgaven, er naturlige tall.

Elevene kan også arbeide med å finne andre-differansen (figur 6).

Den andre differansen er 2, som betyr at formelen blir en kvadratisk formel, altså



Figur 4



Figur 5



Figur 6

$ax^2 + bx + c$ . En annen måte å representere sammenhengen på er likningssett og matriser for elever med høy læringspotensial som trenger utfordringer i faget. Dette går jeg ikke videre inn på her.

Som vi ser, er denne oppgaven en såkalt rik oppgave med «lav inngangsterskel» og «stor takhøyde». Den begynner enkelt slik at elevene våger å prøve, og oppgaven kan utvikles videre til virkelige utfordringer for elever på ungdomstrinnet.

Det er for eksempel mange begreper i denne oppgaven som vi diskuterer og visualiserer i klassen:

Kvadratiske tall, kvadrater, rektangler, variabel, lineære funksjoner, kvadratiske funksjoner, definisjonsmengde, koordinatsystemet, naturlige tall, faktorisering, formler og multiplikasjon med parentes.

Vi kunne nesten gå gjennom halve pensummet på ungdomsskolen i arbeidet med denne oppgaven!

## Avslutning av timen

Underveis i arbeidet med oppgaven pl-eier jeg å gå rundt og hører på hva elevene sier, og jeg diskuterer med dem. Fasit eller riktig svar er ikke fokuset, det viktigste er å forklare hvordan gruppen kom frem til løsninger, slik at deres evne til å resonnerer, deres matematikkpråk og kommunikasjonsevne blir aktivisert. Spennende feil eller misoppfatninger blir diskutert høyt, og vi prøver som regel å komme til gode forklaringer i klassens fellesskap. Etter at elevene har arbeidet med oppgaven, starter vi klasseromdiskusjon hvor gruppene får presentere sine versjoner av løsningsforslag. Alle gruppene må presentere noe. Det vektlegges at presentasjonen skjer i fordomsfrie og trygge omgivelser, hvor feil blir sett på som en mulighet for videreutvikling og læring, og ikke som et personlig nederlag. I oppsummeringen sjekkes det at elevene har fått med seg hovedmålet med timen.

## Mangfold i klassen

Vi har elever fra dem som arbeider med matematikk på barneskolenivå, til dem som tar forsert løp med matematikk på videregående. I tillegg til stor nivåspredning, har mange av elevene flerkulturell bakgrunn. Noen av dem strever med begreper og det norske språket. Elevene kommer med ulik skolegang, mer eller mindre lik den som er vanlig for ungdomsskoleelever oppvokst i Norge.

I klasseromdiskusjoner velger jeg derfor å være nøye med hvilke begreper jeg velger, typen

spørsmål jeg stiller, type respons jeg gir til elevene, og på hvilke representasjonsformer som passer bedre til den ene eller den andre oppgaven. Konkreter, bilder og digital visualisering blir ofte brukt i timene for å støtte begrepsinnlæringen og gi elevene knagger de kan henge kunnskapene sine på. Vi pleier også å ha noe som heter «begrepsbank», hvor elevene blir oppfordret til å forklare matematisk begreper med sine egne ord for å sjekke at de forstår de nye ordene de lærer, i tillegg til å illustrere dem visuelt.

I undervisningen får eleven også tid til å jobbe individuelt med nivåddifferensierte oppgaver som støtter innlæringen av nye temaer. De blir tipset om relevante læringsressurser som ligger fritt tilgjengelig på internett, om det er spennende matematikkvideoer, kvalitets-sikrede læringsvideoer i matematikk, nettsider, spill, bøker eller øvelser. Vi har også fast tid i timen hvor lekser blir sjekket og spørsmål elevene lurer på underveis eller i etterkant, blir gjennomgått grundig.

Noen ganger kan vi lage ting fysisk eller gå ut en tur for å finne på praktiske aktiviteter som støtter tema, noe som gir felles erfaringer som vi kan arbeide videre ut fra.

Et eksempel på en praktisk oppgave er: *Hvor mange dl is er det i en kroneis?* Da tar jeg gjerne med en kroneis og et litermål. Jeg presenterer problemet, og elevene får ulike redskaper for å undersøke kroneisen. Deretter kommer hver gruppe med en hypotese om hva de tror.

Oppgaven legger til rette for å bruke litermål for å konkretisere litersystemet som kan knyttes

til «titallsystemet» vårt. Vi diskuterer hva det betyr i praksis at en kubikkcentimeter svarer til en milliliter, og hvordan overgangene er mellom de ulike enhetene, og hva det betyr i praksis.

Hva betyr begrepene milli- og kubikk? Ingen begreper skal tas for gitt. Jeg arbeider for å sikre at elevene forstår innholdet i alle begrepene vi går gjennom. Vi undersøker videre hva som kan være logisk og fornuftig volumenhet som vi kan bruke knyttet til kroneis: liter, dl, cl eller ml?

Et viktig begrep i «begrepsbanken» kan være en kjegle. Hva vet elevene om en kjegle, hvordan kan de beskrive kjeglen med sine egne ord, og hva likner en kjegle på i hverdagen vår? Hvilke geometriske figurer får vi hvis vi bretter ut en kjegle? Hva betyr det i praksis at volumet til en kjegle er det samme som tredjedelen av volumet til en sylinder som har like stor sirkel i bunnen eller like stor bunnflate? Kan dette illustreres praktisk av elever eller meg?

## Å lykkes i et praksisfellesskap

Vi er mange matematikklærere som arbeider mot et felles mål, at elevene våre skal utvikle matematisk forståelse og være glade i å arbeide med matematikk. For å lykkes, tror jeg det er viktig å danne praksisfellesskap mellom matematikklærere der vi får samtale med hverandre, observere hvordan andre gjør det, snakke åpent og ærlig om didaktikken vi utøver i klasserommene våre, og være kritiske til metoder og undervisningsmetoder som ikke når fram til den forståelsen vi søker å oppnå hos elevene våre. Slik kan vi kanskje alle bli modigere i å prøve ut ting i matematikkundervisningen?

# Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning

Abdelrahman, H.M. (2018). Undervisningens fokus. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 29(1), 3–7

[www.caspar.no/tangenten](http://www.caspar.no/tangenten)

# Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning

Abdelrahman, H.M. (2018). Undervisningens fokus. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 29(1), 3–7

[www.caspar.no/tangenten](http://www.caspar.no/tangenten)

# Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning

Abdelrahman, H.M. (2018). Undervisningens fokus. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 29(1), 3–7

[www.caspar.no/tangenten](http://www.caspar.no/tangenten)