

Meier

## Utforskning med kamera

Den nye læreplanen LK20 (Kunnskapsdepartement, 2019) vektlegger skaperglede, engasjement og utforskertrang, og jeg vil i denne artikkelen gi et eksempel på en aktivitet i matematikklasserommet som kan bidra til dette.

Ett av kjerneelementene i matematikk fokuserer spesielt på utforskning og problemløsning. Å skape noe nytt, noe relevant og nyttig er en kreativ prosess (Sriraman, 2017) som er viktig i utforskende matematikk (Opheim & Simensen, 2017). Skaperglede i matematikkfaget kan elevene oppleve ved å lage utforskende oppgaver selv. Men før læreren ber elevene sine om å lage oppgaver, bør hun ha gjort det selv. Boaler (2016) mener at lærere som lager oppgaver selv, er «the most powerful teachers they can be». Å formulere en utforskende oppgave eller et problem spontant kan være svært krevende. Det er flere aspekter å tenke over, både matematikkfaglige og didaktiske. Forskerne har funnet noen viktige aspekter som kan være avgjørende for at en elev blir engasjert, begynner på en oppgave og holder ut til han er kommet i mål (Boaler, 2016; Valenta, 2016; Sinclair, 2006; Opheim & Simensen, 2017). Jeg fokuserte på følgende seks aspekter (Sinclair, 2006; Opheim & Simensen,

2017) for at oppgaven skulle oppleves engasjerende for elevene: noe kjent fra hverdagen, føles nyttig å jobbe med, virker enkelt i starten og har potensial, ha et overraskelsesmoment, autonomi og en visuell tilnærming. Dette vil jeg forklare litt mer i detalj:

### 1. Noe kjent fra hverdagen

En oppgave kan ha sammenheng med noe en har lært, utforsket eller opplevd før. Dette kan være et konkret objekt fra hverdagen eller for eksempel en algoritme en er blitt fortrolig med.

### 2. Føles nyttig å jobbe med

Nyttig er her forstått slik at en oppgave gir mening og er interessant å jobbe med. Hadamard (i Sinclair, 2006, s. 47) skrev: «... without knowing any further, we feel that such a direction of investigation is worth following; we feel that the question in itself deserves interest.»

### 3. Virker enkelt i starten og har potensial til avansert matematikk

«... a really simple sounding hypothesis is sufficient to really pinch something together and make something out of it», skriver Gleason (i Sinclair, 2006, s. 47). Et enkelt spørsmål eller en enkel hypotese kan være nok for å sette i gang en engasjerende utforskningsprosess. Matematikksenteret (2019) presenterer slike oppgaver som MatteLIST-oppgaver. «LIST» står

**Antje Else Hete Frieda Meier**  
Høgskulen i Volda  
antje.else.hete.frieda.meier@hivolda.no

for «lav inngangsterskel og stor takhøyde». Det er oppgaver som det er enkelt å komme i gang med, som alle skal kunne arbeide med og oppleve mestring med. De har potensial til avansert matematikk og gir også evnerike elever utfordringer.

#### 4. Ha et overraskelsesmoment

Undersøkende matematikk begynner alltid med et overraskende fenomen (Peirce (1908/1960) i Sinclair (2004)), noe som ikke er forventet, eller som ikke kan gripes med kunnskapen en har. Det kan være en geometrisk figur, et bilde, en formel, graf eller noe annet. Det kan være et konsept som eleven har lært, og som nå er satt i en ny sammenheng. Noe som er annerledes og ikke passer inn i eksisterende kunnskap, kan vekke nysgjerrigheten og kan føre til en utholdende utforskningsprosess.

#### 5. Autonomi

Et viktig aspekt i dagens samfunn er fleksibilitet, selvstendighet og samarbeidsevne, og matematikkundervisningen bør legge til rette for det (Kunnskapsdepartementet 2019; Opheim og Simensen, 2017). Elevene blir mer og mer oppfordret til å tenke selv, reflektere over sitt eget arbeid og vurdere om de har oppnådd læringsmålet (Boaler, 2016). Å tenke selv er viktig dersom læring med søkelys på forståelse skal oppnås, poengterer Karlsen (2014). Men autonomi er ikke bare begrenset til vurderingen. Opplever elevene autonomi i utvalg av eller/og ved å lage egne oppgaver kan de arbeide ut fra egen kompetanse og egne ferdigheter (Fosse, 2019). Det vil styrke eierforholdet til oppgavene. Å la elevene ta egne bilder som de bruker til å lage oppgaver, kan gi en enda større grad av autonomi.

#### 6. Visuell tilnærming

«Can you add a visual component?» spør Boaler (2016) når hun skriver om å lage oppgaver. Visuelle komponenter som illustrasjoner, bilder, grafer, farger, men også konkreter hjel-

per elevene til å bli motivert til å begynne med en ny oppgave. I tillegg kan visuelt arbeid gi en dypere forståelse. Å studere et bilde nøye, oppdage former, mønstre, linjer osv. kan gi en ny og dypere forståelse. Å fotografere kan også styrke observasjonsevnen. En kan av og til bruke lang tid på å finne den riktige vinkelen, det riktige lyset, perspektivet osv. Vi har i tidligere forskning (Meier, Hannula & Toivanen, 2018) vist at en kan få «matematiske øyne» gjennom fotografering. Oppmerksomheten for matematikk i hverdagen kan styrkes når en forbinder fotografering og et grundig studium av og diskusjon om et bilde. I tillegg kan elevene få et eierforhold til bildet de tar. Det kan øke engasjementet til å jobbe med matematikken som kan knyttes til dette bildet.

En aktivitet:

#### Visuell tilnærming og skaperglede

Ut fra denne teoretiske bakgrunnen designet vi høsten 2018 en aktivitet for 60 lærere i videreutdanning (nettstudium med to samlinger). Målet var å gi studentene et eksempel på en aktivitet der en visuell tilnærming og skaperglede i utforskende undervisning sto sentralt. Aktiviteten var del av forskningsprosjektet «Matematikk og fotografi».



I den første samlingen hadde jeg en forberedende forelesning om utforskning og problemløsning i matematikkundervisning og kjennetegn på slike oppgaver. Deretter ble studentene sendt ut for å ta ti bilder av

noe som de mente hadde potensial til å være utgangspunkt for en oppgave. Hver student valgte ut ett bilde. I gruppesamtaler ble det potensielt matematiske innholdet og de første ideene til en oppgave diskutert. Mellom samlingene laget studentene en oppgave, ga den



Figur 2: Fra venstre med klokken: a) Foto av brostein, b) Elever teller og c) Bondesjakk

til elevene sine og rapporterte i et refleksjonsnotat om prosessen og elevenes reaksjoner. I den andre samlingen presenterte studentene sine oppgaver og diskuterte med hverandre sine erfaringer med denne aktiviteten. Jeg vil her vise tre eksempler fra lærerens egne oppgaver der mange av de seks ovennevnte aspektene blir synlige. Lærerne rapporterte både om gjennomføringen i klasserommet og om elevenes reaksjoner.

## Brosteiner

Student Eli ble oppmerksom på et mønster av brosteiner. Det «ropte matematikk», skriver hun. Med et bilde av ni brosteiner (figur 2a) la hun opp til en visuell tilnærming og undersøkende undervisningstime i sin tredje klasse. Hun spurte: «Hva ser dere?» Elevene har sett dette før og kjenner igjen stein, nevner blant annet «stein med kattehår på» og «stein og litt smårusk på sida». I løpet av en aktiv samtale kobler noen av elevene bildet opp mot matematikk: «ein Rubiks kube», «eg ser ni», «eg ser gongtabelen», «eg ser firkantar», «det er mange kvadrat». Eli rapporterer at elevene var aktive og «tente lys hjå kvarandre». Samtalen gikk fra det

helt konkrete til matematiske begreper som Eli kunne bygge videre på. Hun fortsatte med begrepet kvadrat. Oppgaven hun ga elevene, var å telle kvadratene (figur 2b). Det virket enkelt å telle ni kvadrater. At det kunne være flere kvadrater, var ikke forventet. Elevene ble engasjerte og telte og telte, forteller Eli. Ulike svar og hvordan elevene tenkte, ble diskutert. Det virket også overraskende på elevene at det ikke var bare ett riktig svar.

Etter tellingen ble flere egenskaper til kvadrat og kube undersøkt. Oppgaven var å finne ut hvor mange

hjørner, flater og sider de kunne finne på bildet. Eli observerte at elevene brukte ulike løsningsmåter. Noen løste oppgaven med enkel telling, mens andre så at de kunne bruke multiplikasjon.

Et lite avbrekk med bondesjakk (figur 2c) hjalp elevene å få opp konsentrasjonen til siste oppgave. De skulle lage egne oppgaver, med utgangspunkt i dette bildet, noe som noen av elevene mestret bedre enn andre. Men autonomi er i denne undervisningsøkta ikke bare ivarett gjennom at vi lager oppgaver selv, men også ved at vi gir elevene oppgaver som kan ha flere løsninger og flere løsningsstrategier. Elevene var i stor grad utfordret til å tenke selv.

## Sirkelen som har noe inni seg

Da student Knut observerte uteområdet for å ta bilder, så han geometri i et sirkelformet avløp (figur 3a) og potensial for en utforskende oppgave. «En sirkel som er fylt med steiner» ble utgangspunkt for en undervisningstime for tredje klasse. Overgangen fra en enkel todimensjonal figur til tredimensjonale figurer med en sirkel som grunnflate var temaet for undervisningen. Etter at elevene så og diskuterte bildet



Figur 3: Fra venstre med klokken: a) Avløp til undring, b) Den imaginære muldvarpen hjelper i utforskningen og c) En elev tegner tredimensjonale figurer

(figur 3a), introduserte Knut begrepet romfigurer og ulike eksempler. Deretter gikk de tilbake til bildet. Elevene forsto nå at det ikke var steiner på oversiden av en sirkel, men inni. En imaginær muldvarp (figur 3b) skulle hjelpe dem å finne hvilken romfigur som kunne være under sirkelen. Elevene tegnet ulike figurer (figur 3c) som kunne være under sirkelen. Knut rapporterer at i diskusjonen etterpå kom følgende resonnering fram: «Siden dette er figuren sirkel, som dannet utgangspunktet, kunne vi utelukke alle romfigurer uten sirkel i seg.» Det var ikke bare én løsning som var mulig, men flere, et typisk kjennetegn på en rik utforskende oppgave. Læreren stilte så et oppfølgingsspørsmål som førte elevene videre. De skulle undre seg over hva som kunne være den mest praktiske fasongen når det gjelder å samle vann. «En halvkule ville blitt til en oversvømt dam», var alle enig i.

Den visuelle tilnærmingen i oppgaven og en enkel start førte til mye undring og selvstendig utforskning av begrepet romfigurer. Å jobbe med konkrete problemstillinger fra virkeligheten, nemlig avløp av vann, virket nyttig og skapte mye elevaktivitet.

## Fra bilde til kodeknekkning og regnefortellinger

I den følgende oppgaven presenterte student og lærer Ulf sine fjerdeklassinger for et bilde (figur 4a) av et bilskilt uten bokstaver (figur 4a). Klassen hadde arbeidet mye med tallbegrep og plassverdisystem denne høsten. Ulf designet et opplegg som hadde to deler, en første del med nøyne instruksjoner, og en veldig åpen andre del der elevene kunne jobbe selvstendig.

I starten studerte elevene bildet og foreslo at det var et nummerskilt til en

fange, bilskilt, startnummeret fra et sykkelritt eller annet. Så ble det femsifrede tallet utgangspunkt for en regnefortelling: *Georg Jespersen måtte knekke koden på et jobbintervju for å få jobb i politiets kodeknekkerenhet.* Ulf sa at sifrene i koden var sortert i feil rekkefølge, og spurte elevene om de klarte å knekke koden. Noe informasjon var gitt:

- Tallets verdi er under 70 000.
- Sifferet med høyest verdi står på enerplassen.
- Det er ingen hundrere.
- Hvis du hadde hatt de to siste sifrene i koden hver for seg, da hadde de til sammen hatt verdien 14.

Læreren observerte at alle elevene var entusiastiske for å hjelpe Georg Jespersen, og at de mestret å knekke koden på tre minutt. I en oppgavegjennomgang fokuserte Ulf på begrepene siffer, tall og plassverdier. Nå fikk elevene jobbe selvstendig, og de laget sine egne oppgaver (figur 4b) med regnefortellinger og koder. Utgangspunktet var samme bilde. Ulf rappor-



Figur 4: a) Bilskilt, b) En elev jobber med å lage nye oppgaver.

terer at dette var veldig passende for enkelte, men nevner også at noen elever med reguleringsvansker hadde utfordringer med dette. Regnefortellinger som ble laget av elever, skulle presenteres i plenum og løses sammen, men pga. tidsmangel måtte det flyttes til uka etterpå.

I dette eksempelet fungerte en enkel start med tydelig instruksjon som kilde til inspirasjon til videre selvstendig arbeid. Men elevene er ikke vant til å lage egne oppgaver, og Ulfs erfaringer tyder på at enkelte elever trenger mer tid til å bli kjent med en mer selvstendig arbeidsmåte.

Etter at studentene hadde gjennomført sine opplegg på skolene, presenterte de arbeidet til medstudentene og ga skriftlige tilbakemeldinger på hele aktiviteten.

## Lærere om å lage oppgaver selv

Denne aktiviteten var for de aller fleste ny og litt krevende, og noen kommenterte at det var mye arbeid forbundet med å lage en oppgave. En annen student uttalte at det var «gøy å ha laget opplegg fra bunnen av». «Nyttig og interessant å teste ut egne oppgaver og didaktiske valg», var det også en som mente.

## Lærere om å bruke fotografi

En student sa at hun gjennom fotograferingen selv har fått «matematiske øyne» og har fått oppleve at elevene begynte å «se» matematikk i hverdagen. Fotografering kan hjelpe i bevisstgjøring av matematikken rundt oss. Flere var enige om at å arbeide med noe konkret og visuelt fra hverdagen gjør det lettere for elevene å se sammenhengen med skolematematikken. «Jeg kommer til å bruke mer foto i undervisningen», avslutter en student sine kommentarer.

## Lærerne om elevenes reaksjoner, om å jobbe med slike oppgaver / lage oppgaver

Rapportene fra elevenes reaksjoner var i stor grad positive. I mange klasserom bidro lærerens egne oppgaver til høy elevaktivitet og glede. Det var stor enighet om at oppgavene inspirerte elevene til å tenke selv. «Barna elsket det, gøy!» og «Elevene overrasket meg positivt. De hadde gode refleksjoner og diskusjoner». Skulle elevene lage egne oppgaver, var reaksjonene mer varierte. For noen elever vekte en stor grad av autonomi mye engasjement, mens enkelte elever trengte mer hjelp fra læreren.

Lærernes rapporter fra denne aktiviteten viser at det er mulig å oppfylle læreplanens mål om økt skaperglede, engasjement og utforskertrang. Med utgangspunkt i de seks aspektene for å lage (eller tilpasse) engasjerende oppgaver kan elevene bli aktive i sin egen læreprosess. Et kamera som verktøy kan bidra til å øke oppmerksomheten for matematikken i hverdagen. Slik kan fotografiene skape sammenheng mellom virkelighet og matematikklasserommet.

## Referanser

- Crespo, S. & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 395–415.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83–106.