Korden

Delekultur

Det har vært stor aktivitet knyttet til matematikk i skolen i senere tid; Algebra Challenge der elever på alle nivå konkurrerte om å løse ligninger, matematikkdag initiert av LAMIS og seminar i nord om tverrfaglig arbeid med samisk håndverk og matematikk. Dette kan skje fordi det finnes mange ildsjeler i skolen, noen som tar på seg ansvar, som inspirerer andre og som er villige til å dele med andre lærere og skoler.

Også Tangenten har glede av denne delekulturen. Denne gangen er bladet skrevet av forfattere som er studenter og lærere i grunnskole, videregående, høgskole og universitet. Her er regning i kunst og håndverk knyttet til skyggestrikking, beskrevet og illustrert. Ideer til hvordan arbeide med det gylne snitt er beskrevet. Erfaringer deles. Det skrives om prosent, et tema som gir utfordringer fra barneskole til videregående. De tre forfatterne som skriver om temaet prosent er alle inne på den intuitive tilnærmingen både barn og voksne har, og som en kanskje ofte mister i en undervisningssituasjon. Matematikk og språk i interkulturelle klasserom er et tema som også løftes opp. Redaksjonen er både stolt av og glad for innsatsen forfatterne har lagt ned, og for delekulturen blant leserne.

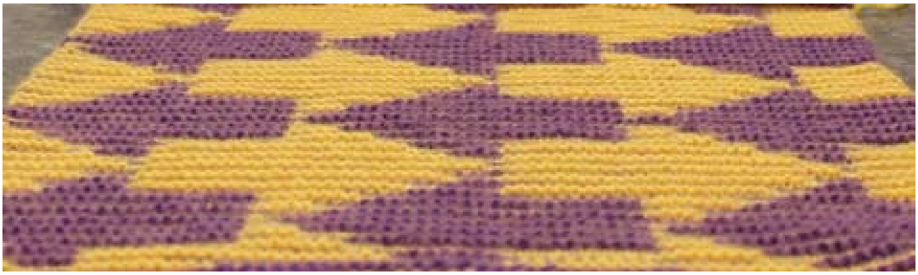
Dette nummeret inneholder flere invitasjoner. Det første er innføring av «Inspirasjonshjørnet». Der vil vi legge ut ideer som lærere kan ta med seg til elevene. Tangenten håper flere lar seg inspirere til å ta bilder og sende dem til redaksjonen sammen med noen linjer om barn og unges aktivitet, og om matematisering som kan foregå. Blant bidragsyterne blir det trukket en heldig vinner. Premien vil være en pengesum som skal brukes til å kjøpe matematikkrelatert utstyr til klassen/skolen. Den andre invitasjonen er til lesere til å formidle erfaringer. Det kan være opplevelser fra klasserommet, tanker om matematikkundervisning, regning i alle fag, vurdering i matematikk, tilpasset opplæring, eller et inspirerende prosjekt som skal settes i gang, pågår, eller er fullført. Førsteutgaven trenger ikke være en ferdig tekst. I bladet viser vi et eksempel på en epost med mulig ide til en artikkel. En slik epost kan fungere som førstekontakt med redaksjonen. Vi ønsker slike initiativ, og vi tilbyr gjerne skrivehjelp underveis.

Tangenten vil virke til fortsettelse av delekulturen vi ser trekk av; sammen vil vi gjøre hverandre gode, både som matematikklærere og skribenter!

Toril Eskeland Rangnes

Anne Bruvold

Strikkede illusjoner



Figur 1. Mønster: Steve Plummer, strikket og foto: Anne Bruvold

Har man bruk for matematikk når man strikker? I læreplanen for kunst og håndverk finner vi stikkord som proporsjoner, dimensjoner, målestokk og geometriske grunnformer knyttet til det å regne.

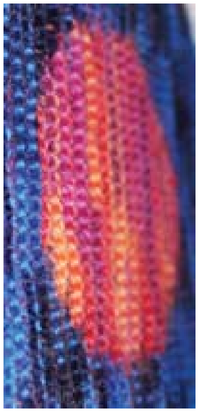
Proporsjoner og geometriske grunnformer kan trekkes inn i strikking, men den mest grunnleggende regneferdigheten, telling og multiplikasjon, er ikke tatt med. Hvem har ikke snakket med en som strikker og fått beskjeden «hysj, jeg teller!»? Og når mønsteret ikke er helt den størrelsen som ønskes, er det bare å legge inn en ekstra mønsterrapport? Skyggestrikk, også kalt illusjonsstrikk, kombinerer både telling og geometri, og blir litt ekstra spennende med mønstre som skjuler seg i strikkingen.

Anne Bruvold
Nordnorsk vitensenter
anne.bruvold@nordnorsk.vitensenter.no

Optiske illusjoner forbindes ofte med tegninger hvor rette linjer tilsynelatende er bøyde eller trykte bilder beveger seg. De kan også opptre når hjernen tolker et perspektiv slik det vanligvis er, og ikke slik det virkelig er. Ames rom (figur 2) er et eksempel på dette. Kort sagt oppstår optiske illusjoner når hjernen vår tar snarveier og tolker et synsinntrykk på en litt feil måte.

Strikkede illusjoner har mønstre som veksler mellom å være synlige og usynlige. Noen viser et enkelt geometrisk bilde, en bokstav eller et tall, andre viser mer komplekse bilder (se figur 3 og 4 på neste side).

Teknikken kalles både skyggestrikk og illusjonsstrikk. Den dukket opp første gang i Japan og ble presentert i svenske håndarbeidsblader som japansk finessestrikk. Den kan brukes på klesplagg, slik Vivian Høxbro viste på begynnelsen av 2000 tallet, da helst i form av enkel geometri. Mer komplekse bilder fungerer bedre på flater som veggbilder, sjal eller skjerf.



Figur 3: Strekene blir til en sirkel når de ses fra siden.

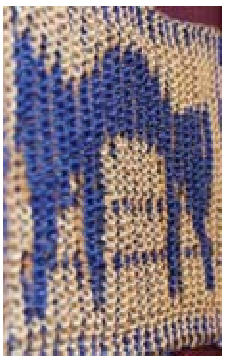
For å strikke skyggestrikk må du kunne strikke rett og vrangt og bruke to farger med god kontrast, gjerne en lys og en mørk. Det strikkes fram og tilbake. To omganger/pinner strikkes i samme farge og utgjør en rille. Rillene strikkes vekselsvis i lys og mørk farge.

Mønstrene for skyggestrikk kommer ofte i form av diagrammer. De lages på litt ulike måter, men diagrammer av typen i eksemplet under er de jeg finner enklest å følge og enklest å lage selv.

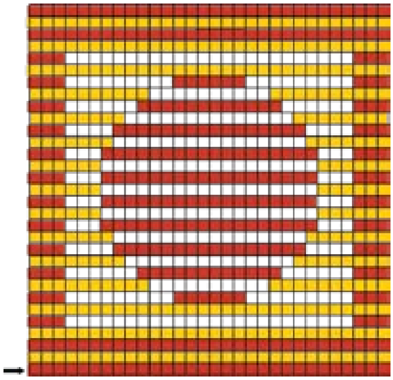
Dette eksemplet tar utgangspunkt i et mønster som gir en sirkel som likner på den på ett av bildene over (se figur 5).

- Legg opp 30 masker i mørk farge. Dette tilsvarer første omgang i første rille.
- Vend og strikk én omgang rett. Dette tilsvarer andre omgang på første rille og første rad på diagrammet (se pilen). Fra retten har du nå én rett og én vrang omgang, én rille.
- Skift til lys farge og strikk to omganger rett (andre rille)
- Mørk: to omganger rett (tredje rille)
- Lys: to omganger rett (fjerde rille)

Nå skal vi begynne å lage mønster etter diagrammet. Diagrammet viser bare omgan-



Figur 4: Disse strekene blir til Tromsø bibliotek.



Figur 5.

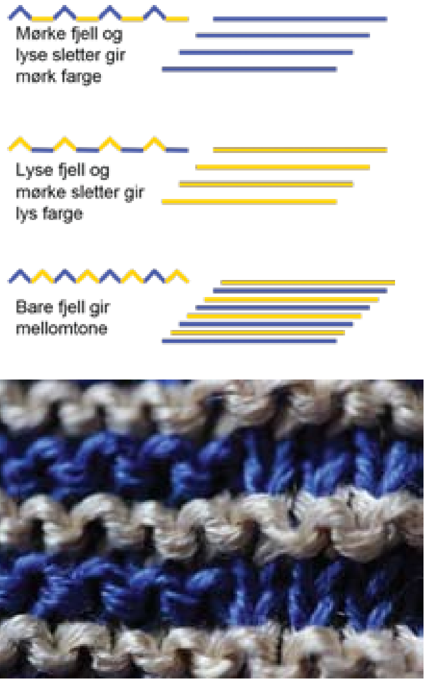
ger strikket fra vrangen og følges fra venstre til høyre (se pil). **Røde ruter** tilsvarer andre omgang på riller strikket i mørk farge, **gule ruter** tilsvarer andre omgang på riller strikket i lys farge. **Fargede ruter** viser masker strikket rett på andre omgang av rillene, mens **hvite ruter** viser masker strikket vrangt. De fire første rillene er strikket alt, så vi fortsetter:

– Femte rille: én omgang rett (fra retten). Andre omgang strikkes etter diagrammet fra venstre slik: 3 rett, 24 vrang 3 rett.

Fortsett etter diagrammet mens du skifter farge etter hver rille og husker at

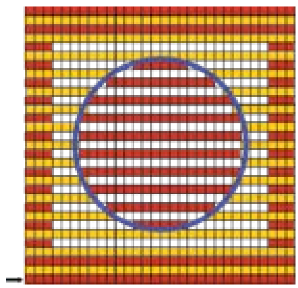
– første omgang i ny farge strikkes fra retten og alle omganger fra retten strikkes rett
– diagrammet bare viser pinner fra vrangen
– røde rader betyr mørk farge
– gule rader betyr lys farge
– fargede ruter strikkes rett (fra vrangen)
– hvite ruter strikkes vrangt (fra vrangen)

Skyggestrikk fungerer på en måte som fjell med sletter mellom. Sett ovenfra ser man både fellene og slettene, og strikkingen ser ut som bare striper. Mønstret kommer fram når man ser på strikkingen fra siden og slettene skjules av fjellene.



Figur 6. Venstre side har bare fjell og vil gi en mellomtone. Høyre side har lyse fjell og mørke sletter og gir en lys farge.

Med utgangspunkt i enkle geometriske mønstre er det relativt enkelt å lage mønstre til skyggestrikk. Diagrammet i figur 5 er laget ved først å lage et rutenett (i PowerPoint eller annet tegneprogram). Deretter er det lagt en sirkel over rutene (se figur 7), og så er det laget vekselsvis lyse og mørke rader.



Figur 7.

Rammen rundt skal være i mellomtone, så alle rillene skal strikkes rett fra retten (fargede ruter). Sirkelen skal være mørk, og de lyse rillene strikkes vrangt fra vrangen (hvite ruter på lyse riller). Området mellom rammen og sirkelen skal være lyst, og de mørke rillene strikkes vrangt fra vrangen (hvite ruter på mørke riller).

Figuren, i dette tilfellet sirkelen, vil ikke følge rutene, og det blir en vurderingssak hvor man lar grensa mellom lyst og mørkt gå.

Det lar seg lett gjøre å lage andre mønstre som tall (figur 8), bokstaver og enkel grafikk. For viderekomne er det også mulig å lage bilder med flere sjatteringer. Noen eksempler kan sees her: www.illusionknitting.woollythoughts.com/illusionart.html

Figur 8.

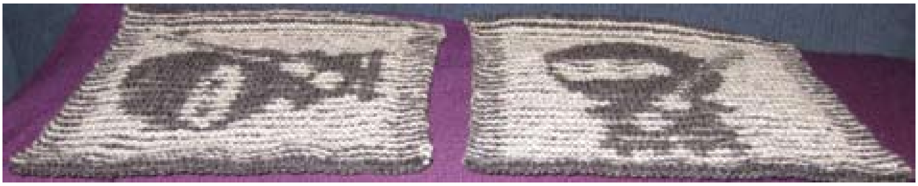
Mønsteret til skjerfet i figur 8 finnes her: nuperelle.net/Strikking/IrrasjonaleSkjerf.pdf

Figur 9 viser to ninjaer laget ut fra samme grafikk, bare retningen på rillene er endret.

Skyggestrikk er velegnet til bruk i skolen. Strikkemetoden er relativt enkel, alle som kan strikke vrangt kan få det til. Og det er lett å bli hektet på mønsterlaging. Motivene kan være store eller små alt etter tålmodigheten eller inspirasjonen, eller motivet som skal fram.

Hvor blir det så av den grunnleggende ferdigheten regning i alt dette? I utføringen av skyggestrikk ligger mye telling. Telling på diagrammet og telling når det strikkes. Hva er gode tellemetoder? Skal vi telle maskene én og én, eller skal vi ta i bruk togangen og telle to og to masker? Eller, hvis det er mange masker, går det greit å bruke tre- eller firegangen? Og skal vi telle fra begynnelsen eller legge inn hjelpetråder som gjør at vi ikke trenger å telle fra starten hver gang?

Som vist tidligere er det lett å lage mønstre til skyggestrikk, og elevene kan lage disse selv. Men det er det samme med skyggestrikk som med digitale foto: jo flere masker eller piksler, jo finere detaljer. Hvis elevene selv skal lage mønstre, må de vurdere hvor små detaljene skal være. Den minste detaljen kan ikke være mindre enn en maske. I tillegg må de vurdere hvor stort arbeidet skal være, flere masker betyr mer strikking før produktet er ferdig. Og hvis mønsteret skal inneholde geometriske figurer, hvor få masker kan de bruke om formen fortsatt skal være gjenkjennelig? Her er det mange muligheter for diskusjoner knyttet til både strikking og matematikk.



Figur 9. To ninjaer.

Inspirasjonshjørnet

Tangenten får ny fast side: Inspirasjonshjørnet. Formålet er å inspirere til varierte matematikkaktiviteter i skolen, og å bidra til delingskultur. Hvert nummer vil ha et tema. Leserne inviteres til å sende inn bilder og tekst fra elevers aktiviteter og løsninger. Ta gjerne bilder der barn er med, men be da om tillatelse av foresatte før de sendes til Tangenten. Lærer (og gjerne elever) kan skrive et kort avsnitt om matematisering knyttet til aktiviteten. Det kan være matematisk aktivitet som har foregått, eller som læreren ser muligheter for. Blant bidrag som kommer inn, vil det bli trukket ut en heldig vinner som får en pengepremie (5000 kroner) som kan brukes til utstyr knyttet til matematikklæring.

Tema for utfordring nr 1:

Barn og ungdommers byggverk!

For eksempel hus, hytter eller skulpturer.
Frist for å delta i trekningen: 15. juni
Send inn til tangenten@caspar.no

Marit Johnsen-Høines

Fra farmors logg; om prosent

Ettermiddagsroen senker seg i familien, middag er spist, lekser er unnagjort. Ulrik (10) og Oskar (7) studerer et legofly som nesten er ferdigbygget. Fra sidelinjen iakttar jeg dem, uten å høre etter. Jeg fanger imidlertid opp at Oskar bruker ordet «prosent», og spør:

Oskar, hva er prosent, hva tenker du på når du sier det?

Oskar ser vekselvis på flyet, på broren og på meg. *Vetkje,* sier han og trekker på skuldrene.

Jo, det gjør du, du sa jo noe om prosent nettopp?

Det er hvor mye det er eller – sånn – han stopper tenkende, kanskje motivert av det interesserte blikket mitt.

Ulrik bryter inn: *Prosent betyr …*

Stopp, Ulrik, la Oskar si hva han tenker først.

Oskar bruker tid, han går på rommet sitt og kommer tilbake. Ulrik er tydelig utålmodig, og jeg oppfatter at han synes jeg er urettferdig som ikke vil høre på ham.

Det er liksom hvor sikkert noe er, sier Oskar. *Sånn som med streiken vet du. Du trodde ikke det ble streik, du. Du var nesten sikker på at det ikke ble. Men ikke helt, da. Ti prosent?* Han ser spørrende på meg med glimt i øyet.

Læreren min var nesten helt sikker på at det ble. Hun var sånn … 90–95?

Men de fleste sa: Det er sånn fifty-fifty, blir / blir ikke. Oskar holder hendene vannrett, med håndflaten ned og beveger dem i forhold til hverandre – *like gjerne det ene som det andre. Det er femti prosent. Helt sikkert er hundre. Helt sikkert ikke er null.*

Ulrik: *Prosent er en hundredel. Du tenker hvor mange sånne små biter,* han holder hånda opp og viser en liten cm-avstand mellom pekefinger og tommeltott. *Når du har hundre sånne biter, så har du alt.*

Ligner dette da, på det som Oskar sa? Stemmer det også?

Ja, på en måte? Femti blir jo halvveis. Men…..

Men hva?

Ja – det kan jo handle om hvor sikker man er på noe som kommer til å skje, men … Det kan jo handle om noe annet også.

Som for eksempel?

Ulrik ser ut i hagen: *Om halvparten av jordbærene er modne for eksempel. Da blir det 50 prosent.*

Blir det 50 sånne biter da? Jeg viser med avstand mellom tommeltott og pekefinger slik han har gjort.

Nei … men det blir halvparten av bærene.

Marit Johnsen-Høines
Høgskolen i Bergen
marit.johnsen-hoines@hib.no

Hvis det var 100 like store bær. Da ville det være det.

Og alle bærene er –

100 prosent

Ok

Samtalen stopper opp, jeg sitter og tenker på det de sier – begge har fortalt at de ikke har snakket om prosent på skolen – jeg grubler over sammenhengene de viser at de ser. Så prøver jeg meg igjen:

Kan noe bli mer enn hundre prosent?

Ulrik: *Nei… flere bær kan jo ikke bli modne enn alle… men, det…*

Oskar: D*et kan ikke det, Ulrik! Det kan ikke bli sikrere enn sikkert. 100 prosent er HELT SIKKERT*!

Ulrik ser urolig spørrende på meg, han er ikke så sikker på at det ikke går an med mer enn hundre prosent.

Jeg: *Når det gjelder bærene, og når det gjelder hvor sikre vi er, da kan det ikke det. Men noen ganger kan det det. Når noe blir dobbelt så stort, kan vi for eksempel si det er 200 prosent i forhold til hva det var. Det er en annen måte å si dobbelt så mye på. Da er det alt to ganger. Hvis mamma plantet like mange jordbærplanter én gang til og fikk like mye bær, så ville det være dobbelt så mange som før. Det ville være 200 prosent i forhold til hva det var.*

Guttene ser litt spørrende på meg, det er som om jeg aner at en av dem vil si: *Men da er jo alle der. Da er det jo de som er 100 prosent. Det forandrer seg bare!* Så mister jeg interessen deres. Det skjer andre ting i familielivet. Jeg hører selv at jeg sier: *Men 200 prosent sikkert kan det ikke bli! Det kan ikke bli sikrere enn sikkert.* De er opptatt av andre ting.

Fire måneder seinere:

Oskar, husker du i sommer – at du fortalte meg om prosent?

Ja – igjen tenker han seg om – *ja, jeg sa det var sånn med streiken vet du: fifty-fifty, kanskje / kanskje ikke*, han beveger hender, kropp og hode i en jevn rytme og smiler.

Og da er det?

Femti prosent. Halvsikkert. Oskar smiler:

Du trodde det virkelig du, farmor, at det ikke skulle bli streik! Jeg sa 10 prosent, men jeg tror du var på 1 prosent – der tok du feil!

Oskar husket samtalen vår. Kanskje vet han noe om hva han kan, og kan det bedre, nettopp fordi vi hadde snakket sammen. Fordi noen var interessert i hvordan han tenkte. Kanskje har samtalen ledet til fortsettende tenkning om at prosent kan bety forskjellig i ulike sammenhenger. Kanskje har Ulriks innspill om den lille biten stimulert til videre grubling. Slike sporadiske samtaler kan oppstå på andre måter hjemme enn på skolen, der ulike matematikkaktiviteter og matematikksamtaler skal ha rom. Der vil læringssamtaler være styrt mot å løse oppgaver for at elevene skal få til prosentoppgavene sine og lære oppstillingsmåter til hjelp for å beregne og forstå. Stille øvingsøkter er viktige og utilstrekkelige. Samtaler som fremmer læring er nødvendige. Drageset (2014) beskrev i foregående nummer hvordan læringssamtaler kan være forskjellige og på ulike måter støtter ulik læring, og han betonte betydningen av lærerens ledelse av samtalene.

Skolen har tradisjon for at elever skal lære, for eksempel prosent, trinn for trinn. De skal bli gode i algoritmer og ferdigheter. De skal bli gode til ulike typer prosentoppgaver – ofte hver for seg. Det ses som grunnleggende og viktig for å kunne mestre matematikk de daglig omgir seg med utenfor skolen, som barn og senere som voksne. De skal kunne vurdere informasjon og gi informasjon på kritisk reflekterte måter. Tvete (…) argumenterer i dette nummeret for å stimulere elevers uformelle tenkning som grunnlag for formalisering – som grunnlag for å forstå, vurdere og bruke matematikk. Da handler det om å utvikle et samtaleklima der det også er rom for «tenkende samtaler», der voksne og barn tenker sammen for å prøve ut påbegynte tanker og utforske egne oppfatninger i lys av andres. Det er vel ikke å få regnestykkene til som er det grunnleggende? Tenkningen om begrepet kommer vel først – og må være til vedvarende bearbeidelse? Hvis det er riktig, handler det om å gi elevene trening i å tenke høyt sammen med andre.

Hvis kommunikasjonen i grunnskolen mest er rettet mot «rett tall på rett plass»-strategier for å få oppgaver til, styrer det læringen og måtene elever og lærere snakker sammen på. Det styrer elevers (læreres og foreldres) oppfatning av hva matematikk er. Rike samtalemiljø tar vare på de korte samtalene som er rettet mot elevers algoritmelæring og oppgavemestring, og de gir rom for utforskende samtaler der elever reflekterer over sammenhenger i faget og hvordan kunnskapene kan brukes.

Prosent forvaltes ulikt alt etter hvilke sammenhenger begrepet knyttes til. Begrepet ligger til grunn for å forstå usikkerhet, sannsynlighet og risiko, for å forstå renter og avgifter, eksponentiell nedgang og vekst. Men, som guttene viser, prosent i én sammenheng framstår ikke alltid som «det samme» i en annen sammenheng. Dette illustrerer barns evne til å tenke sammen om matematiske begrep og om sammenhenger de inngår i.

Prosentbegrepet og prosentregning er vanskelig. Det er komplekst. For elever og for «folk flest». Samtidig kan prosent knyttes til og gi innsikt i samfunnsmessige sammenhenger. Elever kan delta i diskusjoner på andre måter når de kan forvalte denne typen matematiske begrep. «Prosentkompetanse» kan ses som en del av kritisk demokratisk kompetanse. Det er nødvendig å utvikle rike miljø der elever lærer å samtale (Johnsen-Høines og Alrø, 2012; Alrø og Johnsen-Høines, 2013).

Referanser

Alrø, H., & Johnsen-Høines, M. (2013). Fra det spontane til det formelle. I M. Johnsen-Høines og H. Alrø, *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis.* (Bok II, s. 193–210). Bergen: Caspar Forlag.

Drageset, O. (2014). Korleis leie ein matematisk samtale. *Tangenten 25*(1), 12–16.

Johnsen-Høines, M., og Alrø, H. (2012). Trenger en å spørre for å være spørrende? I M. Johnsen-Høines og H. Alrø, *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis.* (Bok I, s. 21–36). Bergen: Caspar Forlag.

Kjartan Skjeseth Tvete

Uformell matematikk på ungdomstrinnet?

Han ville ta utgangspunkt i konkrete praktiske situasjoner; formalsimen og abstraksjonene er til for å forenkle og rydde opp i tankearbeidet. Fra Bent Birkelands biografi over skolematematikeren Magnus Alfsen (1870–1943).

Å bedre matematikklæringen framstår for tiden som en viktig nasjonal oppgave. Et eksempel er den pågående ungdomsskolesatsingen, der et hovedmål er å bedre elevens regnekompetanse gjennom å gjøre undervisningen mer praktisk og variert. Men krav om raskt å skåre bedre på tester og prøver kan føre til økt vekt på tilsynelatende effektive formelle sider ved faget og instrumentell ferdighetsøving, som i liten grad gir varige og anvendbare kunnskaper. Jeg ønsker å holde fram en alternativ og nokså utradisjonell oppfatning for ungdomstrinnet, av hva slags matematiske aktiviteter som kan føre til relevant forståelse. Det handler om å bringe fram elevenes uformelle og intuitive matematiske tenkning, og hvordan denne kan videreutvikles og generaliseres. Området gjelder prosent- og forholdsregning.

At mange, både elever og studenter, har vansker i prosentregning selv etter mange års undervisning i emnet, kan illustreres ved den ofte medieomtalte oppgaven kalt «Dahl skole», (fra Norsk matematikkråds forkunnskapstest): *På Dahl skole er det 115 gutter og 135 jenter. Hvor mange prosent av elevene er jenter?* Ca. 40 % av testdeltagerne, dvs. nye studenter som starter med studier der det inngår matematikk, løser oppgaven rett. For barnetrinnlærer- og økonomistudenter er tallet kun ca. 20 %. Årsakene kan ha sammenheng med følgende:

Et typisk trekk ved mange lærebøker er at de deler prosentsituasjonene inn i kategorier som behandles i separate delkapitler, der en for hver kategori på noe ulik vis gjør bruk av brøker og brøkregning. Det starter med poengteringen av at $1\% = \frac{1}{100}$. Derfra kan det gå mer eller mindre raskt mot regler som:

$$\text{delen} = \frac{\text{det hele} \cdot \text{prosenten}}{100}$$

$$\text{prosenten} = \frac{\text{delen} \cdot 100\%}{\text{det hele}}$$

$$\text{det hele} = \frac{\text{delen} \cdot 100\%}{\text{prosenten}}.$$

Reglene kan anta ulike andre former, som f.eks.

$$\text{prosenten} = \frac{\text{delen}}{\text{det hele}} \cdot 100\%.$$

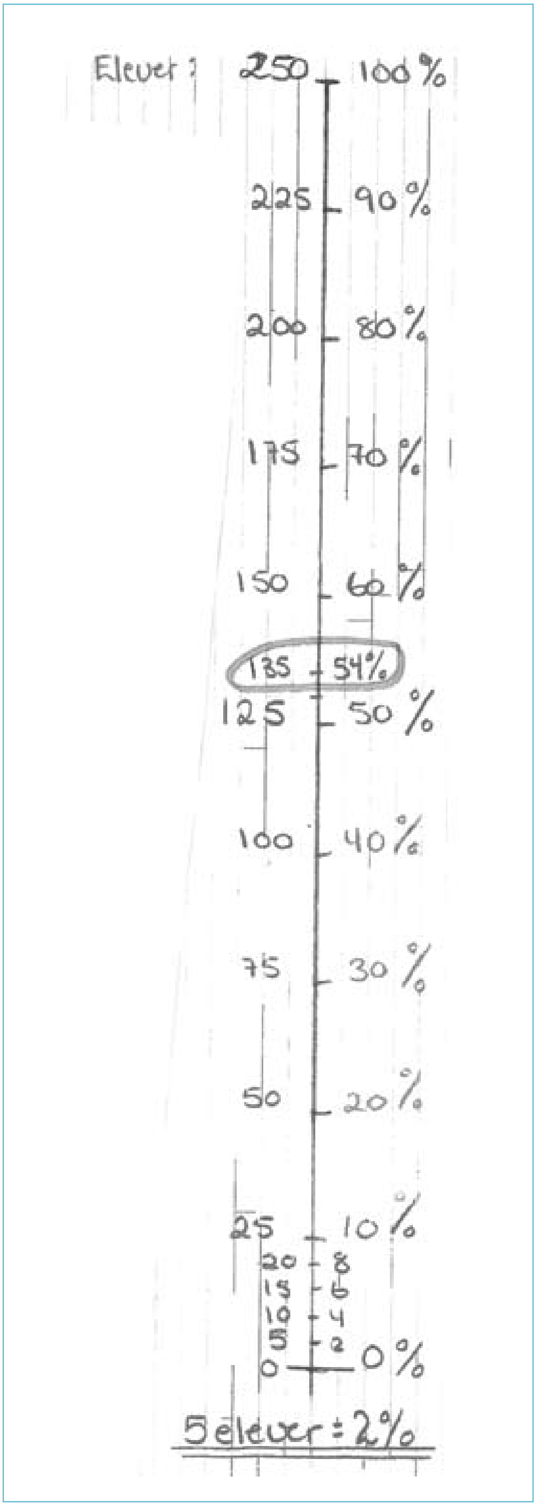
Slike formler vil kreve formal forholdstenkning

Kjartan Skjeseth Tvete
Høgskolen i Nord-Trøndelag
Kjartan.Tvete@hint.no

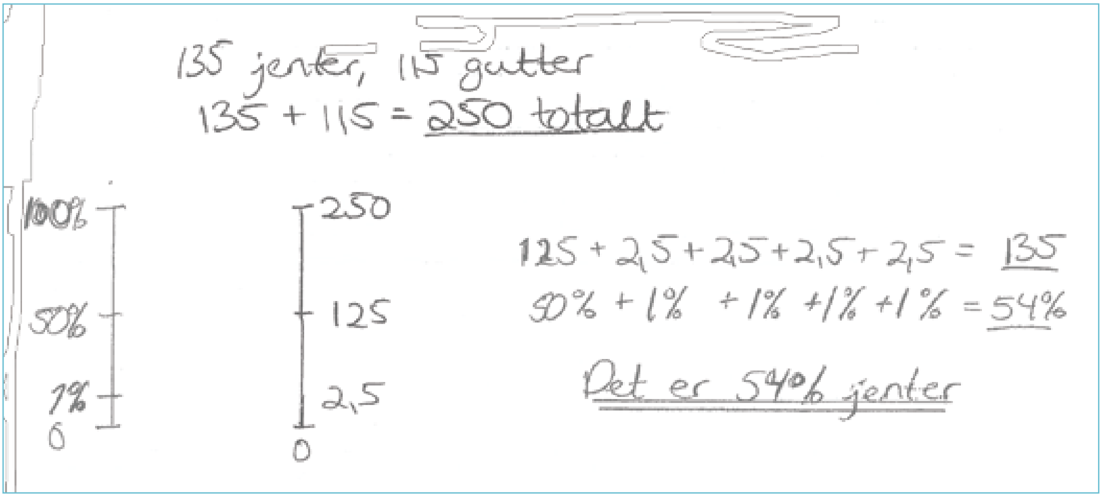
og forståelse av brøkmultiplikasjon. En kunne si at for å løse «Dahl skole»-oppgaven må en først identifisere det korrekte forholdet, dvs. stille opp den rette brøken, foruten å gjennomføre divisjoner når kalkulator ikke er tilgjengelig. Dette faller vanskelig, og gjenspeiler samtidig at vi tradisjonelt har hatt klare forhåndsoppfatninger av hvordan elevene må eller kan gå fram for å løse standardmatematiske oppgaver. Oppmerksomheten går da gjerne mot hvordan reglene teknisk skal brukes på øvingsoppgavene som kommer.

Det finnes lærebøker som søker å nedtone brøkformler i prosentregningen, men spørsmålet er om de gir elevene rike nok erfaringer i forholdstenkning. Det alternative synet er å starte med å la elever (og lærerstudenter) prøve ut sine intuitive, primitive og uformelle tanker gjennom undersøkelser og løsningsrettede aktiviteter av utvalgte problemer. Jeg mener det ville være uheldig om slike tilnærmingsformer ble avgrenset til barnetrinnet. Prosentregningen kan ta utgangspunkt i den praktiske forestillingen av prosent som en måleskala fra 0 til 100, og de naturlig tilhørende forholdstenkemåtene. Figur 1A, 1B og 1C viser tre eksempler på løsninger av «Dahl skole»-problemet fra en klasse lærerstudenter. Studentene ble orientert om dette synet på prosent, og hadde tidligere gjort noen erfaringer med bruk av forholdstabeller for andre typer proporsjonalitetsproblemer. De ble oppmuntret til å «glemme» skolereglene, heller tenke praktisk, og gjerne undersøke problemet i større bredde, som det å først finne svar på hvor mange prosent andre, lettere elevantall enn 135 kunne utgjøre.

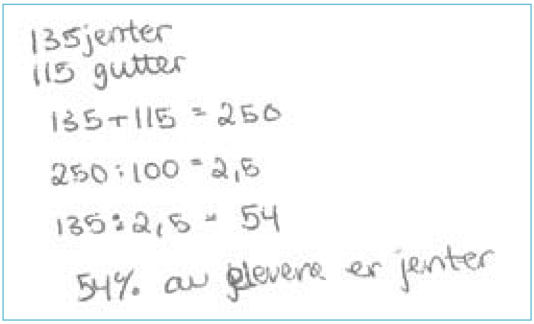
Figur 1A og 1B viser eksempler på såkalte «bygge opp» aktiviteter, der svaret kan nås ved å gå ulike omveier om andre, lettere sammenhenger mellom antall elever og prosent. Løsingsprosessene kan virke omstendelige, men de kan gi konkrete og varierte erfaringer. «Bygge opp» er selvsagt ingen generell metode. Tallene i «Dahl skole» oppgaven er slik sett «snille». Figur 1C kan representere en generell strategi,



Figur 1A



Figur 1B



Figur 1C

som kunne vært beskrevet ved formelen

$$\text{prosenten} = \text{delen} : \frac{\text{det hele}}{100\,\%}.$$

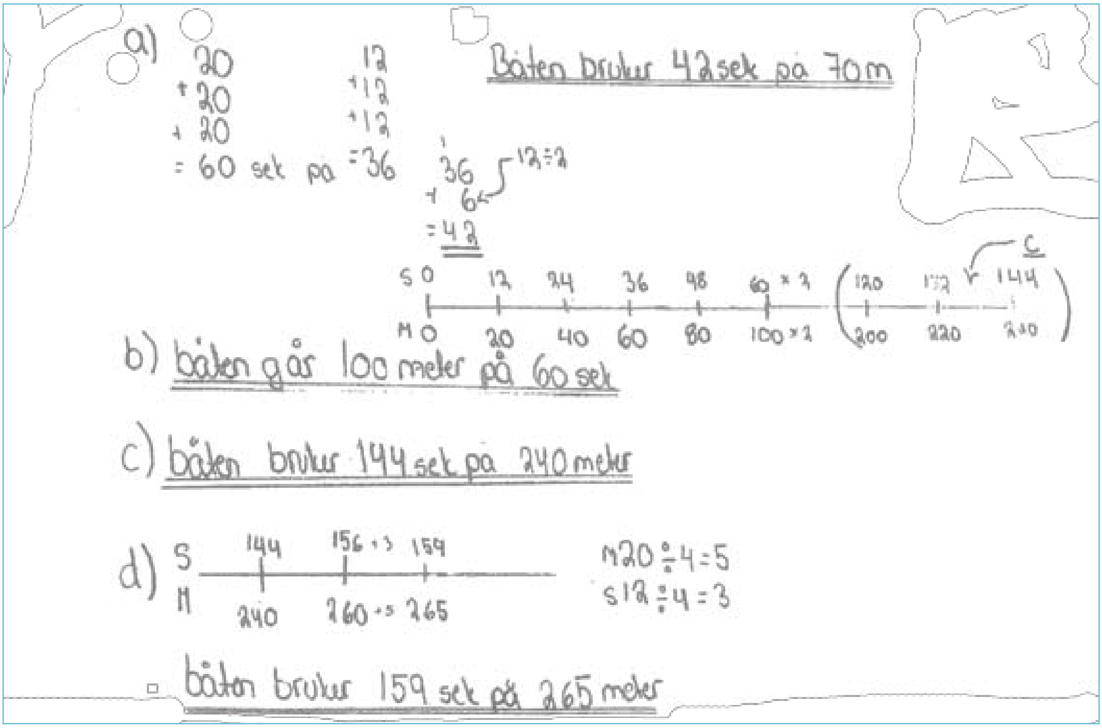
Denne finner vi neppe i noen lærebok, men forståelse av strategien bør kunne utvikles på grunnlag av tenkemåter som de i figur 1A og 1B. Den pedagogiske ideen går ut på at læreren, gjennom at utvalgte elevløsningsmåter blir holdt fram, delt og diskutert i klassen, kan støtte og guide en prosess mot mer generelle og effektive strategier, og etter hvert med mer formale notasjoner. Dette betyr nye roller både for lærer og elever. Når først elevene har fått slippe til med egne ideproduksjoner, vil de forvente, og verdsette, at læreren tar opp og viderefører (noen av) disse, i dialog og samarbeid med dem, på en måte der de kan oppleve å være med i dannelsen av ny, fornuftig kunnskap, samtidig som de vet at læreren er den faglige autoriteten, som kjenner retningene utviklingen bør gå i.

Figur 2A, 2B, 2C og 2D på de neste sidene viser noen eksempler på arbeider fra en 8. klasse der elevene studerte en annen forholdssituasjon, gjennom oppgaven:

En modellbåt går 20 meter på 12 sekunder.

a. Hvor lang tid bruker den over en 70 meter bred dam?
b. Hvor langt kommer den på ett minutt (60 sekunder)?
c. Hvor lang tid ville den bruke på 240 meter?
d. Enn på 265 meter?

Eksemplene viser også her ulike nivåer av «bygge opp» aktiviteter. Mange starter med varianter av parvise adderinger av 20 meter og 12 sekunder, som i figur 2A og 2B, og fortsetter med ideer til rasjonaliseringer og innkortinger. Akkurat det vil være en hensikt ved å formulere flere delspørsmål innenfor samme oppgave. Vi finner som i figur 2B undersøkelser av hvor mange ganger 12 sekunder går opp

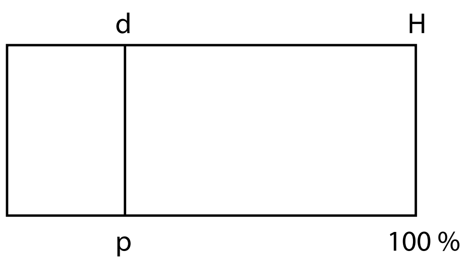


Figur 2A

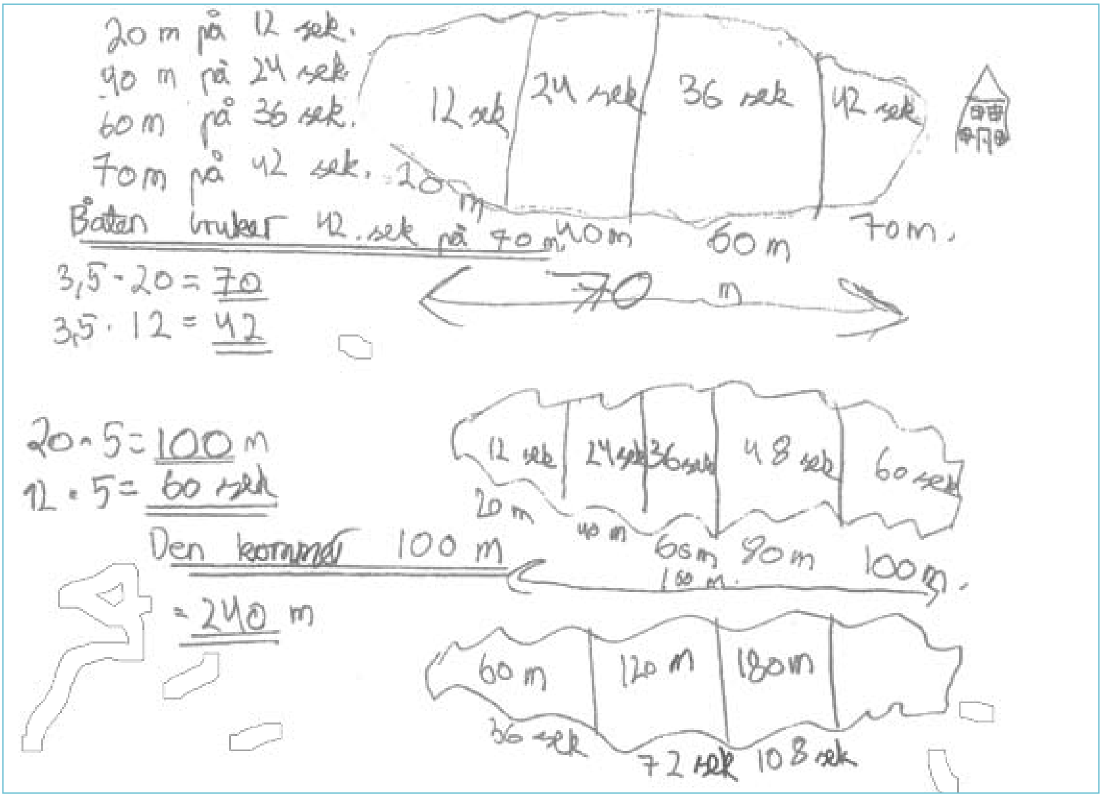
i 60 sekunder, for så å legge sammen 20 meter like mange ganger. Noen gjør etterhvert bruk av mer direkte multiplikativ tenkning, som multiplikativ sammenligning, slik som i figur 2C for punkt d. Her er jo eleven framme ved en virkelig effektiv og ganske generell strategi. Produksjonen i figur 2D kan også være et utgangspunkt. Eleven har gjort noen innledende matematiserende aktiviteter i betydningen å beskrive situasjonen med egne symboler som vil kunne brukes i videre tenkning. Læreren hadde tatt tid til å motivere elevene for denne typen matematiske aktiviteter. Hun erfarte at de likte å arbeide på denne måten, og også det å diskutere hverandres løsningsmåter. Valget av tallene for hvor mange meter (20) båten går på hvor mange sekunder (12) gir føringer for hvilke aspekter ved proporsjonalitet som blir dyrket. Andre tallvalg kunne nok ført mer mot ratebegreper, som hvor mange meter båten går per sekund, eller omvendt.

Det finns lærebøker som nærmest definerer forholdet mellom a og b som brøken $\frac{a}{b}$ som om at da kan forholdet «finnes» ved divisjonen $a : b$, og oppgaver regnes. Forståelse av forhold og proporsjonalitet trenger rike refleksjoner over erfaringer fra varierte praktiske situasjoner.

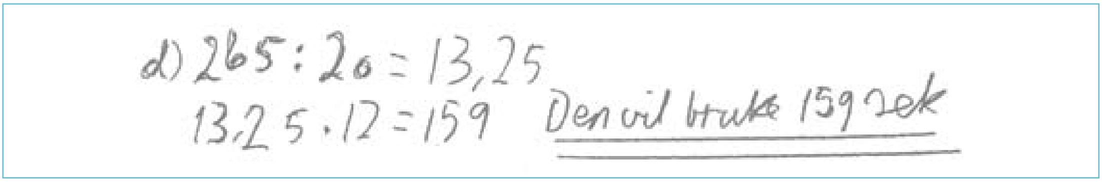
Noen lærebøker har i sine avsnitt om prosent og forhold med en figurtype som den i Figur 3. (Notasjonen H for «det hele», p for «prosenten» og d for «delen», er min). Men det kan virke



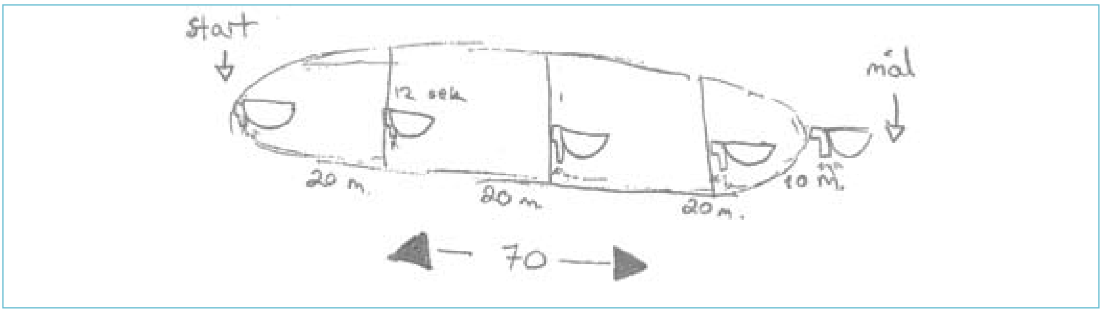
Figur 3



Figur 2B



Figur 2C



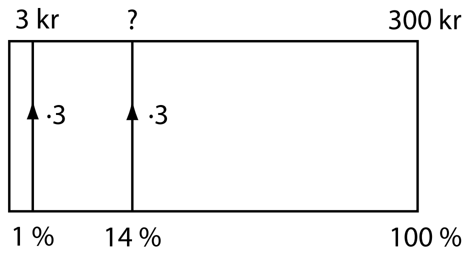
Figur 2D

uklart hva slags rolle disse figurene er ment å ha, ut over å være enkeltstående illustrasjoner.

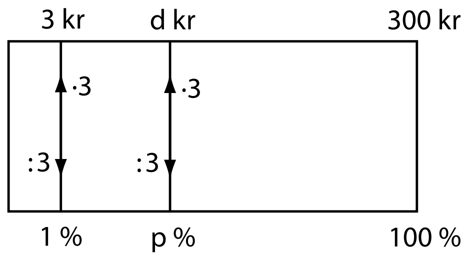
Figurtypen, som kan kalles stavmodellen, kan komme til å bli en god tankemodell for elevene. Én ide for dette er at læreren tar den i bruk, som en nærliggende generalisering av elevers egne skisser og tenkemåter, som f eks de vist ovenfor, for å visualisere strategier som har grodd fram. (Jeg viser til Jacob og Fosnot (2007, s. 10–11)), som skiller mellom modell av en situasjon, modell av elevers strategier, og modell som redskap for tenkning.)

Fortrolighet med stavmodellen kan gi en bedre mulighet enn kun én tallinje for å symbolisere og bruke ratebegrepet. Jeg skisserer kort et eksempel på en ide til gangen i et slikt opplegg (en ungdomsskolelærer gjorde noe lignende i sin 10. klasse, men gikk raskere fram): Innledningen kan være oppgaver med «snille» tall, som tillater «bygge opp» tenkning, der spørsmålene varierer mellom å finne *d*, *H* og *p*, med anskueliggjøring i stavmodellen. Så kan situasjoner trekkes inn hvor tallene er vanskeligere, men der elevene kan «bygge helt ned til 1 %», og der spørsmålene primært tar for seg å finne *d* eller *H*. Så kan oppmerksomheten dras mer direkte mot ratebegrepet, som i en lærerledet dialog med elevene. Et eksempel: *En bukse hadde kostet 300 kroner, men selges med 25 % rabatt. Hva er avslaget? Enn om rabatten var 14 %? Enn om den var 6 %? osv.* Elevene kan finne at 1 % rabatt utgjør 3 kroner, og bruke som språk at avslaget er 3 kroner per prosent. De vil kunne forstå at vi da kan finne avslaget for enhver rabatt ved å gange antall prosent med avslaget per prosent, slik som at prisen for 4 kg reker til 60 kroner per kilo er 4 kg · 60 kr per kg. Dette ble i det nevnte opplegget for 10. klassen symbolisert som i figur 4.

Videre kan spørsmål om å finne rabattprosenten når avslaget er kjent, studeres. For eksempel fant vi i sted at avslaget var 42 kroner for 14 % rabatt ved at vi ganget 14 % med (raten) 3 kr pr %. Hvordan kunne vi finne tilbake til



Figur 4



Figur 5

prosenttallet om vi viste at avslaget var 42 kroner? Flere spørsmål og diskusjoner om å finne *p* der *d* er kjent, kan følge, med poengtering av multiplikasjon og divisjon som motsatte regnearter. Se symboliseringen i figur 5. (Noen kan i enkelte situasjoner finne på å studere det omvendte ratebegrepet, som antall prosent per krone, eller prosent per elev. Det bør følges opp, gjerne med diskusjon av fordeler og ulemper ved disse to ratestrategiene.) Den aktuelle 10. klassen opplevde denne bruken av stavmodellen som overraskende god og effektiv for løsning av alle typer oppgaver med å finne *d*, *H* eller *p*. Mange av dem var trolig godt modne for denne metoden etter mange års strev med å huske regler, og forsøk på å bruke likninger. Stavmodelltypen kan tenkes å bli et nyttig strategiredskap for flere typer proporsjonalitet, som f.eks. for vei-fart-tid og i valutaregning, ved at tallinjene gjøres åpne mot høyre.

Kritikken av lærebokframstillinger ovenfor gjelder egentlig mest at selve det tradisjonelle lærebokformatet vanskelig kan realisere den type matematikklæring som jeg tar til orde for, dvs. der læringen tar utgangspunkt i å bringe fram elevenes eksisterende uformelle kunnskaper, og hvor den videre planleggingen av undervisningen gjøres ut fra hva som skjer lokalt.

Avslutning

Jeg håper at de framsatte tankene kan vekke interesse for lærere, gjerne i felleskap mellom lærere. Det er ikke gitt at en slik læringsform umiddelbart er lett å praktisere. Det kunne starte i det små, og det beste ville være utviklingssamarbeid over tid, kanskje som samarbeid mellom fagmiljøer for lærerutdanning og lærere i jobb. Da kunne et mål være å utvikle supplerende læringsmateriell, beregnet for læreren, i form av hefter med eksemplariske, utprøvde opplegg. Dette burde kunne skje i regi av den nevnte ungdomsskolesatsingen. Skolematematikkens situasjon tatt i betraktning burde det være rom for å prøve noe annerledes. Skolehverdagen er travel og det må sikres at engasjerte lærere blir verdsatt som betydningsfulle utviklingsmedarbeidere, noe ungdomsskolesatsingen dessverre ikke synes å legge opp til.

Referanser

Jacob, B., Fosnot, C.T. (2007). *Best Buys, Ratios and Rates. Addition and Subtraction of Fractions.* Portsmouth: Firsthand Heinemann.

Tarlow-Hellman, L., Fosnot, C.T. (2007). *Exploring Parks and Playgrounds. Multiplication and Division of Fractions.* Portsmouth: Firsthand Heinemann.

Note

Jeg har tatt til orde for å ikke se på den vanlige prosentregningen som et område for anvendt brøkregning. Noe annet, og selvsagt viktig, er å dyrke sammenhengene mellom brøk, desimaltall og prosent, som at $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$. Formler som brøkuttrykk (rasjonale uttrykk) bør være noe å strekke undervisningen mot, men kanskje vil det ikke alltid være fruktbart for alle elever.
Brøkbegrepet og brøkregningen er et område mange ungsomsskoleelever har dårlige kunnskaper i, noe som vil begrense deres muligheter for å forstå brøkformler. Et godt brøkbegrep er sterkt knyttet til ideer som forhold, rate og andel. To kilder for relativt grundige undervisningsopplegg for brøkregning er heftene referert til. De tilhører læringsmateriale kalt «Contexts for learning Mathematics», i utgangspunktet utviklet for 5.–7. klasse Eksempler fra materialet kunne vært et eget tema å ta opp med tanke på ideer for bedre læring i ungdomsskolen. Her står den pedagogiske bruken av kontekster, varierte elevproduksjoner og gruppe- og klasseromsdiskusjoner sentralt. Dessuten gis begrepet øvingsoppgaver for å festne kunnskap et vesentlig annet innhold enn det tradisjonelle.

Tomas Nicolajsen

Er yrkesrettet matematikk praktisk?

Erfaringer fra en klasse hvor læreboken står i fokus

Matematikkfaget på yrkesskolen er i dag definert som et fellesfag. Det vil si at elever, uavhengig av yrkesretning, blir møtt med det samme grunnleggende matematikkfaget. Samtidig har elevene rett på såkalt yrkesrettet matematikk som det i stor grad er opp til den enkelte lærer å gjennomføre. Dette er ikke alltid like enkelt. God kjennskap til matematikkfaget i seg selv er ikke alltid tilstrekkelig. Også kunnskap om yrket undervisningen skal rettes mot, er nødvendig. Som matematikklærer uten bakgrunn i yrkesfag er man ofte prisgitt lærebøker som tar yrkesretting på alvor.

Denne teksten er basert på deltakelse og observasjoner i en yrkesfagsklasse hvor undervisningen i stor grad styres av læreboken. Eksempelet som jeg trekker inn er hentet fra matematikk på utdanningsprogrammet helse- og sosialfag i en 1-PY klasse.

Elevene har lagt bak seg kapittelet om forhold og prosent, og nå er det tid for at de skal vise hva de kan og har lært i emnet. De har forberedt seg til prøven ved å regne oppgaver læreren har hentet fra læreboken. I tillegg har de lest oppsummeringen av kapittelet i boken. Oppsummeringen består omtrent utelukkende av formler av formen «$a \cdot b = c$», men med ord i stedet for symboler. Et eksempel på dette er «hele tallet · prosenttallet = delen av tallet». De to andre kombinasjonene som oppnås ved å manipulere formelen er som regel også ført opp i oppsummeringen. At det matematisk sett dreier seg om den samme formelen blir ikke eksplisitt beskrevet for elevene. De har ikke engang blitt introdusert for formler dette studieåret. Det er tema i det påfølgende kapittelet. Likevel forventes det at elevene skal være i stand til å bruke formler bestående av ord i stedet for symboler. I tillegg må de forholde seg til tre ganger så mange formler fordi de ikke har innsikt i hvordan man omgjør dem.

En av oppgavene elevene fikk på prøven lyder omtrent slik: «En colaflaske er på tilbud. Før kostet den kr. 14,90. Nå koster den kr. 9,90. Hvor mange prosent er colaflasken satt ned?»

Med utgangspunkt i formlene i sammendraget kan man tenke seg hvordan oppgaven skal løses på lærebokens premisser. Med erfaring fra å regne tekstoppgaver kan man lett oppfatte ordlyden «satt ned» som et hint om at oppgaven handler om vekst. Dermed benyttes følgende formel fra læreboken: «vekstfaktor = ny verdi / opprinnelig verdi». Det gir, med hjelp fra kalkulatoren, tallet 0,664 som vekstfaktor. Men det er jo prosenttallet som etterspørres, og

Tomas Nicolajsen
Student, Universitetet i Bergen
tomasnic@gmail.com

da må først prosentfaktoren finnes. Formelen «prosentfaktor = 1 – vekstfaktor» letes frem, noe som gir prosentfaktoren 0,336. Nå er målet i sikte. Kun en siste formel gjenstår; «prosenttall = prosentfaktor · 100», en formel som gir prosenttallet 33.6 – endelig et tall som kan settes to streker under!

Løsningsstrategien som jeg med dette eksempelet mener boken legger opp til, er både matematisk symboltungt og abstrakt. Symboltungt fordi boken legger opp til en temmelig utstrakt bruk av formler. For å orientere seg i dette formellandskapet må eleven være i stand til å knytte tall fra teksten til riktig formel, og ikke minst tolke hvilket «ord» i formelen oppgaveteksten etterspør (husk at de enda ikke er presentert for formler i læreboken). I tillegg er dette abstrakt matematikk, for selv om oppgaven i seg selv beskriver en konkret og praktisk situasjon, krever løsningsstrategien en slags «baklengs» tenkning. For å finne prosenttallet må man «gå veien om» både vekstfaktor og prosentfaktor i et abstrakt formellandskap som elevene, som nevnt, enda ikke har videre forutsetninger for å knytte mening til.

Kanskje kan man si at læreboken forsøker seg på noe som er typisk for matematikk: Formellandskapet utgjør en generalisering av prosentregning som kan brukes til å løse «alle typer» prosentproblemer. Generell teori, det som på en side er fagets styrke, kan på den annen side gjøre faget vanskeligere for dem som først og fremst vil lære matematikk som et nyttig «verktøy» i hverdags- og yrkeslivet.

Et kjennetegn for en god matematisk teori er at den fungerer uavhengig av konteksten den brukes i. Tekstoppgaven, derimot, er et forsøk på å synliggjøre matematikken i hverdagskontekst, noe som forhåpentligvis også skal gjøre arbeidet med faget meningsfullt for eleven. Det kan diskuteres hvor vellykket slike forsøk virkelig er. Kjenner elevene seg egentlig igjen i situasjonen oppgaveteksten beskriver? Hvor ofte har egentlig eleven vært i en butikk for å kjøpe en brus til nedsatt pris, for deretter å spørre seg selv hvor mange prosent dette utgjør? Er det ikke ofte det motsatte som er tilfellet, for eksempel å vurdere hvor mye en vare nedsatt 25 prosent utgjør i pris?

Denne mistanken ble bekreftet i samtale med en av elevene. I likhet med mange andre ga han et svar som var uten begrunnelse. «Cirka 30 prosent», var svaret, et svar man lett kan mistenke for å være ren gjetning. Da eleven etter hvert skjønte at han ikke slapp unna uten en form for forklaring, kom begrunnelsen: «Om den hadde vært på halv pris ville den kostet 7,50». Med det viste han en kobling mellom prosent og det som trolig kan sies å være en erfaring tilegnet fra hverdagen. I tillegg hadde han en intuisjon om hvor mye mindre enn 50 prosent brusen var satt ned i pris, noe som vanskelig kan tilegnes ved bruk av formelstrategien.

Et annet interessant svar var «33 prosent», også dette helt uten begrunnelse. På oppfordring kom denne gangen forklaringen tydeligere; «5 kroner er en tredjedel av 15 kroner», svarte hun. Om hun hadde en forståelse av prosentfaktor og vekstfaktor vites ikke, men hun viste med sin innsikt at det finnes flere løsningsstrategier.

En stor andel av besvarelsene ga inntrykk av å være resultat av en løsningsstrategi eller arbeidsmåte som jeg oppfattet som relativt utbredt ved oppgaveregning i klasserommet. Disse besvarelsene har det til felles at de preges av en slags vilkårlig bruk av de fire regneoperasjonene, med en svak referanse til temaet det arbeides med. I tilfellet med prosentregning er for eksempel tallet 100 en gjenganger.

I rammen på neste side presenteres en karikert beskrivelse av denne løsningsstrategien. Som matematikklærer er det liten grunn til å bli oppløftet av denne typen løsningsstrategier. Jeg spør meg selv hvorfor dette er en så utbredt strategi. Kanskje er den et symptom på mangel på mer fornuftige strategier. Kanskje viser den at oppgaven i seg selv er lite meningsfull for eleven. Trolig klarer ikke eleven å knytte oppga-

1. Finne tallene i teksten.
2. Prøve én av de fire regneartene med tallene.
3. Slå opp i fasiten.
4. Hvis rett svar, fortsette til neste oppgave.
5. Hvis galt svar, spriker valgmulighetene på individnivå:
   a) Utbryte «Jeg skjønner ikke» så høyt at flere elever hører det.
   b) Rekke opp hånden, si «Jeg skjønner ikke», denne gangen lavere, men høyt nok til at læreren oppfatter utsagnet.
   c) Gjøre noe annet, som å prate med sidemannen eller fikle med mobil eller PC.

ven til erfaringer med tilsvarende problemtyper, og benytter seg av strategien i mangel på andre alternativer.

Mer sikkert er det at dette er en løsningsstrategi som har oppstått og utviklet seg i klasserommet. At løsningsstrategien faktisk virker, eller tidligere har vist seg å virke, kan i seg selv forklare dens utbredelse i klasserommet. Hvorfor skulle elevene ellers ta i bruk denne strategien?

Kontekst og løsningsstrategier henger ofte sammen. I møte med matematiske problemer i dagliglivet tas ofte andre strategier i bruk enn dem som benyttes i klasserommet. Jeg oppfatter at tekstoppgaver med referanser til daglig- eller yrkeslivet i lærebøker i mange tilfeller fremstår som kunstige og konstruerte, en oppfatning som trolig deles med elever som i utgangspunktet er kritiske til faget. Det er tydelig for alle at det er matematikken som står i fokus. Slik skal det jo være, men hvorfor reduseres konteksten i mange tilfeller til noe som tilfører oppgaven et nærmest kuriøst preg?

«Hans Hage får satt opp et gjerde i hagen» og «Snekker Tor M. Hammeren skal legge et golv» er typiske innledninger man kan finne i tekstoppgaver i lærebøker. Hoveddelen av oppgavene består gjerne av et par setninger hvor tallene i oppgaven og et spørsmål blir presentert. Slike oppgaver kjennetegnes i tillegg av å ta kort tid å løse, at man bare trenger å gjenkjenne hvilken regneoperasjon man skal bruke på tallene. Jeg merket meg at temaet i delkapittelet oppgaven befant seg i ofte gav et hint om hva man skulle gjøre med tallene. Hvis delkapittelet var ukjent ble oppgaven vanskeligere å løse.

Utenom den matematiske sammenhengen mellom oppgavene i form av gjennomgående læringsmål er det lite av selve innholdet i tekstoppgavene som binder dem sammen med hverandre. Elevene kan synes at oppgavene er artig formulert med morsomme bokstavrim og litt absurde spørsmål. Dette mener jeg kan ha en dobbelt uheldig virkning: Det kan bli vanskeligere å fokusere på matematikken i oppgaven, og det kan i verste fall bidra til at elevene får et trivielt syn på hva det vil si å jobbe med matematikk. Den matematiske prosessen blir redusert til å finne tallene i teksten for deretter å gjenkjenne hvilke operasjoner tallene og spørsmålsformuleringen avslører. Ender man ikke opp med riktig svar, er hjelpen en kort håndsopprekking unna. Slike oppgaver fremstiller matematikk som en harmløs og ufarlig aktivitet, som ikke har konsekvenser i det «virkelige livet» utenfor klasserommet. Den verste konsekvensen av et galt svar er en dårlig karakter og et dårlig selvbilde, noe som kan være skadelig nok i seg selv.

I «det virkelige livet» kan konsekvensene av en feil utregning være av en helt annen art. En tømrer som beregner feil dimensjoner på materialene risikerer å måtte gjøre jobben på nytt eller i verste fall være ansvarlig for en konstruksjon som kollapser. For en helsearbeider kan utdeling av feil dose medisin være potensielt livstruende for pasienten. En matematisk sett identisk oppgave kan dermed vise seg å ha vidt forskjellige konsekvenser i klasserommet og i yrkeslivet. Lærerens hjelpende hånd er ikke lenger innen rekkevidde. Ikke fasiten heller. Tømreren og helsearbeideren må stole på seg selv og kunne argumentere og stå for valgene sine.

En rådende oppfatning innen oppgaveparadigmet beskrevet av Mellin-Olsen (2009) er at matematiske ferdigheter skal innøves med en ofte stor mengde oppgaver. De skal helst være lite varierte for å isolere ferdigheten det fokuseres på. Svake resultater hos en elev svares med å gi en enda større dose oppgaver og helst på et enda lavere ferdighetsnivå. I tilfellet med prosentregning kan et tiltak for en elev med mangelfulle resultater da være en økt mengde oppgaver av typen regne prosentfaktoren til prosenttall. Den matematiske forståelsen skal gradvis bygges ved mestring av det overordnete temaets komponenter som i dette tilfellet vil si at mestring av begrep som prosentfaktor, prosenttall, prosentpoeng og vekstfaktor tilslutt vil kulminere i en større helhetlig forståelse av prosentregning.

Jeg vil si at denne nitidige og omstendelige oppbyggingen av matematisk kunnskap er ganske typisk for matematikkundervisningen. Klasserommet kan sees på som et laboratorium der læreren har full kontroll over læringsprossen med midler til å korrigere elevenes forståelsesverden på vei mot stadig høyere kunnskapsmål. Denne kontrollerte og overvåkte læringsprosessen i klasserommet kan stå i kontrast til måten matematisk kunnskap utvikles og brukes i yrkes- og hverdagslivet. Noss, Hoyles og Pozzy (2002) viser at i motsetning til matematikkens streben etter konsistens og generalitet, karakteriseres problemløsning i yrkeslivet av en pragmatisk agenda og rettet mot å løse et spesifikt problem.

Det er ikke utenkelig at en elev kan ha en fungerende forståelse for prosentregning uavhening av hva som har blitt undervist i klasserommet. Kanskje har hun fra sin erfaring med tilbud og salg på kjøpesenteret lært å regne ut hvor mye en vare er nedsatt ved å plassere sifferet null og komma foran prosenten for deretter å gange med den opprinnelige prisen. Hva skjer så den dagen hun oppdager en vare som er prosentvis satt opp i pris? Vil hun prøve å korrigere sin forståelse ved å leite etter en ny formel i læreboken?

Med dette i bakhodet, hva kan gjøres for å gi elever i yrkesutdanningen en mer relevant matematikkundervisning? Læreboken er ofte lærerens viktigste hjelpemiddel i tilrettelegging av undervisningen, og er dermed toneangivende for måten det blir arbeidet med matematikk på i klasserommet. Samtidig er det verdt å ha i mente de begrensinger en lærebok har i kraft av å være i bokformat. Det er ikke til å legge skjul på at det også kan finnes kulturforskjeller mellom de klassiske skolefagene og yrkesfagene i synet på hva som er rett og viktig kunnskap å formidle. I yrkesutdanningen synes jeg det bør være matematikklærernes oppgave å nærme seg elevenes foretrukne læremåte. Om det måtte være på det mekaniske verkstedet eller sammen med sosialfagselever i undersøkelser av nærmiljøet, har en matematikklærer i begge tilfeller gode muligheter til å hjelpe elevene å oppdage matematikk som de kanskje seinere i yrkeslivet ikke ville oppdaget og dermed heller ikke kunne dra nytte av. Dette kan ikke matematikklæreren gjøre i isolasjon, men i samarbeid med programfagslærere som kjenner yrket elevene skal ut i.

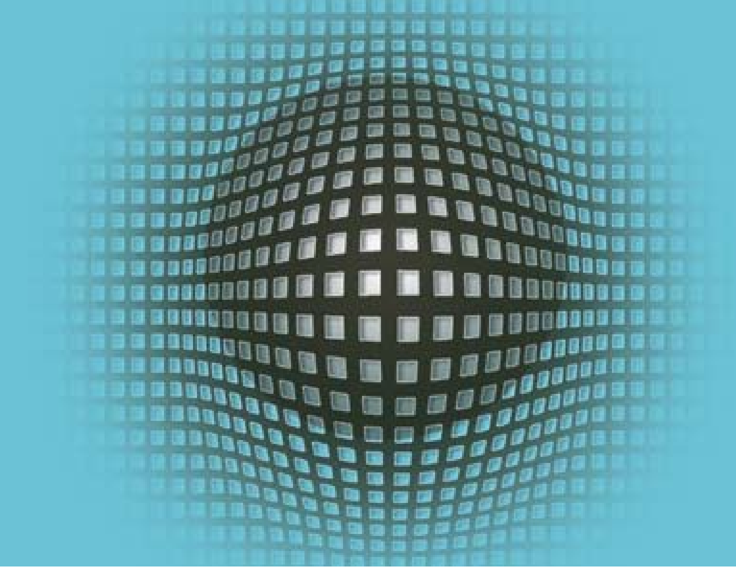
Å sette matematikk i en yrkesfaglig kontekst innebærer mer enn å endre ordlyden på en tekstoppgave. Det er en vanskelig, men ikke uoverkommelig oppgave. Av mange mulige tiltak for en bedre matematikkundervisning på yrkesskolen er ett forslag å se nærmere på om lærebøkene fungerer slik de er tiltenkt. En lærebok som i større grad evner å gjenspeile måten matematikk anvendes i yrkeslivet, som tar yrkesretting på alvor, kan føre til at elevene i større grad tar faget på alvor og gir det den oppmerksomheten og plassen i yrkesopplæringen faget fortjener.

Referanser

Oldervoll m.fl.. (2009). *Sinus 1YP*: matematikk for Vg1, Oslo: Cappelen Damm.

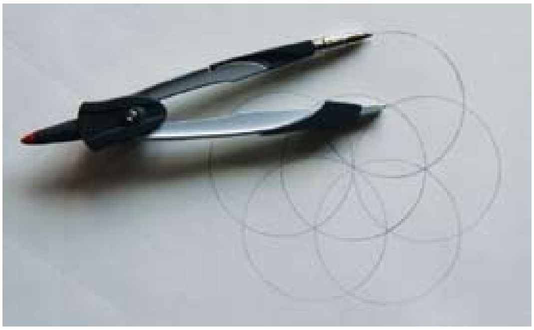
Mellin-Olsen, S. (2009). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten, 20*(2), 2-7.

(fortsettes side 30)



Utfordring

Sirkler på kuler



Da jeg gikk på skolen, likte jeg bedre å tegne enn å regne. Derfor syntes jeg det ble mye kjekkere i mattetimene da jeg fikk passer og transportør. I tillegg til oppgavene jeg fikk, eksperimenterte jeg med de nye lekene. Etter hvert oppdaget jeg og ble ganske fasinert av at jeg kunne flytte passeren nøyaktig seks ganger langs en sirkel. Her dukket det opp et slags mønster som jeg ikke hadde sett før. Det minnet om kronbladene på en blomst.

Både sirkel og kule er runde, så jeg forsøkte det gamle passertrikset på ei kule. Jeg fant diameteren i kula (ved å rulle den inn i et ark for å måle nøyaktig). Jeg regnet ut kuls radius og justerte passeråpningen på linjalen. Jeg satte passerspissen et vilkårlig sted på kula og satte av en sirkel. Jeg satte passerspissen på den nye sirkelbuen og tegnet enda en ny sirkel. Der denne sirkelen skar den første sirkelen, satte jeg passerspissen og tegnet en ny sirkel med samme radius. Slik fortsatte jeg rundt den første sirkelen. Jeg observerer da at når jeg har flyttet passeren fem ganger, ser det ut til at jeg er tilbake i utgangspunktet.

Dette ser interessant ut. Kan det være rett?

Utfordringen min er altså å finne ut om jeg alltid vil være tilbake i utgangspunktet etter fem sirkler.

Litt lek med passer på ei kule har resultert i en observasjon av et mulig mønster. Tangentens lesere utfordres til å argumentere for om dette mønsteret er rett eller ikke.

Lasse Bøyum

lasseboyum@gmail.com

Fra time til tekst

Tangenten har et sterkt ønske om å ha flere tekster i tidsskriftet som viser elevers læreprosesser. Vi vet at det på mange skoler foregår mye flott undervisning som andre lærere og elever ville hatt glede og nytte av å lese om.

Terskelen for å skrive og fortelle fra klasserommet og ut fra egne erfaringer kan virke som veldig høy. Tangenten får få spontant skrevne tekster fra lærere. Kanskje potensielle skrivere tror teksten må være ferdig før den sendes inn? En tekst i Tangenten bearbeides gjerne i flere omganger – det kan starte med en ide som eksempelet under, eller en tekst som er kommet langt men likevel er uferdig. Redaksjonen tar alle tekster og innspill opp til behandling, gir tilbakemeldinger og råd om videre bearbeiding. Vi bistår gjennom hele skriveprosessen. Dette kan gjerne skje i flere omganger. Til slutt sendes artikkelen til profesjonell korrekturleser før artikkelen blir satt opp slik den skal se ut i bladet.

Eksempel på e-post til Tangenten:

Hei. Jeg er lærer i en femteklasse. I to uker har temaet vært negative tall. Eleven synes dette var en lett utfordring så lenge tallene var små og vi kunne bruke kjente tema som for eksempel temperaturmåling med plussgrader og minusgrader. Mange valgte å bruke tallinje som en hjelp til å styrke tanken. Når tallene ble større synes flere elever det var vanskelig. Jeg synes det er viktig å prøve og skape engasjement hos elevene, og lette etter nye innfallsvinkler til å regne med større tall. En av tingene vi prøvde ut var å bruke kroppene våre. Vi snakket om når vi var og vasset i vannet. Gikk vi langt nok ut ville vannet kunne nå oss til navlen. Noe av kroppen vår ville være under vannflaten og noe ville være over. Dessuten er jo navlen ganske lik på et null-tall.
Vi bestemte oss for å prøve ut en time der navlen var null og lagde forskjellige oppgaver sammen (se vedlagte bilder). Elevenes engasjement var stort. Kan denne timen være aktuelt for en tekst i Tangenten?

Elevene ordner "tallinjer". Vi bruker papirtape.

Oppmålingene brukes videre. Vi går "veien om 0, og kontrollmåler avstandene etterpå.

Avstander som er målt overføres til tallinjer.

Anne-Mari Jensen

Jakten på det gylne snitt

Det gylne snitt har lenge fascinert menneskene. Ikke minst er det forunderlig at forholdet mellom to påfølgende tall i Fibonaccis tallfølge tilnærmet gir det gylne snitt, og at dette forholdstallet også kan gjenfinnes i naturen. Kunstnere og arkitekter har i århundrer brukt det gylne snitt for å skape skjønnhet og harmoni.

I undervisningen er det naturlig å studere dette emnet når vi arbeider med forholdstall og proporsjonalitet. Jeg velger å starte med formlike trekanter og lar elevene tegne en vilkårlig trekant på et papir og klippe den ut. Deretter skal de bare med denne trekanten som mal tegne og klippe ut en trekant som er formlik med den første, men ikke kongruent. De måler sidelengdene og regner ut forholdene mellom de samsvarende sidene. Det viser seg å være enkelt å skape formlikhet – bare man sørger for at vinklene blir parvis like store.

Neste oppgave er å tegne et vilkårlig rektangel og klippe det ut, og deretter klippe ut et rektangel som er formlikt med det første. Når elevene måler sidene og regner ut forholdet mellom samsvarende sider, viser det seg at det er en vanskeligere øvelse å lage to formlike rektangler. Det må diskuteres og klargjøres hvordan vi kan angi formen til et rektangel på en enkel og entydig måte.

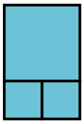
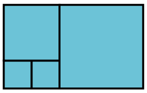
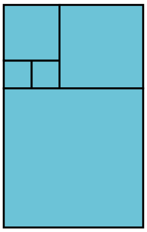
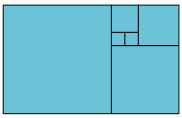
En måte er å angi forholdet mellom lengde og bredde, for eksempel A-formatet, der forholdet mellom lengde og bredde er samme tall uansett arkenes størrelse (A5, A4, A3, osv.). Mange tror at A-formatet er et gyllent rektangel, men de to formatene er forskjellige. Det er morsomt å ha tid til å studere begge. Jeg velger her å se nærmere på det gylne snitt og gylne rektangler.

Anne-Mari Jensen
Meløy videregående skole avd. Ørnes
Anne-Mari.Jensen@Nfk.no

Å bygge et gyllent rektangel av kvadrater.

Elevene må først bli kjent med Fibonacci-tallene, en tallfølge der både det første og andre tallet er 1, men deretter er hvert nytt tall lik summen av de to foregående. Det er spennende å se hvor langt man kan komme i tallfølgen bare med hoderegning: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, …

På forhånd har jeg trykt opp mange fargede ark som jeg har rutet opp med ruter på 2×2 cm. Vi lar sidene i rutene være enheten, og så klipper elevene ut kvadrater med sidelengder på henholdsvis 1, 1, 2, 3, 5 enheter osv. Kvadratene legges sammen i denne rekkefølgen slik figur 1 og tabellen viser, og til slutt limer de dem på et større ark. For hvert kvadrat de limer opp, får de et nytt rektangel. De noterer det nye rektangelets lengde og bredde samt forholdet mellom disse i tabell 1.

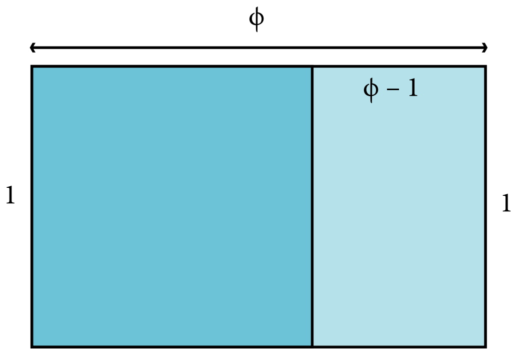
	Sammensetningen av kvadratene danner rektangler med		
Limer inn kvadrater i denne rekkefølgen:	lengde	bredde	lengde/ bredde
	1	1	1
	2	1	2
	3	2	1,5
	5	3	1,67
	8	5	1,6
	13	8	1,63
Osv …			

Tabell 1

Noen elever vil kanskje fortsette tabellen og se at forskjellen mellom ett forholdstall og det neste blir stadig mindre. Det ser ut til at forholdstallet stabiliserer seg og nærmer seg det gylne snitt.

Et ekte gyllent rektangel

I stedet for å bygge stadig nye rektangler av kvadrater, kan vi ta bort ett og ett kvadrat. Kravet til et gyllent rektangel er at om vi tar bort et kvadrat med sidelengde lik rektangelets bredde, skal også rektangelet vi står igjen med, være gyllent, dvs. ha det samme forholdet mellom lengde og bredde, se figur 1. Forholdstallet kalles ϕ (fi). Når vi tar lengde delt på bredde for hele rektangelet og setter lik lengde delt på bredde for rektangeldelen til høyre i figuren, blir ligningen:



Figur 1

$$\frac{\phi}{1} = \frac{1}{\phi - 1}.$$

Denne ligningen har løsningene $\phi = -0{,}62$ og $\phi = 1{,}62$. Vi velger den positive løsningen.

Når vi sammenlignet verdien $\phi = 1{,}62$ med forholdet mellom lengde og bredde i tabellen ovenfor, så vi at for hvert nytt rektangel som ble bygd, kom forholdstallet stadig nærmere det gylne snitt. Ved å fortsette prosessen med å føye stadig flere kvadrater til rektangelet kommer vi nærmere og nærmere et gyllent rektangel.

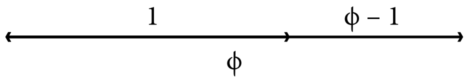
Jakten på det gylne snitt. Hva skal vi lete etter?

Elevene kan få i oppgave å finne hver sitt eksempel på det gylne snitt. Det de finner, kan f.eks. presenteres i en utstilling. Hver elev skal velge en gjenstand eller et bilde, og det skal følge med en forklaring på hvor og hvordan man fant det gylne snitt.

Men først må elevene se hvordan man kan lete etter det gylne snitt.

a) Lengder

Et linjestykke kan være delt i det gylne snitt (se figur 2). Da gjelder forholdet hele lengden / den lengste delen = den lengste delen / den korteste delen.



Figur 2

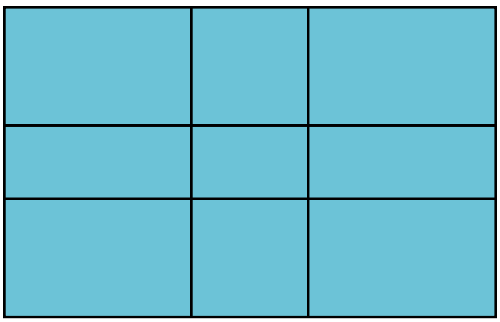
Vi har målt og sett at navlen deler kroppslengden i det gylne snitt. Og vi kan lete etter det gylne snitt flere plasser på kroppen. Eller vi kan finne lengder som er delt i det gylne snitt i gjenstander, bilder eller bygningsdetaljer.

b) Gylne rektangler

Vi kan lete etter gylne rektangler i bilder og i bygningsdetaljer som for eksempel vinduer. Vi kan som oftest ikke måle direkte på det vi studerer, men vi kan ta bilder og skrive dem ut. Så kan vi ta mål på bildet.

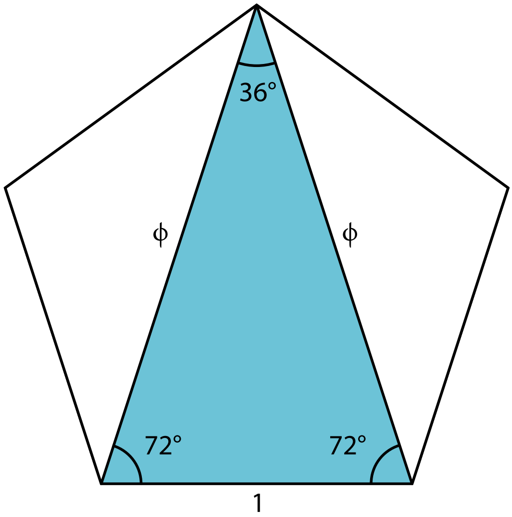
c) Gylne linjer

i. I rektangler kan vi tegne inn gylne delepunkter på lengde og bredde og trekke linjer imellom (se figur 3). Vi kaller linjene gylne linjer og skjæringspunktene mellom dem gylne punkt. Mange kunstnere plasserer viktige elementer i bildene langs gylne linjer og i gylne punkt.



Figur 3

ii. I noen bilder er det også tydelig at det kan ligge en trekantform under motivet. Gylne trekanter er likebeinte, vinklene ved grunnlinjen er 72 ° og toppvinkelen er 36 °. Forholdet mellom en av de to lange sidene og den korte siden er lik ϕ. Slike trekanter kan vi for eksempel finne inne i regulære femkanter (se figur 4).



Figur 4

Når elever har jaktet på det gylne snitt, har de for eksempel tatt for seg innholdet i sminkepungen, lett i pennalet eller tatt med pyntegjenstander hjemmefra. De fant det gylne snitt i flere gjenstander. De så på bilder av biler og studerte om noen av linjene i karosseriet var plassert slik at det delte en lengde i det gylne snitt. Andre fotograferte eldre bygninger og fant vinduer som var gylne rektangler. Elever målte på kroppen ved å strekke begge armene ut til siden og så måle fra fingertupp til fingertupp, og deretter fra venstre fingertupp til høyre armhule. De fotograferte ansiktet sitt, tok mange mål og lette etter gylne forhold. Noen elever lette på Internett etter bilder, særlig fra tidligere tiders kunstnere. Det viste seg at mange kunstnere måtte ha benyttet det gylne snitt i sine kunstverk. Det ble en flott utstilling i skolens vestibyle som vakte stor interesse og oppmerksomhet. To konkrete eksempler fra elevens utstilling om det gylne snitt er som følger: «Dette er en tusj som er gull verdt. Kjartan har faktisk skrevet autografen sin med denne tusjen. Jeg skal finne tusjens gylne punkt. Tusjen er 9,6 cm. $\frac{9{,}6}{1{,}6} = 6$. Og det er faktisk akkurat på punktet 6 cm at Kjartan holdt pekefingeren sin!» En annen elev skrev følgende tekst til bildet under: «Jeg tror han har brukt de gylne linjene til å fremheve personen som skriker. Munch malte jo drømmene sine, og han malte ikke som andre kunstnere på den tiden, så kan hende han gjorde det ubevisst og malte personen som skriker, midt mellom de gylne linjene».

Figur 5

Elisabet Romedal

Algebra Challenge: 7,7 millioner likninger

Hva var det som traff skolen 13.–17. januar 2014?

Det er mandag 13. januar. Over tusen klasser fra hele Norge, fordelt på alle klassetrinn, sitter klar, og vil løse likninger. Statsminister Erna Solberg åpner konkurransen på Sandnes videregående skole. Hun vil heller løse likninger enn å svare på spørsmål fra journalister.

Målet var 350 000 likninger, for å slå Washington, som gjennomførte en slik konkurranse i 2013. Etter bare noen timer var målet nådd. I løpet av 5 dager løste nesten 40 000 elever i Norge **7 700 000 likninger**. Det er flere likninger enn det er mennesker i Norge!

Algebra Challenge er en konkurranse, hvor deltakerne spiller et algebraspill, DragonBox, på en datamaskin. Den klassen som i løpet av en uke løste flest likninger, vant et sett med mini-ipad. DragonBox er utviklet i Norge, og går kort fortalt ut på å lære seg de grunnleggende elementene i algebra ved hjelp av figurer, bokser og to rom som skal være like. Man får ulke regler presentert etter hvert som man spiller, og man møter faktorisering, forkorting, multiplikasjon, divisjon, addisjon og subtraksjon, regnerekkefølge, negative tall, likninger, parenteser og brøk. DragonBox kan kjøpes som en app i to ulike versjoner. Under Algebra Challenge tilbød arrangørene en gratis nettversjon, DragonBox Adaptive. Det ble opprettet en egen nettside med informasjon, og veiledningsmateriale til læreren: no.algebrachallenge.org/. NDLA (Nasjonal digital læringsarena) var medarrangør sammen med University of Washington, CenterForGameScience, IKT Norge og WeWantToKnow. Konkurransen ble satt i gang for å få fokus på spill som pedagogisk verktøy i skolen. I delstaten Washington er all aktivitet registrert, og vil bli forsket på videre. Det blir spennende å følge denne forskningen. Pisa-undersøkelser viser at norske elever skårer dårlig på elementær algebra som likninger, faktorisering, formelregning og brøk. Kan et spill endre den grunnleggende nasjonale forståelsen av algebra?

Elisabet Romedal

Elever ved Sandnes videregående skole.

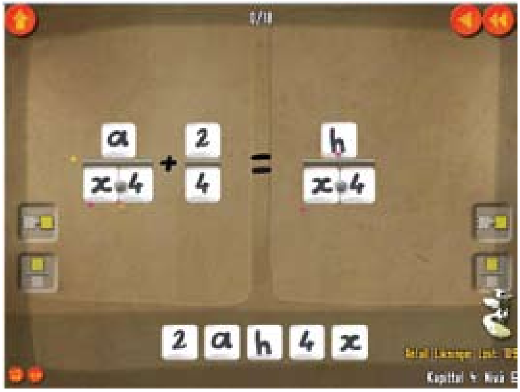
Elisabet Romedal
Fagredaktør NDLA matematikk
elisabet@ndla.no

I spillet løser man denne likningen ved å velge blant kortene nederst (som man også kan snu for å få den negative). Deretter velger man regneoperasjon, og arbeider på begge sider av likhetstegnet til x står alene på den ene siden.

Konkurransen traff skolenorge med et smell. For mange ble det en uforglemmelig matematikkopplevelse. Konkurransen skapte engasjement, motivasjon, samhold og utholdenhet. I sosiale medier kom uttalelser som: «Friminutt? Nei det vil vi ikke ha», «Det er helt stille i klasserommet #AlgebraChallenge», «Foreldrene våre har kommet med mat til oss. Og så har vi trukket litt frisk luft innimellom #AlgebraChallenge», #Klar for mattelan#, «Gleder meg til en kveld med elevene og Algebra Challenge» og «Tusen takk for en fantastisk uke med tusenvis av likninger. Det har vært gøy å se at alle 56 elevene på 10 år har oppnådd anbefalt mestringsnivå …» For mange elever og lærere ble det en annerledes matematikktime, en ny måte å lære på. I utgangspunktet anbefalte vi å bruke en time på spillet på skolen og så la elevene få spilling i hjemmelekse. Dette skal være nok til å mestre en del av de grunnleggende ferdighetene i algebra. Men det tok helt av. Statistikkoversikten viste at elever spilte dager og netter. Etter hvert spilte mange mye mer enn spillet var konstruert for, det ble ren automatikk. Det ble sikkert rekord i timebruk på skolearbeid denne uken. På de lavere trinnene løste de likninger på ungdomsskolenivå. I media kunne vi lese om matematikk i skolen med positivt fortegn.

Hvorfor ble Algebra Challenge en slik suksess? Det å tilby et godt pedagogisk faglig spill gratis til elevene, er en faktor. Det er utviklet mange gode spill for læring, men de er ikke alltid like tilgjengelige for skolen. Ordninger for hvordan disse spillene kan bli tatt i bruk i skolen, bør det jobbes mer med i fremtiden. Noe er skrevet om bruken av spillet, for eksempel artikkelen av Spurkland (2013).

En annen ting som var spesielt, var at alle klassetrinn konkurrerte mot hverandre, og at resultatlistene var online. For mange var det en stor motivasjonsfaktor å se klassens progresjon i forhold til alle de andre deltakerne. Det ble trukket dagsvinnere, klassetrinns vinnere og en sluttvinner. Noen få klasser fokuserte på hovedpremien, andres hovedmål var å slå naboskolen. For læreren og elevene ble det en variasjon i matematikkundervisningen. Deltakerne hadde det gøy og opplevde mestring.



Skjermbilde av kapittel 4 i Dragonbox Adaptive.

Det var en flott opplevelse å være med å arrangere denne konkurransen. Som arrangører møtte vi mange utfordringer både teknisk, på support og på det pedagogiske planet. Det har vi lært mye av, og det er mange ting som bør forbedres og forandres til neste gang. Tilbakemeldingene som er kommet inn, vil bli tatt til etterretning. Vi lærer av feil, og jobber videre med det fantastiske potensialet som denne konkurransen har vist at er mulig ved hjelp av spill som læringsressurs. NDLA håper å kunne tilby varierte læringsressurser, også spill, fritt tilgjengelig for elevene i fremtiden. Vi ser frem til neste konkurranse. Tusen takk for deltakelsen, lærere og elever!

Referanse

Spurkland, S. (2013). Spillrevolusjonen er her – ta den i bruk. *Tangenten 24*(2), 17–20. www.caspar.no/tangenten/2013/spurkland0213.pdf.

Pensum i praktisk matematikk

Jeg har problem med å motivere elevene i praktisk matematikk på videregående, andre året studieforberedende. Elevene er lite motiverte for faget og har stort sett ikke behov for matematikk i det videre studieløpet. En rask gjennomgang av læreboken vi bruker som pensumslitteratur i kurset: Første kapittel inneholder regneregler for potensregning. Alle vet jo at $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 = 16$. Er dette det beste vi får til innen praktisk matematikk? Andre og tredje kapittel omtaler statistikk, frekvenstabeller og grafer, median, kvartilbredde, varians og standardavvik. Pensum avsluttes med to kapitler med hovedvekt på matematisk modellering.

Dette høres vel bra ut?

Mitt problem er at jeg har følelsen av at matematikken er redusert til et middel for å demonstrere digitale verktøy.

For å starte bakerst: Hovedtemaet i de to siste kapitlene er regresjon. Hvis vi ser på titlene på avsnittene, finner vi eksempelvis «Lineær regresjon» og «Eksponentiell regresjon». Matematikken bak regresjon er så krevende at den er sløyfet. Vi som har vært yrkesaktive noen år, husker teorien som ligger til grunn for «minste kvadraters metode for rett linje». Helt ærlig, ville du kalle dette «praktisk matematikk»? Vi må huske på at elevene har valgt letteste form for matematikk på studieforberedende. Bruken av regresjon er også utelatt fra pensum, og det er også forståelig siden regresjon antagelig bare kan benyttes innenfor forskningen som omfatter kvantitative metoder. Det er tvilsomt om dette er en yrkesvei mine elever vil velge. Jeg stiller meg i alle fall tvilende til nytteverdien regresjonsanalyse vil ha for det store flertallet av mine elever.

Når det hverken er matematisk teori eller praktisk bruk som er pensum, hva er det da? Jo, her har jeg virkelig muligheten for å motivere elevene til å benytte et matematisk digitalt verktøy, GeoGebra. Ikke et ondt ord om verktøyet. Som matematiker ser jeg at det er et strålende verktøy. Problemet mitt er at jeg, med hovedfag i matematikk, faktisk ikke har stor glede av dette verktøyet utenom undervisningen. Da tror jeg ikke at mine elever vil bruke det mer jevnlig enn meg. Dermed står jeg tilbake med en opplevelse av at i dette matematikkpensumet er matematikken redusert til et middel for å demonstrere det digitale verktøyet.

Da jeg begynte å interessere meg for digitale hjelpemidler, trodde jeg at de skulle støtte opp

Ketil Rafael Hope
Hamar katedralskole
ketil.rafael.hope@gmail.com

om fagene. Ikke omvendt, som jeg nå opplever i 2P-matematikken. Jeg opplever også at måten digitale verktøy brukes på i dette kurset, er langt unna begrepet «digital kompetanse». Her er det etter min mening snakk om mer eller mindre ukritisk bruk av verktøy.

Kapitlene som omhandler statistikk, har vektlagt bruk av regneark, som også er et strålende verktøy. Opplæring i hvordan man trykker seg fram i regnearket Microsoft Excel er sterkt til stede i disse to kapitlene. Vi kommer så langt at vi beregner varians og standardavvik, men også her er stort sett matematikken fraværende. Hvordan disse størrelsene brukes, er heller ikke med i pensum. Begreper som konfidensintervall og hypotesetesting er ikke nevnt med ett ord, selv om målene for opplæringen blant annet er «å drøfte sentralmål og spredningsmål» og «gjennomføre og vurdere statistiske undersøkelser». Det er derfor nærliggende å tro at også disse kapitlene er konstruert for å vise hvor fantastisk dette verktøyet er. Regnearket, som verktøy, er egentlig ikke så viktige i pensum heller. Vi forklarer ikke forskjellen på relativ og absolutt cellereferanse eller det pedagogiske poenget med å navngi celler. Dette er basiskunnskap for å lage egne formler i regnearket. Elevene oppfordres til å laste ned ferdige regneark hvor all funksjonalitet er skjult. Det er nærliggende å tro at matematikken også i disse kapitlene er redusert til et middel for å demonstrere det digitale verktøyets fortreffelighet.

Jeg opplever at disse unge menneskene har behov for helt andre temaer i matematikk. Hvor er det blitt av basisferdigheten «å uttrykke seg muntlig»? Jeg tror det er fornuftig å kunne snakke matematikk, ikke bare følge regneregler, men også se matematikken som er basisgrunnlaget for regnereglene. Hva om vi ga dem et matematikkpensum som de kunne ta med seg videre i livet, for eksempel hvordan bruke matematikk som verktøy for problemløsning eller utforskende matematikk? Jeg kan godt bruke digitale verktøy i undervisningen bare jeg ser den pedagogiske gevinsten for matematikken i faget. Som fagperson er jeg ydmyk for andres kompetanse. Jeg ville blitt veldig glad om vi kunne få en konstruktiv diskusjon om innholdet i matematikkpensumet og en visshet om at matematikken er målet for matematikkundervisningen i videregående skole.

Ketil Rafael Hope

(fortsatt fra side 20)

Noss, R., Hoyles, C. & Pozzi, S. (2002). Working Knowledge: Mathematics in Use. I A. Bessot, & J. Ridgway (Red.), *Education for Mathematics in the Workplace* (24). (s. 17–36). New York: Kluwer Academic Publishers.

Denne teksten er et resultat av erfaringer gjort på seminar og skolepraksis i PPU-studiet høsten 2013. Takk til Matthias Stadler (UiB) for innspill og samtaler.

Ole Harald Johansen

Minoritetselever, undervisningsspråk og kultur

Ut fra min mangeårige erfaringsbakgrunn som matematikklærer i Oslo på skoler med opptil 95 % minoritetselever, har jeg erfart at undervisningen ofte er organisert for elever med norsk som førstespråk. Dette kan være et tegn på at betydningen av språk og kultur ikke blir vektlagt i stor nok grad for minoritetsspråklige elever.

En forklaring kan være at læreren ser på matematikk som et universelt symbolspråk, og betrakter faget som tilgjengelig for minoritetsspråklige elever (Garrison & Kerper Mora 1999). Men i følge Löwing (2000) forekommer ikke det universelle skriftlige symbolspråket som vi bruker når vi studerer matematikk på universitetet, i undervisningen i grunnskolen. Språklige faktorer og andre matematikkdidaktiske og allmennpedagogiske faktorer, her innbefattet kulturelle faktorer, kan ha betydning for om minoritetsspråklige elever lykkes. (Rönnberg, Rönnberg 2001). I det følgende ser jeg på to faktorer; språk og kultur, som kan påvirke minoritetsspråklige elevers begrepslæring i matematikk.

Ole Harald Johansen
Matematikksenteret / Universitetet i Oslo
o.h.johansen@ils.uio.no

Språkets betydning

Vygotsky (1986) fremhever språkets betydning som verktøy i læringsprosesser. For at et begrep skal utvikles, er det nødvendig at man får anledning til å bearbeide det språklig, noe som skjer gjennom kommunikasjon og refleksjon. Dette gjelder også begrepsutvikling innen matematikk (Pimm, 1989).

Johnsen-Høines (1990) beskriver at matematikk kan fungere som et fremmedspråk for elevene, følgelig kreves det en oversettelse ved hjelp av morsmålet. Et økende antall barn i skolen har et annet morsmål enn norsk, og mange av disse barna mottar det meste av sin undervisning på et språk de ikke behersker flytende (Skallist 2011). Det er per i dag 23 000 minoritetsspråklige elever i grunnskolen i Oslo, noe som utgjør 41 % av den totale elevmassen.

Når undervisningen foregår på «andrespråket», kan dette innebære at elevene skal utvikle to «andrespråk» samtidig, både matematikk og undervisningsspråket, som ofte må skje uten muligheter for å oversette ved hjelp av morsmålet. Undersøkelser viser til at minoritetsspråklige elever som får en tospråklig undervisning, skårer høyere på grunnleggende matematiske kunnskaper elever som får undervisning bare på andrespråket (Özerk 1992).

Det er lettest å videreutvikle tankekapasitet på i språket der eleven har det største ordforrådet og har direkte erfaringsunderlag for språkbeherskelsen. Tankekapasitet, dvs. blant annet resonneringsevne, evne til å se sammenhenger og evne til å utføre matematiske og andre logiske operasjoner, utvikles i særlig grad gjennom skolegang. Et godt utviklet tankeredskap er vesentlig for å utvikle seg faglig. Krav som stilles til tankeverktøyet, økes med alderen etter som læringssituasjonene blir mer løsrevne fra konkrete sammenhenger, dvs. med økende grad av kontekstuavhengighet (Cummins, 2000).

Det er en rekke forhold som virker inn på elevers læringsutbytte i skolen; skolens evne til å kompensere for sosial bakgrunn, godt læringsmiljø, skole-hjem samarbeid, lærer-, skoleleder-, og skoleeierkompetanse innenfor minoritetsfeltet, gode overganger mellom skoleslag og egnede læremidler. I tillegg til disse faktorene, har språkopplæringen en stor betydning for elevenes læringsutbytte i grunnskolen (NOU 2010: 7).

Utbyttet av omfattende morsmålsopplæring på barnetrinnet har trolig virket positivt for elever som har fått dette i Oslo-skolen på 1980- og begynnelsen av 1990-tallet. Det er ikke avgjørende hvilket språk selve undervisningen foregår på, men alt tyder på at læring skjer best når barna har tilgang til tospråklige læreressurser (Bakken 2007).

I en undersøkelse gjort av Stiger og Baranes (1988), ble det rapportert at elever fra Kina, Japan og Korea utkonkurrerte amerikanske elever på alle områder innenfor matematiske beregninger og resonnementer. I det japanske klasserommet viste det seg at nærmere 50 % av instruksjonene inneholdt verbale forklaringer av enten lærer eller elever, mens tilsvarende type instruksjoner i de amerikanske klasserommene var kun 20 %.

Diskusjoner og refleksjoner i det japanske klasserommet kom frem ved at man la frem arbeidene til de elevene som leverte *feil* løsninger på problemene. Disse arbeidene ble diskutert med hele klassen for å finne prosessen som førte til feil svar. Den mest vanlige formen for vurdering i det amerikanske klasserommet, var i all enkelhet å rose elevene som hadde fått riktig svar, men ved å fokusere på feil, hadde japanske lærere et naturlig grunnlag for å bygge opp diskusjon.

Japanske og kinesiske lærere brukte flere konkreter og problemløsningsoppgaver knyttet til dagliglivet enn amerikanske lærere, og i det japanske klasserommet, ved bruk av konkreter, økte bruken av verbale forklaringer i stor grad. Slike oppgaver kan stimulere til elevers bruk av muntlig språk og samarbeid. Dette var ikke tilfelle i det amerikanske klasserommet (Stiger & Baranes 1988).

Med hensyn til oppgavetekstene i matematikk, kan det argumenteres for å lage entydige tekster, gjerne ved å konsultere skolens tospråklige lærerteam så langt dette er mulig. Selv om entydige tekster mulig vil minske behovet for tolkning/diskusjon, vil det finnes nok av aktiviteter som fordrer muntlig deltagelse. Bruk av minoritetsspråklige egennavn bør være i en naturlig kulturell kontekst der elevene kjenner seg igjen. Vi har, både i læreverk og i oppgavetekster, sett tekster av typen «Ali drar på fisketur», der minoritetsspråklige elever kan ha vanskeligheter med å identifisere seg i konteksten. Når læreren blir oppmerksom på disse oppgavetekstene, kan han kort forhøre seg om hvordan elevene tolker teksten.

Videre kan lærere i noen grad unngå homografer eller bruke homografer i konteksten slik at oppgavens poeng ikke misforstås. F.eks. kan «dra» bety «reise» eller «trekke» og «mellom» kan bety flere ting: «avstanden mellom to steder», «arket ligger mellom (midt mellom) to bøker», «huset ligger mellom (blant) fjellene» eller «vi deler noe mellom (blant) oss». Mange av de ordene som minoritetsspråklige elever kjenner igjen, og som de tror de kan, kan ha en annen betydning, og oppgaveteksten blir følgelig svært forvirrende. Poenget er ikke å unngå homografer siden disse ordene er en naturlig del av det norske språket, men at en lærer er oppmerksom på at det kan være en utfordring for minoritetsspråklige elever å forstå den korrekte betydningen av ordet i den gitte konteksten.

Muntlig kommunikasjon der uttrykk undersøkes, kan være et vesentlig bidrag til den språklige forståelsen.

Et eksempel er begrepet «døgn», som de fleste burde forstå betydningen av. En oppgave gitt i en sentralgitt prøve i matematikk i Oslo for elever med yrkesfaglig utdanningsprogram, lød som følger (Johansen, Andersen 2011):

> Et bestemt døgn sov Ahmed 7,5 timer. Hvor stor prosentdel av døgnet sov Ahmed?

Det var 38 % av de minoritetsspråklige elevene og 50 % av elevene med norsk som førstespråk, som kom frem til riktig svar. Populære feilsvar var 24 – 7,5 som ble til 16,5 % søvn og 24 : 7,5 som ble til 3,2 % søvn.

Et spørsmål som dukket opp rundt begrepet «døgn», var om dette begrepet kunne være vanskelig å forstå, og som kunne være til hinder for å løse oppgaven. Etter et oppfølgingskurs på en videregående skole i Oslo, ble 8–10 minoritetsspråklige elever kontaktet, og de ble spurt om hvor mange timer det var i et døgn. Elevene diskuterte seg i mellom og viste stor usikkerhet. Noen foreslo 7 timer, andre 12 timer, men ingen kom frem til 24 timer. Ut fra denne erfaringen, samt mange andre erfaringer, er det opplagt at en lærer må være meget bevisst begrepene som blir brukt i undervisningen. Læreren må forsikre seg at selv de mest grunnleggende begrepene i dagligtalen er på plass. Det er derfor nødvendig å poengtere at matematikklæring er både begrepslæring og språklæring.

Begrepet «døgn» forekommer i mange sammenhenger, f.eks. døgnvill, døgnåpent, døgnrytme, døgne, døgnflue, døgntemperatur, døgngrader, m.m., og kan bli vanskelig å forstå når grunnbegrepet ikke er på plass.

I dag er den dominerende arbeidsformen i matematikk i vestlige kulturer i stor grad er lærebokstyrt, der læreren formidler begrepene gjennom regler og eksempler (Hiebert, Wearne 2000). Gjennom å variere undervisningsmetodene, blant annet ved å styrke kommunikasjonen, enten med eller uten bruk av konkreter, kan elevene i større grad få styrket begrepsinnlæringen. Læreren kan bygge opp undervisningsaktiviteter der elevene arbeider sammen to og to, og et eksempel på en slik undervisningsaktivitet kan være å gi to elever et ark med tolv forskjellige plangeometriske figurer. Den ene eleven skal tenke på en av figurene, mens den andre eleven gjennom strategiske spørsmål skal finne hvilken figur som har blitt valgt ut. Spørsmålene kan kun besvares med ja eller nei, og hvert spørsmål som blir brukt gir ett poeng. Elevene bytter rolle etter fem spørsmål og konkurrerer om å få færrest mulig poeng. Gjennom slike aktiviteter får elevene brukt språket aktivt, samtidig som begrepene innenfor plangeometri styrkes. Læreren kan observere de forskjellige elevparene for å høre hvilke type begreper som blir brukt og ikke brukt. Etter endt elevøkt kan læreren legge frem oppgaven i plenum for å diskutere plangeometriske begrep og også komme inn på definisjonen av figurene.

Et annet eksempel kan være å gi en problemoppgave som leses høyt for klassen. Oppgaven blir gjentatt slik at man er sikker på at alle har fått med seg problemstillingene. Ingen elever får svare muntlig, men alle må skrive ned maksimum en setning som svar. Alle får tid til å tenke i to til tre minutter, hvoretter læreren lar et utvalg, eller alle elevene, få lese sitt svar. Denne metoden har den fordelen at den demper de ivrigste som ofte utbasunerer et svar og dermed punkterer tankevirksomheten hos mange. Sterke elever får trening i å lytte, samt finne gode skriftlige formuleringer. Minoritetsspråklige elever vil få tid til å tenke gjennom oppgaven, også ved at oppgaveteksten vil bli gjentatt, og videre får de tid til å skrive ned en setning, gjerne på eget morsmål. Minoritetsspråklige elever kan også svare muntlig på sitt førstespråk der primært morsmålslærere og sekundært medelever, kan hjelpe til med å oversette. Slike aktiviteter gir også læreren mulighet til å avdekke ord og begreper som kan være vanskelige for den minoritetsspråklige eleven.

Kulturens betydning

I flerkulturelle klasserom finner vi som oftest en norsk lærer, og hvis det er en tospråklig lærer til stede, har den norske læreren oftest størst autoritet. Det er derfor nødvendig å legge til rette for at en tospråklig lærer vil kunne være en god rollemodell for elevene og kunne samarbeide godt med andre lærere og med skole-hjem. God tilrettelegging for undervisning med tospråklige lærere i klasserommet bør fremstå som sentralt fra skolens side.

August og Hakuta (1997) skriver at faktorer som kjennetegner effektive skoler og klasserom for minoritetsspråklige elever, kan inndeles i institusjonelle, pedagogiske og miljømessige faktorer. Institusjonelle faktorer er blant annet skolens lederskap, lærernes kompetanse og skole-hjem samarbeid, mens pedagogiske faktorer kan være tilpasset læringsmiljø, undervisningsstrategier som fremmer forståelse, aktiv elevdeltakelse, elevens kunnskaper i morsmålet og erfaringer. Miljøfaktorer kan være et støttende skolemiljø for minoritetsspråklige elever som kan sikre kommunikasjonen med og mellom majoritetsspråklige elever.

Undervisningsspråket er på norsk og læreplanen er norsk. Det er derfor en utfordring å legge til rette for at rammene for undervisningen omfatter både fag og elever, slik at alle elever, også minoritetsspråklige, inkluderes i faget og undervisningen. Minoritetsspråklige elever kan ofte mangle erfaringer med hensyn til kontekst i oppgavetekster, og læreren trenger derfor en viss innsikt i elevenes sosiale, kulturelle og etniske bakgrunn for å utforme realistiske kontekster for dem. Slike tiltak kan være med på å påvirke de minoritetsspråklige elevenes motivasjon, innsikt i innhold og følgelig den totale læresituasjonen.

Når minoritetsspråklige elever får sin fagundervisning på norsk, kan en ikke skille faglæring fra språkforståelse og språklæring (Selj, 2008). Dette tilsier at også innenfor fagopplæringen har lærerens andrespråkspedagogiske- og flerkulturelle tilnærming stor betydning for et godt læringsutbytte.

Av de gjennomgående læreplanene er det læreplanen i samfunnsfag som eksplisitt legger vekt på kulturelt mangfold og flerkulturelt perspektiv, både i formålsteksten, i omtale av ett av hovedområdene og i flere av kompetansemålene. Sammenheng mellom de tre delene, og opplæringen skal gi elevene både kunnskap om og forståelse for de ulike aspektene ved et flerkulturelt samfunn. Det samme gjelder læreplanene for mat og helse og RLE i grunnskolen. De resterende gjennomgående læreplanene, med unntak av matematikk, har det flerkulturelle perspektivet med i større eller mindre grad både i formål og kompetansemål (NOU 2010: 7).

Siden læreplanen i matematikk, LK06, ikke nevner det flerkulturelle perspektivet slik som i L97, der elevene skulle utvikle innsikt i matematikkens historie og fagets rolle i kultur og vitenskap, så bør lærere være innforstått med at minoritetsspråklige elever kan ha gode forutsetninger for å bringe inn perspektiver fra egen kultur i undervisningen. Henviser her til faget etnomatematikk (Johansen, 2003).

Spørsmålet kan være om matematikkfaget har vide nok rammer, og om undervisningen er åpen nok, til å gi rom for elevenes erfaringer basert på dagens læreplan. En annen utfordring er om man kan skape et klassemiljø der alle elevene finner støtte i fellesskapet, spesielt slik at minoritetsspråklige elever oppøver tillit til egne evner og kunnskaper. Når elevene har svært ulik bakgrunn, innebærer dette å skape et fellesskap på forskjeller. Dette momentet er vi ikke så vant til i et samfunn der likhetstankegangen står sterkt (Hvistendahl 2001).

Referanser

August, D., Hakuta K. (1997). *Improving schooling for language minority children: A research agenda*. Washington, DC: National Academy Press.

Bakken, A. (2007). Virkninger av tilpasset språkopplæring for minoritetsspråklige elever. En kunnskapsoversikt. NOVA-rapport 10/07. I NOU, (2010: 7). *Mangfold og mestring*.

Cummins, J. (2000). Language, power and pedagogy. Bilingual children in the crossfire, Clevedon: Multilingual Matters. I NOU, (2010: 7). *Mangfold og mestring*.

Garrison L. & Kerper Mora, J. (1999). Adapting Mathematics Instruction for English-Language Learners. The Language-Concept Connection. I L. Ortiz-Franco, N.G. Hernandez & Y. De La Cruz (Eds.), *Changing the Facts of Mathematics: Perspectives on Latinos* (pp.35-47). Reston, VA: NCTM.

Hiebert, J. & Wearne, D. (2000). *How Other Countries Teach Mathematics: What Can We Learn About Ourselves*. Föredrag matematikprojektet Fittja.

Hvistendahl, R. (2001). *Elevportretter. Fra det flerkulturelle klasserommet*. Oslo: Universitetsforlaget.

Johansen, O. H. (2003). *Et flerkulturelt perspektiv innen matematikkfaget*. Oslo: Arbeidsseminar HiOA.

Johansen, O. H., Andersen, T. (2011). *Osloprøven i matematikk for videregående skole*, UDE, Oslo

Johnsen-Høines, M. (1990). *Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv*. Stockholm: Utbildningsförlaget.

Löwing, M. (2000). *Kartlägging av utenändska lärares utbildning och arbeidssituation. Delrapport 1: Bakgrunn och instrument.* Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik och ämnesdidaktik.

NOU (2010: 7). *Mangfold og mestring*.

Pimm, D. (1989). *Speaking Mathematically Communications in Mathematics Classroom*. London: Routledge.

Rönnberg, I., Rönnberg, L. (2001). *Minoritetselever ock matematikkutbildning. En litteraturöversikt*. Kalmar: Leanders Tryckeri AB.

Selj, E. (2008). Minoritetselevene, språket og skolen. I E. Selj og E. Ryen (red.): *Med språklige minoriteter i klassen. Språklige og faglige utfordringer*. Oslo: Cappelen akademisk.

Skallist, H. I. (2011). *På kryss og tvers mellom språk. Morsmålets betydning for leseforståelse på andrespråket*. Oslo: Det utdanningsvitenskapelige fakultet, UIO

Stiger, J. W. & Baranes, R. (1988). Culture and mathematics learning. I E. Z. Rothkopf (ed.), *Review of Research in Education 15*, 1988–89, American Educational Research Association, Washington, D. C., pp. 253–306.

Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and Language*. Cambridge: The MIT Press.

Özerk, K. Z. (1992). *Faglig utvikling med to språk: en studie av minoritetstospråklige barns språklige liv, skolegang og teoretiskfaglige utvikling*. Avhandling (dr.polit.). Oslo: Pedagogisk forskningsinstitutt, UIO.

Ole Enge, Anita Valente

Matematiske diskusjoner om regnestrategier

Matematiske diskusjoner

Faglige samtaler er sentralt for læring i alle fag. I følge gjeldende læreplan er det å kunne argumentere og drøfte faglige begreper, både i et uformelt og et faglig presist språk, en nødvendig forutsetning for læring og utvikling.

Matematiske diskusjoner kan legge til rette for elevers læring og utvikling i matematikk på to måter (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009). På den ene siden kan matematiske diskusjoner sette lys på begreper, prosedyrer, matematiske ideer og sammenhenger mellom dem. Ved å delta i diskusjoner setter elever ord på hva de gjør og hva de tenker, tankegangen deres blir synlig og tydelig både for dem selv og andre og samtalen er dermed med på å utvide og styrke forståelsen og kunnskapen til alle som deltar.

På den andre siden er matematiske diskusjoner ikke bare et middel til å lære matematikk, de er i seg selv et læringsmål. Elevene skal lære å kommunisere matematisk. Det å kunne uttrykke seg om matematiske begrep og framgangsmåter er en del av det å ha matematisk kompetanse (se for eksempel Niss & Jensen, 2002, Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001), slik det også fremheves i læreplanen LK06. Det å lære å kommunisere i matematikk vil blant annet si at elevene utvikler en forståelse for hva som kjennetegner matematiske symboler og hva som er styrken til disse, og at en lærer å delta i diskusjoner om matematiske ideer og løsningsstrategier.

Chapin et al. (2009) fremholder at enhver samtale om matematikk ikke kan kalles for en *matematisk diskusjon*. De sier at en diskusjon kalles for matematisk når den har potensiale til å bidra til utvikling av matematisk kunnskap og forståelse. Den må inneholde solid og viktig matematisk resonnering. Med andre ord, så er det ikke likegyldig hva det er som diskuteres. De påpeker videre betydningen av hvordan det diskuteres i klassen. Elevene må bli vant til å forklare sin tankegang, de bør lytte til hverandre og sette pris på å høre hvordan andre tenker. For å få til gode matematiske diskusjoner er det viktig at alle behandler hverandre med respekt, og at det utvikles en atmosfære der alle er trygge på å legge fram tanker og meninger og komme med forslag.

I denne artikkelen ser vi spesielt på diskusjoner om regnestrategier og analyserer og drøfter begge deler: betydning av innholdet i en matematisk diskusjon om regnestrategier og mulige

Ole Enge
Høgskolen i Sør-Trøndelag
ole.enge@hist.no

Anita Valenta
Høgskolen i Sør-Trøndelag
anita@valenta.hist.no

kommunikasjonsteknikker som kan brukes til å utvikle et trygt læringsfelleskap. Avslutningsvis diskuterer vi hvordan lærere kan gå frem i planlegging av en matematisk diskusjon. Vi ser på momenter som er viktige å tenke på før gjennomføring av en diskusjon. For å belyse disse momentene tar vi utgangspunkt i en matematisk diskusjon i en 4. klasse.

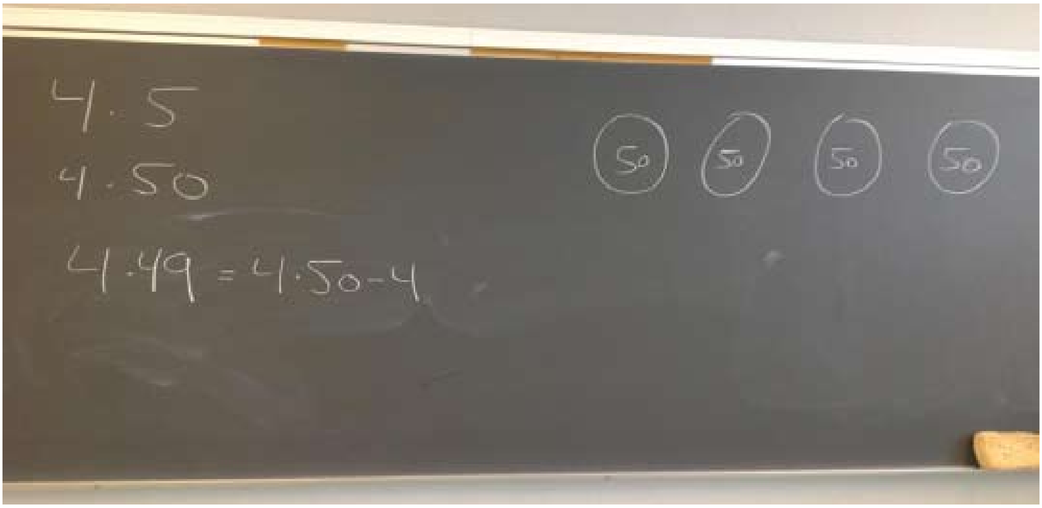
En samtale om multiplikasjon

Følgende episode utspilte seg på et fjerde trinn ved en barneskole i Trondheim. Samtalen var planlagt av fire lærerutdannere i matematikk i forbindelse med et prosjekt i praksis for lærerstudenter. Det var en av lærerutdannerne som var «lærer» i samtalen. Det ble gjort lydopptak av samtalen, og det ble tatt bilder av tavla.

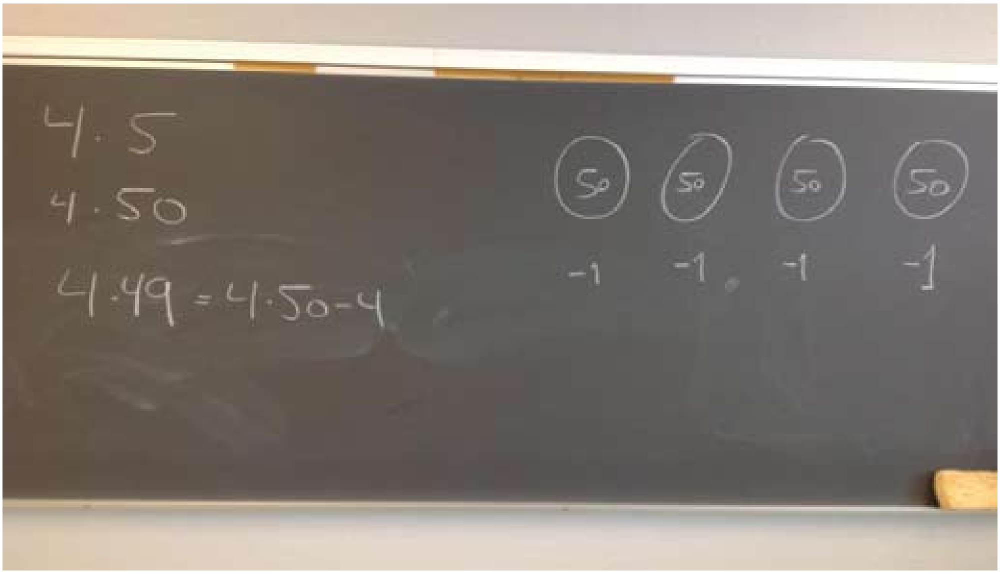
Samtalen

Det er sytten elever i lyttekroken. Læreren introduserer økta med å si at nå skal vi diskutere en regnestrategi, og at det er viktig for læring å snakke i matematikktimene. Han skriver $4 \cdot 5$ på tavla.

1. Lærer: Hvor mye blir dette? (*kort pause*) Anne?
2. Anne: 20.
3. Lærer: Er alle enige?
   (*Alle elever nikker*)
4. Lærer: Hva er $4 \cdot 50$? (*skriver samtidig* $4 \cdot 50$ *på tavla under regnestykket* $4 \cdot 5$)
   (*Venter i ti sekunder*)
5. Lærer: Knut?
6. Knut: 200
   (*Lærer venter ti sekunder*)
7. Lærer: Hvordan kom du frem til 200?
8. Knut: $4 \cdot 5$ er 20, og så la jeg til en null.
9. Lærer: Okay, noen som tenkte annerledes? Stine?
10. Stine: Som å ta 50 fire ganger, det er 50 pluss 50 er 100, og så en gang til, det blir 200.
11. Lærer: Det er en annen måte ja. Et regnestykke til, $4 \cdot 49$. (*Skriver på tavla* $4 \cdot 49$)
12. Lærer: Tenk i hodet tredve sekunder!
    (*Etter tredve sekunder*)
13. Lærer: Er det noen som har et forslag? Ja, Nils?
14. Nils: 196
15. Lærer: Si mer om hvordan du tenkte.
16. Nils: Det er 4 mindre enn 200.
17. Lærer: Vi hører nå alle på Nils sin forklaring. Nils, kan du si det du tenkte igjen?
18. Nils: Jeg tok 200 og så tok jeg bort 4.
    (*Lærer venter i fem sekunder*)
19. Lærer: Yasmin, kan du gjenta med egne ord hva Nils har tenkt?
20. Yasmin: Han hadde 200 så minus 4.
21. Lærer (*til alle*): Hvorfor kunne Nils regne $200 - 4$? Vi skulle regne ut $4 \cdot 49$?
    (*venter i tjue sekunder*)
22. Lærer: Mikkel?
23. Mikkel: 4 gange 50 er jo 200, men 4 gange 49 er jo 4 mindre, så 196.
24. Lærer: Så $4 \cdot 49$ er 4 mindre enn $4 \cdot 50$.
    (*Skriver* $4 \cdot 49 = 4 \cdot 50 - 4$ *på tavla, under de andre regnestykkene*)
25. Lærer: Hvorfor er $4 \cdot 49$ fire mindre enn $4 \cdot 50$? Hvor kommer det fire mindre fra? Tenk på det alle sammen … Ola, ned med handa. Alle må få tid til å tenke.
    (*venter i tredve sekunder*)
26. Lærer: Lise, hvorfor fire mindre?
27. Lise: Jeg har 4 poser med 50 klinkekuler i hver. For å få 49 i hver tar jeg bort 1 fra hver, altså 4. Da har jeg 4 poser med 49 i hver.
28. Lærer: Takk, Lise. Jeg liker at Lise lager en regnefortelling, slik at vi kan få et bilde på det som skjer. Når vi får et gangestykke med vanskelige tall, kan vi ofte bruke noen pene tall som er i nærheten. Så et bilde til stykket 4 multiplisert med 50 er at vi har 4 poser med 50 klinkekuler i hver pose.
    (*Lærer tegner på tavla, se figur* 1)
29. Lærer: 4 poser med 50 i er til sammen 200. Så tar Lise bort en kule fra hver, pose. Det blir minus 4 kuler (*Skriver* –1 *under hver pose, se figur* 2). Slik får vi at 4 multiplisert med 49 er 200 minus 4 som er 196.



Figur 1



Figur 2

30. Lærer: Så hvordan vil dere nå regne ut $4 \cdot 52$ når vi vet at $4 \cdot 50$ er 200? Lise sa at 4 gange 50 er som å tenke på 4 poser med 50 klinkekuler i hver pose. Ikke si svaret, alle må tenke.
(*venter tjue sekunder*). Ja, Jan?
31. Jan: Vi har 52 klinkekuler i hver pose, det er 2 mer. Så da kan vi ta 4 gange 2 som er 8. Svaret er 208.
32 Lærer: (*Skriver* $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 42 = 200 + 8 = 208$ *på tavla*). Fint Jan, du har brukt det vi vet til å regne ut et vanskelig stykke, du brukte det Lisa sa med poser og klinkekuler til å gi mening til stykket, bra.

Innholdet i diskusjonen

I episoden ovenfor diskuteres det en viktig regnestrategi innen multiplikasjon. Regnestrategien er basert på den grunnleggende egenskapen *distributivitet*, at $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$. Strategien går ut på å dele opp ett av tallene i multiplikasjonsstykket for så å multiplisere begge ledd med det andre tallet. Tallet kan i utgangspunktet deles opp på alle mulige måter, men det kan være hensiktsmessig å dele det opp slik at man får utnyttet noen «vennlige» tall eller en relasjon mellom tall som man vet fra før. I samtalen ovenfor tenkes 49 på som 50 – 1 siden 50 er et vennlig tall og siden vi kjenner svaret på $4 \cdot 50$ fra før. Man kunne også ha delt 49 i for eksempel 40 + 9 eller 52 – 3, men man ville da ikke fått bruk for relasjonen med $4 \cdot 50$. Læreren starter med regnestykket $4 \cdot 5$, før læreren spør om $4 \cdot 50$. Deretter kommer $4 \cdot 49$, og regnestykket er nøye valgt ut fra det faglige målet for samtalen. Læreren valgte disse regnestykkene (og rekkefølgen på dem) fordi det er relasjoner mellom dem, relasjoner som gjør det mulig for elevene å utvikle en helt konkret regnestrategi[1].

Nils bruker strategien som læreren har som faglig mål i samtalen og kommer med innspillet «Det er 4 mindre enn 200» i linje 16. Strategien har kommet frem i samtalen, en mulig fortsettelse ville vært å konkludere at man kan runde opp på den måten i multiplikasjon, og at det kan være en smart strategi å bruke i noen tilfeller. Læreren kunne deretter ha kommet med flere lignende regnestykker slik at elevene øver mer på å bruke strategien, men læreren i denne episoden gjør noe annet. I linje 21 spør læreren: «Hvorfor kunne Nils regne 200 – 4? Vi skulle regne ut $4 \cdot 49$?» (se også linje 25 for lignende spørsmål). Her er det et vendepunkt i diskusjonen. Frem til linje 21 diskuteres det hva man kan gjøre for å regne ut noen multiplikasjonsoppgaver, nå settes det søkelys på hvorfor man kan bruke en regnestrategi, hvorfor den virker. Samtalen går nå over til å bli en diskusjon om argumentasjon for en regnestrategi. Ved å vende samtalen fra «hvordan kan man regne ut» til «hvorfor kan man gjøre det slik», åpnes det for resonnering og utvikling av forståelse.

I linje 27 kommer Lise med en ny *representasjon* av regnestykket $4 \cdot 50$, «4 poser med 50 klinkekuler». Hun bruker denne representasjonen til å argumentere for hvorfor en kan «ta 4 mindre» når man skal regne ut $4 \cdot 49$, det blir ei kule mindre i hver pose. Læreren illustrerer denne regnehistorien (representasjonen) på tavla for å synliggjøre for elevene hva som skjer og hvorfor «minus 4» dukker opp. Med dette introduseres en tredje representasjon, en tegning, som elevene kan bruke til å tenke med. Her at «minus 4» kommer fra at en tar 1 kule ut av hver pose. Det er gjennom diskusjon om hvorfor regnestrategien virker at elever har mulighet til å utvikle sin forståelse for multiplikasjon og den gitte strategien. Representasjoner som historier og illustrasjoner gir mening til multiplikasjon, og de åpner for resonnering (se for eksempel Enge & Valenta, 2011).

Læreren fortsetter med en oppgave av samme type der elevene kan bruke samme strategi, dele opp et av tallene og utnytte «vennlige» tall i utregninger. Det etableres at $4 \cdot 52 = 4 \cdot 50 + 4 \cdot 2$, og læreren oppsummerer med å fremheve strategien (linje 32) og med å peke på hvilken betydning regnefortellingen har for å gi mening til regnestykket.

Diskusjonen ovenfor handler om hvordan en kan bruke en regnestrategi. I tillegg handler den om hvorfor strategien virker, og det er det som gjør samtalen til en verdifull matematisk samtale som kan bidra til elevenes læring og forståelse i matematikk (Chapin et al, 2009). Bruken av ulike representasjoner og deres betydning for å forstå multiplikasjon, at representasjoner som regnefortellinger og tegninger gir et redskap til å tenke og resonnere med kommer også tydelig frem. Diskusjonen kan gå i retning av generalisering av strategien som tar utgangspunkt i den distributive egenskapen. Kan man dele opp ett av tallene i alle multiplikasjonsstykker, hvordan kan vi være sikre på det, og hva kan være fornuftige måter å dele opp noen gitte regnestykker? Videre, kan man dele opp begge tallene og hvordan blir det da i så fall?

Episoden ovenfor er et eksempel på en praksis som av Ball, Sleep, Boerst og Bass (2009, side 460–461) kaller «high-leverage practices», eller *kjernepraksis* for matematikklærere. Kjernepraksis defineres som en undervisningspraksis som skjer ofte, som har potensiale til å bidra til alle elevers læring, og som er helt sentral i arbeidet med matematikk. Slike matematiske diskusjoner som den ovenfor er en praksis som tar hensyn til integriteten og kompleksiteten i undervisningen. Det siste vil blant annet innebære at begreper og sammenhenger i matematikk ikke forenkles, gjennom for eksempel huskeregler, for at det skal virke mer tilgjengelige for elevene. Ved drøfting av meningen bak en strategi og/eller et begrep, ved resonnering og argumentasjon, gjøres fagstoffet tilgjengelig for elevene på fagets premisser.

Kommunikasjonsteknikker – Hvordan

Chapin et al. (2009, s. 12–19) diskuterer fire viktige momenter i utviklingen av en klasseromskultur der det kan holdes matematiske diskusjoner, der elevene er trygge på å ta ordet i en diskusjon, lytter til hverandre, og behandler forslag og tanker med respekt. De introduserer også *kommunikasjonsteknikker*, type spørsmål og lærerinnspill, som kan brukes som et verktøy for utvikling av de fire momentene og for å støtte matematisk tenking og læring av matematikk gjennom diskusjoner. Vi presenterer nedenfor de fire momentene og kommunikasjonsteknikker som kan brukes for å legge til rette for matematiske diskusjoner, og vi eksemplifiserer dem med utgangspunkt i samtalen ovenfor.

1. Hjelpe elever i å klargjøre og dele sine tanker

For at en elev skal delta i en diskusjon må han være i stand til å dele høgt sine tanker på en måte som i det minste er delvis forståelig for andre. En kommunikasjonsteknikk man kan bruke her er å be elevene om å *si mer.* I samtalen ovenfor, i linje 7 og linje 15 i diskusjonen ovenfor ber læreren elevene om å *si mer* om hvordan han kom fram til svaret. Innspill av denne typen, «Si mer», «Kan du forklare nærmere hvordan du tenker?» eller «Kan du gi oss et eksempel?», forteller elevene at man som lærer vil forstå hvordan de tenker og at samtalen handler om mer enn bare å gi et svar.

2. Hjelpe elever til å orientere seg mot andre elevers tenking

Hvis en elev bare venter på å snakke og ikke hører på og prøver å forstå andre, så kan han ikke bidra i diskusjonen. For at elevene skal diskutere ideer og måter og tenke på, er det viktig å utvikle en vane å høre på hverandre. Det er ikke alltid like lett å sette seg i andres tankegang, og elevene kan ha behov for hjelp til å forstå det som blir diskutert. Når en elev har sagt noe av betydning for det matematiske innholdet og for den videre samtalen, er det nødvendig at alle elever setter seg inn i og tenker over det som ble sagt. Dette er av og til nødvendig for at samtalen ikke bare skal bli en rekke utsagn som ikke henger sammen. En kommunikasjonsteknikk lærere kan bruke for å vektlegge viktige utsagn er *å be andre elever om å gjenta* det som ble sagt. En annen mulighet er at *læreren selv gjentar og utvider* det som er blitt sagt på en annen, forhåpentligvis mer tydelig, måte. I samtalen ovenfor finner vi et eksempel i linje 19, det er viktig for diskusjonen videre at elevene tenker over hvor «200 ta bort 4» kommer fra. Et annet eksempel på en gjentakelse og utviding er i linje 29, der læreren også symboliserer det som en elev har sagt.

3. Hjelpe elever til å utvikle sin evne til resonnering

Selv om elever uttrykker sine tanker og hører på ideene til andre elever, så kan det hende at diskusjonen ikke støtter matematisk tenking og læring. Innholdet i en diskusjon kan for eksempel handle bare om en repetisjon av en regel eller fakta, uten at det legges opp til utvikling av dypere forståelse eller resonnering. Dypere forståelse for matematiske sammenhenger og matematisk resonnering er nødvendig for utvikling av matematisk kompetanse. Det kan være at elevene ikke er vante med diskusjoner som er ute etter forståelse og resonnering, og det kan være vanskelig å få dem til å delta i en diskusjon utover «et riktig svar». Spørsmål av typen «*Ok, men hvorfor er det slik? / Kan du forklare hvorfor det blir slik?*» gjør elevene oppmerksomme på at begrunnelser og argumentasjon er viktige i matematikk, og at faget handler om mer enn å komme frem til et svar. I episoden ovenfor spør læreren den type spørsmål i linje 21 og 25. Slike spørsmål er eksempler på hvordan en kan dreie diskusjonen fra «hva kan gjøres» til «hvorfor det gir mening å gjøre noe slikt». En annen kommunikasjonsteknikk som kan observeres i sammenheng med spørsmål om hvorfor, og om forklaring, er *å ta pauser* og dermed gi elevene tid til å tenke.

4. Hjelpe elevene til å engasjere seg i andres resonnement

Det er først når elevene er engasjert i andres måter å tenke på at matematiske diskusjoner kan starte, diskusjoner som bidrar til robust læring. Ved å spørre en elev om han kan *utdype* noe en annen elev har sagt eller *sammenligne* med egen tankegang, fremmes engasjement i diskusjonen. Noe annet vi kan observere i episoden ovenfor er at læreren ikke sier noe om et gitt forslag er rett eller feil. Læreren spør heller om begrunnelser og ber andre elever tenke over forslaget. Det er felleskapet som skal vurdere om noe høres rimelig ut eller ikke. I et læringsfelleskap diskuteres det, det argumenteres og begrunnes, og en sammenligner ulike løsningsforslag. Det er ikke læreren som kan alt og er den eneste til å vurdere og avgjøre hva som rett og galt, hva som er et godt argument, eller hva som er effektiv regnestrategi. Hvis det er slik at det alltid er læreren som til slutt kommer med løsninger og vurderinger, og er den eneste som «eier» kunnskap, så kan det fort oppleves meningsløst for elevene å delta i diskusjonen[1].

I samtalen ovenfor er det slik at de sentrale spørsmålene som stilles, som for eksempel i linje 21 og 25, er slik at det er mulig å svare på dem uten at det bare er et rett svar. Her kommer vi igjen til betydning av innholdet i diskusjonen. Bruker man kun kommunikasjonsteknikker i en samtale, mens det som diskuteres handler bare om å huske eller ikke huske (fakta, regler og riktig måte å bruke dem på, og lignende) vil ikke teknikkene støtte utviklingen av en matematisk diskusjon.

Planlegging av matematiske diskusjoner

Når læreren planlegger en matematisk diskusjon så bestemmer hun/han hva som skal være det matematiske temaet for en diskusjon. Det betyr blant annet at læreren tenker gjennom hvilke spørsmål som skal stilles, og i hvilken rekkefølge disse skal stilles. Det er viktig at læreren tenker over hva elevene kan komme til å si, og hvilke løsninger de kan komme med. Et mulig elevsvar på oppgaven $4 \cdot 49$ kunne være å regne $4 \cdot 40$ pluss $4 \cdot 9$. Denne strategien utnytter ikke kunnskapen om hva $4 \cdot 50$ er, men kan likevel brukes i en diskusjon om distributivitet. Læreren kan velge å gå videre med denne strategien, eller velge å spørre om det er andre måter å regne ut $4 \cdot 49$. Læreren må på forhånd tenke over hva han/hun gjør med de ulike innspillene som kan dukke opp. I diskusjonen ovenfor dukket strategien «å legge på en null på $4 \cdot 5$ for å regne ut $4 \cdot 50$» opp. Læreren velger å gå videre uten å spørre om hvorfor denne strategien fungerer. En diskusjon om hvorfor en kan legge på 0 var ikke viktig for målet med diskusjonen.

I planleggingen av en matematisk diskusjon er det en fordel at læreren tenker på detaljene i diskusjonen, som for eksempel hvilke spørsmål som skal stilles og hvilke svar og innspill kan elevene komme med. På den måten er man bedre forberedt på undervisningens uforutsigbarhet (se for eksempel Chapin et al., 2009, kapittel 9). En viktig del av forberedelsene til en diskusjon om regnestrategier på barnetrinnet er at læreren tenker på en illustrasjon eller en historie som kan gi mening til det som skjer. En illustrasjon eller historie gjør at man kan resonnere og argumentere for hvorfor strategien virker. I samtalen ovenfor er det Lisa som kommer med en regnefortelling som læreren illustrerer med en tegning. Slik får elevene et «bilde» på det som skjer. Læreren bør i sin planlegging tenke på hvordan en slik representasjon kan bringes inn i samtalen om ikke elevene kommer med en slik historie/illustrasjon. Videre bør læreren tenke igjennom hvordan en oppsummering av diskusjonen kan gjøres. I en samtale vil det være mange ytringer som er utydelige, uklare, ikke viktige for diskusjonen, og ikke knyttet til matematikk. Det er lærerens oppgave å oppsummere det matematisk sentrale i samtalen og framheve viktige utsagn. I samtalen ovenfor ser vi det ved at læreren knytter utregningene til det å bruke «vennlige tall», og til det å bruke en historie for å gi mening til et regnestykke.

Det er vi som lærere som legger til rette for en utforskende kvalitet på de matematiske diskusjonene om framgangsmåter og begreper. Johnsen-Høines og Alrø (2010) bruker begrepet «dialogisk lytting» for å få fram at en er opptatt å skape felles mening mellom partene i en diskusjon, og at «oppmerksomheten er rettet mot innsikten som en er på vei mot» (Johnsen-Høines & Alrø, 2010, side 92). Vi har i denne artikkelen belyst noen sider av hvordan en kan planlegge og gjennomføre samtaler preget av utforskning og «dialogisk lytting».

Noter

1 For mer om utvikling av regnestrategier, se for eksempel kapittel 7 i (Fosnot & Dolk, 2001).

2 Se for eksempel kapittel 7 i Skott, Jess & Hansen, 2008, for mer om kommunikasjon i matematikklasserom.

Referanser

Ball, D. L., Sleep, L., Boerst, T. A., & Bass, H. (2009). Combining the development of practice and practice of development in teacher education. *The Elementary School Journal, 109*(5), 458-474.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions. Using math talk to help students learn.* Sausalito, CA: Math Solutions.

Enge, O. & Valenta, A. (2011) Argumentasjon og regnestrategier. *Tangenten, 22*(4), 27-32.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division.* Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2010). Trenger en å spørre for å være spørrende? *Tidsskriftet FoU i praksis, 4*(3), 79–96.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academies Press.

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Utdannelsesstyrelsens temahefter nr. 18-2002; Kompetancer og matematiklæring.* Undervisningsministeriet. København.

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta: fagdidaktik.* Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Trygve Breiteig

Er de fleste tallpar primiske?

Bakgrunn

Et enkelt spørsmål i en matematikktime kan ha store dybder. En sak kan se både liten og uskyldig ut, men når vi begynner å grave, kan det komme fram sammenhenger vi ikke var klar over. I skolen kan vi av og til snuble over slike spørsmål. Jeg nå vil se på et problem som kan se lite og spinkelt ut, men som det viser seg: *Det* er utenpå.

Sett at elevene jobber med sannsynlighet, med usikkerhet og sjanse. De kaster to terninger og samler data. Da kan de få erfaringer med diagram, sannsynlighets-begrepet og store talls lov. Vi ber dem se på tallene de får på de to terningene, på tallenes egenskaper. En slik egenskap er hva som er *største felles faktor* for de to tallene. Vi ber elevene finne dette tallet for hvert kast. Det kan være hvert av tallene 1–6. Dersom to tall har 1 som største felles faktor, kalles tallene *innbyrdes primiske* eller bare *primiske*. For eksempel er 2 og 5 primiske siden største felles faktor for 2 og 5 er 1, mens 2 og 4 har 2 som største felles faktor, og de er således ikke primiske. Elevene vil oppdage at de ulike utfallene 1, 2, 3, 4, 5 og 6 ikke er like sannsynlige. Det er flest tilfeller med 1 som største felles faktor, altså at de to tallene er primiske. Da blir det interessant å analysere spørsmålet om fordeling. Siden jeg her har et endelig antall utfall, kan jeg finne den teoretiske sannsynligheten. Den trenger ikke bestemmes ved eksperiment. Jeg lager tabell 1, som viser største felles faktor for hver av kombinasjonene av to tall fra 1 til 6.

6	1	2	3	2	1	6
5	1	1	1	1	5	1
4	1	2	1	4	1	2
3	1	1	3	1	1	3
2	1	2	1	2	1	2
1	1	1	1	1	1	1
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

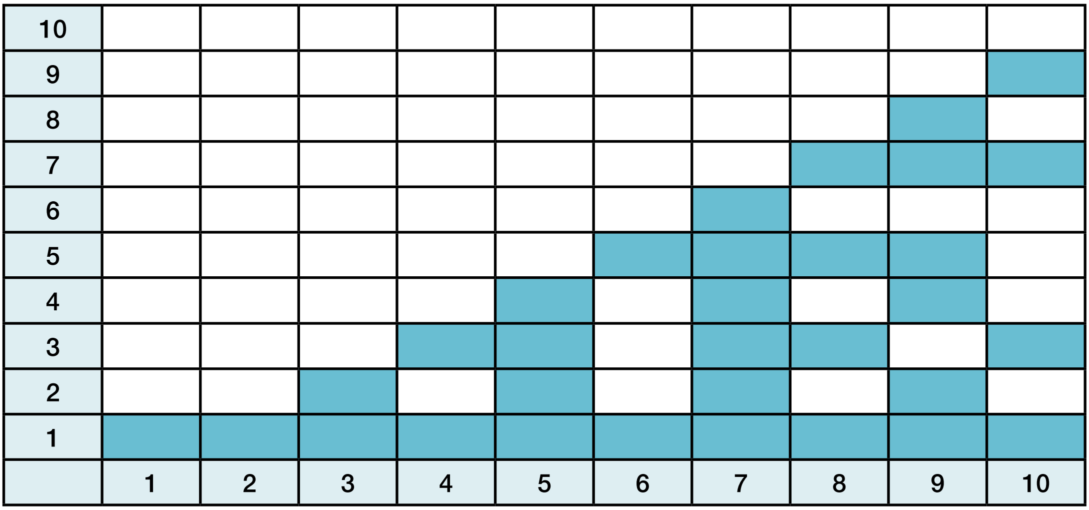
Tabell 1

Rutediagrammet i tabell 1 viser utfallene. Frekvensene er gitt i tabell 2.

Utfall	frekvens	Sannsynlighet
1	23	0,64
2	7	0,19
3	3	0,08
4	1	0,03
5	1	0,03
6	1	0,03

Tabell 2

Trygve Breiteig
Universitetet i Agder
trygve.breiteig@uia.no



Figur 1

Jeg merker meg at det ved kast med to terninger er over 60 prosent sjanse for at de to tallene er primiske.

Induktiv tilnærming

Hvordan forholder dette seg videre hvis jeg går lenger opp i tallrekka enn til 6? Vil det fortsette med over 60 prosent?

Jeg eksperimenterer med to spinnere, to «lykkehjul» med tallene 1–10, og vil igjen undersøke i sannsynligheten for at de to tallene er primiske. Situasjonen er illustrert i figur 1.

I dette forsøket er det $10^2 = 100$ forskjellige ordnede tallpar. Siden de primiske tallparene ligger symmetrisk om hoveddiagonalen i figur 1, konsentrerer jeg meg om den nederste delen. De er markert i rutenettet i figur 1. Ett par ligger på diagonalen, nemlig tallparet (1, 1). Videre teller vi 31 par under og dermed 31 par over diagonalen. I alt 63. Den aktuelle sannsynligheten er altså 0,63. Igjen er den over 60 prosent.

Jeg kan undersøke videre. Jeg kan konkretisere, simulere – eller jeg kan analysere eksempler.

Sett at jeg velger ut et tilfeldig par (a, b) av naturlige tall opp til og med, la oss si, 20. Hvor mange av disse tallparene er primiske? Slik som for eksempel (5, 19)? For dette skriver jeg kort: $sff(5, 19) = 1$. Ved litt systematisk opptelling finner jeg at av de $20^2 = 400$ mulige tallparene, er 255 primiske. Andelen er 0,6375.

Ved å bruke data kan jeg gjøre flere undersøkelser. Et godt regneark har en funksjon som gir ut største felles faktor. For eksempel har *Excel* funksjonen **=SFF(a;b).** Excel har også en opptellingsfunksjon, **=Antall.Hvis(område;betingelse),** der område er tabellen som er laget. Settes betingelse til 1 får jeg antall primiske par i tabellen. Jeg valgte imidlertid å lage et enkelt program i språket Basic, og jeg fikk en oversikt som er presentert i tabell 3. Undersøkelsen tilpasses etter de mulighetene som de ulike hjelpemidlene gir.

Jeg lar n være et naturlig tall og $p(n)$ være antall primiske tallpar i området fra og med (1, 1) til og med (n, n), altså antall tallpar (a, b), der $1 \le a \le n$ og $1 \le b \le n$ og der $sff(a, b) = 1$. Endelig lar vi andelen være gitt ved $f(n)$, der

$$f(n) = \frac{p(n)}{n^2} \qquad (1)$$

Tallet $f(n)$, altså andelen av primiske par, synes å svinge litt. Kan det være riktig at det stabiliserer seg noe i overkant av 0,6? Da er jeg kommet så

n	n^2	$p(n)$	$f(n)$
6	36	23	0,638
10	100	63	0,630
20	400	255	0,638
100	10 000	6 087	0,609
200	40 000	24 463	0,612
500	250 000	152 231	0,609

Tabell 3

langt at jeg kan presisere problemet.

Problemet

Vil størrelsen som er gitt i (1), gå mot en grense når n vokser? I så fall, hvilket tall er det som skjuler seg her? Hva er altså det som matematikerne symboliserer som

$$\lim_{n\to\infty} f(n)$$

En foreløpig løsning

Svaret på spørsmålet i overskriften er ja: De fleste av tallparene innenfor en bestemt grense er innbyrdes primiske. Faktisk er noe over 60 prosent det. Brøken $f(n)$ nærmer seg et grensetall, c, når n vokser. Dette tallet c viser seg å være

$$\frac{6}{\pi^2} = 0{,}60792710\ldots$$

Jeg stilte opp et problem om tall og faktorer, altså et problem innenfor tallteorien. Og så ender svaret opp med et uttrykk der π inngår! π er jo et tall som mange forbinder med geometri, sirkler og sylindere! Underlig! Det tyder på at matematikken må ha mange indre sammenhenger. Og det viser at det fins noen faste tall, noen *konstanter* i matematikken som har en meget viktig rolle. En av dem er nettopp $\pi = 3{,}1415\ldots$, og en annen konstant er $e = 2{,}7182\ldots$ Kanskje vi av og til liksom ser toppen av isfjellet når vi første gang blir kjent med en slik konstant, mens mye er skjult?

Men hvorfor akkurat dette tallet c? Går det an å forstå litt mer av sammenhengen vi møter her, og det som ligger under?

Deduktiv tilnærming

Se nøye på disse brøkene:

$$\frac{3}{4} = 0{,}75$$

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9} = \frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$$

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{24}{25} = \frac{16}{25} = 0{,}64$$

Prøv på å fortsette regnestykkene etter dette mønsteret. Nevnerne er henholdsvis kvadrater av primtallene, 2, 3, 5, 7,…, og tellerne er i hver brøk 1 mindre enn nevneren. Men hvorfor nettopp disse tallene?

Jeg skal vise at det grensetallet c som vi søkte og fant foran, nettopp er gitt ved (det uendelige) produktet

$$c = \frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{24}{25}\cdot\frac{48}{49}\cdot\frac{120}{121}\cdot\ldots \qquad (2)$$

Sett at et tallpar (a, b) som velges ut, skal være et primisk par. Ingen primtall må da være faktor i både a og b. For eksempel må paret ikke være slik at primtallet 5 er faktor både i a og b. Sannsynligheten for at 5 er faktor i både a og b er $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}$, dersom jeg velger tilfeldig ut to tall i en stor tallmengde. (Av fem etter hverandre følgende tall vil akkurat ett være delelig med 5.) Sannsynligheten for at begge er delelige med 5, er altså $\frac{1}{25}$. Komplementærhendelsen, nemlig at 5 går opp i høyst ett av a og b, blir da

$$1 - \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5^2} = \frac{24}{25}.$$

Slik resonnerer jeg for ethvert av primtallene p. Sannsynligheten for at ikke p går opp i begge, blir da, via komplementærhendelsen,

$$1 - \frac{1}{p}\cdot\frac{1}{p} = 1 - \frac{1}{p^2}.$$

Slik tar jeg primtallene for meg ett etter ett. Sannsynligheten for at ingen primtall går opp både i *a* og *b*, altså for at *a* og *b* er primiske, blir produktet

$$c = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\cdot \left(1-\frac{1}{7^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{11^2}\right)\cdot\ldots \qquad (3)$$

I større bøker om tallteori, for eksempel hos Hardy og Wright (1979, Theorem 287), finner jeg at uttrykket i (3), altså tallet *c*, er det inverse til summen

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots \qquad (4)$$

Jeg må her vise til litteraturen. Det faller utenfor min ramme her å ta for meg hvert skritt i resonnementet. Interessant nå er det at denne summen (4) fant Euler (1707–1783) et uttrykk for i året 1735. Summen er eksakt lik

$$\frac{\pi^2}{6} \qquad (5)$$

Euler fant løsningen nesten hundre år etter at problemet, det såkalte Basel-problemet, var formulert. Eulers funn markerer en merkestein i matematikkens utvikling. Vi ser hvordan vi i matematikken stadig bygger videre på det andre har gjort.

Konklusjon

Grensetallet *c* er det inverse av (5), altså

$$\frac{6}{\pi^2} \qquad (6)$$

som utregnet blir 0,60792710… Problemet har fått sin løsning.

Jeg blir fylt av undring over slike relasjoner. Et enkelt og lite problem jeg møtte ved terningkast har dype tilknytningspunkter. Uendelige summer og produkter inngår, og de knyttes sammen. Her er forbindelser også til tallet π. Emner som rekker, trigonometri, funksjoner, fourieranalyse – som er store områder av matematikken – bidrar til å gi større innsikt. Det kan vise glimt av matematikkens rike, indre sammenhenger.

Litteratur

Hardy, G. H. & Wright, E. M. (1979). *An Introduction to the Theory of Numbers.* Oxford: Oxford University Press.

Shilgalis, T. W. (1994). Are most fractions reduced? *The Mathematics Teacher, 87*(4), 236–238.

Anne Tronhus Aarøe

Byåsen videregående – en energiskole

Forskerlinjen ved Byåsen videregående skole har i tre år samarbeidet med energibedriften Powel. I tillegg til å ta i mot elever på hospitering har Powel gjennomført ulike undervisningsopplegg sammen med Forskerlinja. Powel har ansatt studenter fra NTNU til å utarbeide, gjennomføre og videreutvikle gode undervisningsopplegg med overordnet tema energi. Et opplegg er rettet mot naturfag, med fokus på bærekraftig utvikling og energi for framtida. Dette prosjektet har gått over flere uker der Powel er med i oppstarten, som veiledere under gjennomføringen og som sensorer på avslutningen av prosjektet. Det andre prosjektet er i større grad rettet mot matematikk og blitt kalt Matematikkdag.

Matematikkdagen gjennomføres på høsten med førsteklassen på Forskerlinja. Målet her er å vise praktisk bruk av matematikk og å se matematikken i en større sammenheng. Denne gangen er sammenhengen; matematikk og vannkraft, i sentrum. Dagen inneholder både presentasjon av studentene og bedriften Powel, oppgaveløsning der oppgavene har tittelen «byggesteinsoppgaver», da de bygger opp til kunnskap for å prestere godt i den avsluttende konkurransen, Nimbus OPEN og selve konkurransen. Oppgavedelen starter med en situasjonsbeskrivelse av to vannkraftverk med hvert sitt magasin, og «byggesteinsoppgavene» tar utgangspunkt i denne situasjonen. Gjennom oppgaveregningen får elevene illustrert hvordan matematikken brukes i beregninger knyttet til vannkraftproduksjon og de blir kjent med begreper som blir brukt i konkurransen på slutten av matematikkdagen. Her inngår blant annet kjente matematikkbegrep som volum, funksjonsuttrykk, grafer og stigningstall. Flere læreplanmål i 1T berøres innenfor hovedområdene Tall og Algebra, og Funksjoner. Elevene skal for eksempel beregne vannføringen (tilsiget) i et magasin, når det er gitt at det strømmer 4 320 000 liter vann inn på 3 minutter og de skal finne et uttrykk for vannføringen som funksjon av tiden. De skal på bakgrunn av det matematiske innholdet i tekster og ut fra grafiske presentasjoner finne uttrykk for vannføring og endring i vannføring. I konkurransedelen får elevene, som er delt i grupper, i oppdrag å drifte to vannkraftverk i to døgn, der det er om å gjøre å få mest mulig energi ut av kraftverkene og å tjene mest mulig på salg av strøm. Elevene får utdelt situasjonsbeskrivelse, regler, prisprognose og tilsigsoversikter. De to vannkraftverkene ligger etter hverandre langs samme elv, slik at vannstanden i det øverste kraftverket påvirker vannstanden i det andre kraftverket. I tillegg til å ha oversikt over vannstand, tilsig og

Anne Tronhus Aarøe
Byåsen videregående skole
anne.aaroe@stfk.no

forbruk, må elevene forholde seg til de variable strømprisene og selge strøm ved mest gunstige tidspunkt. Denne konkurransen kalt Nimbus OPEN er en konkurranse laget av studenter med sommerjobb hos Powel. Nimbus OPEN er en forenkling av Powels produksjons-planleggingsprogram Nimbus. Både konkurransen og det øvrige opplegget ble godt mottatt av elevene og anonyme evalueringer viser at elevene syntes dagen både var morsom og lærerik.

Powel jobber med programvare for produksjon av vannkraft og distribusjon av e-kraft. Gjennom dette prosjektet får elevene et innblikk i matematikken som ligger til grunn for å lage den programvaren som Powel arbeider med. Læreplanmål i 1T som er gjeldende for dette prosjektet er tre kompetansemål innen tall og algebra og to innen funksjoner:

- tolke, bearbeide og vurdere det matematiske innholdet i ulike tekster
- bruke matematiske metoder og hjelpemidler til å løse problemer fra ulike fag og samfunnsområder
- omforme en praktisk problemstilling til en likning, en ulikhet eller et likningssystem, løse det og vurdere hvor gyldig løsningen er
- beregne nullpunkt, skjæringspunkt og gjennomsnittlig vekstfart, finne tilnærmede verdier for momentan vekstfart og gi noen praktiske tolkninger av disse aspektene
- lage og tolke funksjoner som beskriver praktiske problemstillinger, analysere empiriske funksjoner og finne uttrykk for en tilnærmet lineær funksjon

I tillegg til å være et fint prosjekt for matematikk, er det også nyttig i fag som naturfag, samfunnsfag og geografi siden flere temaer i disse fagene også er sentrale i prosjektet.

Dette samarbeidet skole/bedrift videreføres nå gjennom det nasjonale prosjekt, Energiskolene, i regi av Naturfagsenteret og Olje- og energidepartementet. Formålet til Energiskolene er å gi elever i videregående skole kunnskap om lokale energibedrifter og oljeselskap.

www.naturfagsenteret.no/c1525443/prosjekt/vis.html?tid=1520715

Samarbeidet med Powel har vært svært nyttig for Forskerlinja ved Byåsen videregående skole. Elevene har jobbet med et konkret prosjekt i oppdrag fra en bedrift og de har hospitert hos bedriften. Kontakten med studentene og med ansatte hos Powel gir innblikk i arbeidsoppgaver der en realfagsbakgrunn kommer til nytte. Powel har gjort en meget god jobb og viste engasjement ovenfor våre elever og deres fagvalg og senere studievalg. Tilbakemeldingene fra Powel er også entydig gode.

Ruvden[1] og matematikk

Kautokeino ungdomsskole og UiT-Norges arktiske universitet har samarbeidet om å utvikle et undervisningsopplegg om *ruvden* og matematikk. Resultatet av samarbeidet ble markert med et åpent seminar for lærere, studenter og politikere den 18. mars i Tromsø. *Duodji/duedtie/duodje* (samisk håndverk) og matematikk er to fag som sjelden er med i tverrfaglig arbeid. Her er disse to fagene i fokus. I følge læreplanens

Artikkelen er skrevet av:

Anne Birgitte Fyhn
UiT – Norges arktiske universitet
anne.fyhn@uit.no

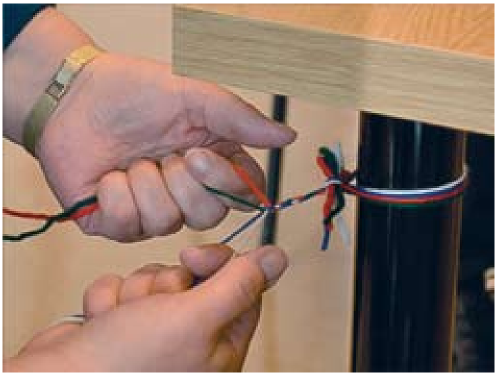
Lærere ved Kautokeino ungdomsskole:
Ellen J. Sara Eira
ejs.eira@kautokeino.kommune.no

Tove Børresen
tove.borresen@kautokeino.kommune.no

Svein Ole Sandvik
svein.ole.sandvik@kautokeino.kommune.no

Ole Einar Hætta
ole.einar.heatta@kautokeino.kommune.no

Ylva Jannok Nutti
UiT – Norges arktiske universitet
ylva.jannok.nutti@uit.no



I flettingen på bildet hører den røde og den grønn tråden hjemme i venstre hånd, mens den hvite og den blå tråden hører hjemme i høyre hånd.

generelle del, avsnitt om kultur og identitet, har Norge et særlig ansvar for samisk kultur og språk, og utdanningen må utnytte de muligheter til berikelse som samisk kultur gir.

Vi tar utgangspunkt i noe som er nært og kjent for elevene og beskriver dette ved matematikk. Matematikk beskriver virkeligheten, men ofte ser vi ikke matematikken rundt oss. For å beskrive *ruvden* ved matematikk, må *ruvden* først være kjent for elevene. Dette innebærer at elevene først må beherske fletteprosedyren og de må ha erfaring med hvordan forskjellig valg av farger gir ulike resultater. I Tangenten har Ann Synnøve Steinfjell tidligere (nr 3/2013) skrevet om hvordan innlæring av denne fletteprosedyren kan skje gjennom fortelling som redskap. Læreplanmålene i *duodji/duedtie/duodje* for ungdomstrinnet sier at elevene skal kunne «beskrive arbeidsprosessen i *duodji/duedtie/duodje* ved bruk av fagterminologi.» Deretter kan elevene beskrive dette ved matematikk. I følge læreplanmålene i matematikk innen området tall og algebra for 10.skoleår, skal elevene kunne «bruke tal og variablar i utforsking, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekt med teknologi og design.» Arbeid med ruvden gir elevene muligheter til å arbeide mot dette målet.

Forventet tid til å lære *ruvden* vil nok variere fra skole til skole, men 2–3 timer er trolig et minimum. Vår erfaring er at 2 timer er omtrentlig tid til matematikkdelen av arbeidet med *ruvden*. Undervisningsopplegget forventes å heve statusen til samisk kultur og derigjennom også kunne heve elevenes motivasjon for matematikk.

Takk til elevene Ann Kristina Somby Gaino og Ronja Kristine Gaup Larsen, og mødrene Josefine Somby og Kristine Marie Gaup for flott innsats.

Videoen «Ruvden og matematikk» finner du her www.youtube.com/watch?v=ID8WdMctFK4, Nordsamisk versjon av videoen finner du her www.youtube.com/watch?v=ts0G5rl1f_Q

Eller du kan finne filmene ved å søke etter «ruvden» og «matematikk» på nettet.

Note

1 *Ruvden* er rundfletting med minst fire tråder.

Jeanette Teien Knapskog

Et motiverende prosjekt

I Tangenten 4/2013 skriver rektor Thore Ryghseter artikkelen «Et spennende prosjekt» hvor han beskriver matematikkprosjektet vi arbeider med på Mjøndalen skole.

Kort om prosjektet

De 5 siste årene har Mjøndalen skole ved nasjonale prøver i regning på 5. trinn skåret under landsgjennomsnittet. Gjennomsnittet har ligget på mellom 1,75 og 1,85. Vi ønsket å øke motivasjon og heve det faglige kunnskapsnivået til elevene, og vi ville klare det uten økt lærertetthet i klasserommet. Høsten 2011 gikk vi i gang. 3. trinn skulle gjennomføre matematikk for både 3. og 4. klasse i løpet av ett skoleår. Neste skoleår gjennomførte vi matematikk for 5. klasse på 4. trinn, men med to ulike læreverk. I dag går disse elevene på 5. trinn og vi jobber iherdig med læreverk for 6. trinn og har i tillegg lagt til noen kapitler fra 7. klasseboka.

Et sentralt mål for skolen har vært å skåre bedre på de nasjonale prøvene. I høst gjennomførte vi nasjonale prøver i regning, og vi var spente på om matematikkprosjektet vårt ville vise igjen på resultatene. Med over to år med hardt arbeid fikk vi også lønn for strevet. Gjennomsnittet for hele trinnet endte på 2,1. En del av elevene våre hadde ikke vært med på prosjektet fra begynnelsen, så vi var nysgjerrig på elevresultatene hos de elevene som hadde deltatt i hele prosessen. For elever som hadde fulgt hele prosjektperioden viste gjennomsnittet 2,2. Vi er godt fornøyd med fremgangen, og vi vil gjerne dele noen sentrale elementer i vårt prosjekt.

Jeanette Teien Knapskog
Mjøndalen skole
Jeanette.Holm@nedre-eiker.kommune.no

Struktur og rutiner

Siden vi bruker flere læreverk, har god struktur vært veldig viktig for å få maksimalt faglig utbytte av timene. Vi har flere bøker å holde styr på, noe som kan være en utfordring for både lærere og elever. Det har blitt innarbeidet rutiner for at elevene kommer raskt til ro, og at de aktuelle bøkene skal ligge klare på pulten sammen med annet utstyr når timen begynner. På denne måten trenger vi ikke bruke unødvendig tid på å finne fram det vi trenger, og vi får en god start på timene. Vi har jobbet mye med å få god arbeidsro i klassen med effektiv og konsentrert jobbing for å rekke gjennom mest mulig. Vi har erfart at strukturen og de gode rutinene har gitt stort utbytte også i andre fag.

Motivasjon og engasjement

Engasjement og entusiasme er en god kilde til motivasjon. Engasjerte lærere med entusiasme for det de gjør, smitter over på elevene. Mye ros og oppmuntring fra lærer på konkrete situasjoner gir elevene motivasjon. Gjennom ros og oppmuntring bygger vi opp elevenes selvfølelse og de får føle på at de er gode. Samtidig som vi gir mye positiv tilbakemelding, vil vi ikke overdrive. Tilbakemeldingen skal være ærlig og konkret, og elevene skal kjenne seg igjen i den. Elevene gir seg selv en bekreftende klapp på skuldra når det er noe de mestrer og når et mål er nådd. Det er ikke flaut å si at «jeg er god i matte, og det er jeg stolt av!»

Vi opplever at det er motiverende for elevene å arbeide med fagstoff som er regnet for høyere klassetrinn. Det kommer stadig kommentarer fra elevene hvor de understreker at de syns de er flinke som arbeider med samme fagstoff som de som er ett og to år eldre enn seg selv. Det varmer et lærerhjerte å høre «yes, i neste time skal vi ha matte!»

Et godt samarbeid med medelever er både gøy og lærerikt. Her er elever godt i gang med terningspillet «Tårnblåsern» som er hentet fra ideheftet «Matematikkdagen 2013»

Samarbeid og flerfaglighet

Valg av gode aktiviteter som fenger for elevene har vært viktig i prosjektet. Våre elever har hatt stor glede av aktiviteter hvor samarbeid er en viktig faktor. De utveksler kunnskap og erfaringer, og de drar god nytte av hverandres sterke sider. Gjennom et sterkt fokus på samarbeidsoppgaver har elevene også lært at vi alle er forskjellige og at vi har ulike styrker. Dette ser vi er med på å styrke samholdet i gruppa.

Vi jobber med mange ulike terningaktiviteter. På klasserommet har vi kofferter med mange ulike typer terninger. Dette er utstyr vi bruker mye! Slipper man fantasien løs er det lett å finne mange aktiviteter og situasjoner hvor terningene kan brukes.

Vi har også tatt med terningene i noen av timene vi har hatt kroppsøving. Da har ulikevarianter av stafettbingo med bruk av terninger vært en populær aktivitet. Elevene deles inn i lag og stiller seg opp på rekker i den ene delen av gymsalen. I den andre delen ligger bingobrett, terninger og blyant klart, ett sett til hvert lag. En fra hvert lag løper om gangen, og det er om å gjøre å få bingo først. Vi har brukt denne aktiviteten en del fordi det er å lage variasjoner av den. Variabler som kan enders er størrelsen på bingobrettet, tallene på terningen, størrelsen på lagene og tallene på bingobrettet. Ved å ta matematikken med oss inn i gymsalen, får vi også flerfaglighet på timeplanen. Denne aktiviteten har skapt mye engasjement og glede i klassen vår.

Kortstokker har vært flittig brukt, og kan brukes til mye. Vi har en time fysisk fostring i uka hvor vi holder på med ulike aktiviteter ute. Her har vi mange aktiviteter vi kan bruke i forhold til matematikk. Et eksempel er en aktivitet vi ofte har hatt ute (bilde 2). Elevene er delt inn i fire lag: hjerterlaget, ruterlaget, sparlaget

Bilde 2

og kløverlaget. Hjerterlaget skal finne hjerter, ruterlaget skal finne ruter, osv. Elevene stiller seg opp på rekker. Et lite stykke unna ligger alle kortene i en kortstokk fordelt utover gulvet (eller bakken om man er ute). En fra hvert lag løper av gangen. Elevene løper opp til kortene og får se på ett kort. Hvis kortet har samme symbol som de er på jakt etter, tar de det med seg tilbake. Hvis ikke, må de snu det igjen og legge det tilbake igjen før de løper tilbake. Når de kommer tilbake til laget sitt, er det den neste i rekka som får løpe. Etter 5 minutter blir de stoppet, og de skal regne ut hvor mange poeng kortene gir dem (Knekt gir 11 poeng, dame gir 12 poeng, konge gir 13 poeng og ess gir 1 poeng). Laget med flest poeng vinner.

Selv om ikke mat og helse står fast på timeplanen for 5. trinn, benytter vi anledningen til å kombinere dette faget med matematikk. På bilde 3 lærer elevene om temaet volum og omgjøring mellom måleenheter. Vi drar også inn brøk og de fire regneartene i denne økten. Samarbeid er viktig!

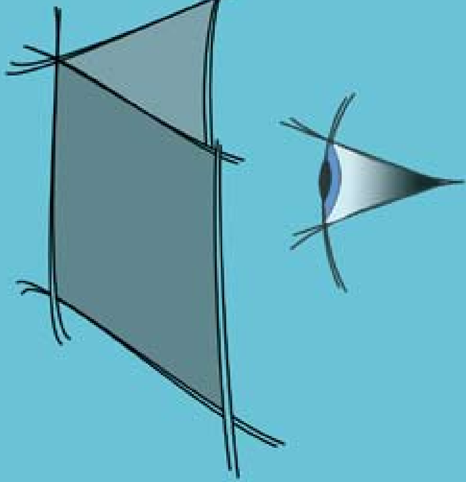
Bilde 3

Samarbeid lærerne imellom

For å lykkes har lærerne i prosjektet hatt et tett og godt samarbeid. Det har krevd tid å planlegge oppgaver og aktiviteter for å komme gjennom fagstoffet, eller finne gode oppgaver til flerfaglighet. Sammen har vi utvekslet ideer og erfaringer, delt gode aktiviteter vi har funnet eller utarbeidet, og vi har hatt gode og lærerike dialoger rundt prosessene. Vi har blitt utfordret på å finne kreative løsninger for å opprettholde motivasjonen til elevene.

Samarbeidet i prosjektet har styrket en allerede god kultur for å hjelpe hverandre og dele gode opplegg med hverandre. Jeg har funnet masse inspirasjon i samarbeidet vi har hatt rundt dette prosjektet, og kanskje kan våre erfaringer stimulere andre til økt innsats på sin egen skole?

Bokomtaler



Eva Pettersson og Inger Wistedt:
Barns matematiske evner
– og hvordan de kan utvikles

Cappelen Damm AS 2013
ISBN 978-82-02-41834-2

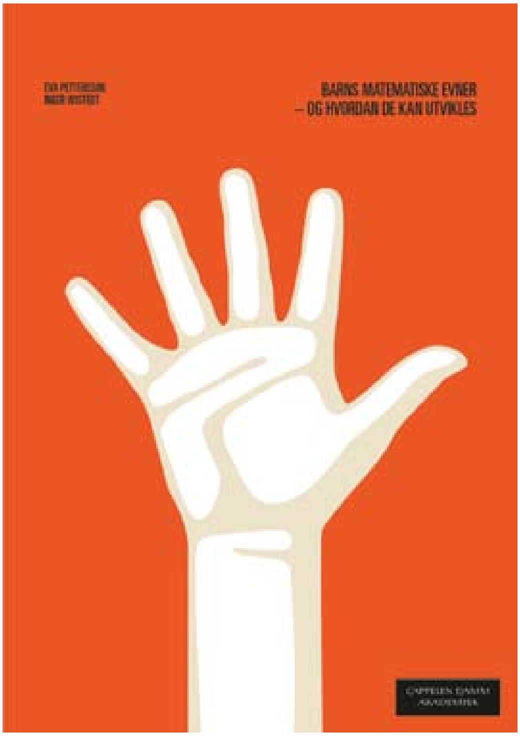
De to forfatterne, Petterson og Wistedt, har i lengre tid forsket på elever med særlig talent og interesse for matematikk. Denne boken er bygget på erfaringer fra to forskningsprosjekter forfatterne har samarbeidet om: «Pedagogik för elever med förmåga och fallenhet för matematik» (2005–2007) og «Pedagogik för elever med förmåga och fallenhet för matematik i en skola för alla» (2008–2010). *Förmåga* og *fallenhet* kan oversettes til norsk som *evne* og *talent*, så forfatternes hovedfokus ligger jo hos de evnerike og talentfulle elevene, men boken er ikke nødvendigvis bare myntet på denne elevgruppen. Som jeg nevnte innledningsvis, handler boken om hvordan matematiske evner kan utvikles, og i dette tilfellet kan det gjelde de aller fleste elever.

Atle Aaltvedt
Masterstudent, Høgskolen i Bergen
atleaaltvedt@gmail.com

Dette er en forholdsvis liten bok med litt over 100 sider lesestoff, så for dem av oss med en interesse for feltet tar det ikke lang tid å lese gjennom. Dersom du også vil utfordre deg selv litt i løpet av lesingen, noe forfatterne faktisk oppfordrer til, er det en rekke små utfordringer og mattenøtter du kan hygge deg med gjennom boken.

Boken er delt inn i seks kapitler som i tur og orden tar for seg forskjellige aspekter ved barns matematiske evner. I de to første kapitlene diskuterer forfatterne hva som er begavelse eller evne, og hva de matematiske evnene faktisk innebærer. Videre beskriver de nærmere hvordan en kan oppdage disse evnene hos elever. I denne beskrivelsen tar de i bruk reelle eksempler de har kommet over gjennom sitt forskningsarbeid. Gjennom faktiske elevers forklaring på problemløsingsoppgaver får en et innblikk i hvordan dyktige elevers matematiske evner kan komme til uttrykk. I sammenheng med elevenes forklaringer diskuterer forfatterne hvordan disse elevene tenker, hvordan det kan arbeides med slike oppgaver, og hvordan slike oppgaver kan stimulere til utfordringer og kreativitet.

I det tredje kapitlet går forfatterne inn på noen av utfordringene knyttet til barn med spesielle matematiske evner. De fokuserer her på viktigheten av at disse utfordringene blir tatt på alvor, og setter dette i sammenheng med myter



og misforståelser som ofte gjør seg gjeldende når det er snakk om denne elevgruppen. I kapitlet møter vi flere elever som på grunn av sine evner har støtt på utfordringer og uheldige episoder i møte med skolen. Gjennom å fortelle om disse barna gir forfatterne en forklaring på hvorfor det er viktig å følge opp denne elevgruppen. De understreker at disse barna ikke kan utvikle seg på egen hånd. Dette er også en gruppe som trenger veiledning, tilrettelegging, støtte og respons, så forfatterne presenterer muligheter og løsninger for å kunne tilrettelegge for dette.

I de to neste kapitlene diskuterer forfatterne organisatoriske og pedagogiske tiltak og løsninger som kan være med på å tilpasse undervisning i skolehverdagen. To tiltak som blir presentert her, er akselerasjon og berikelse, men forfatterne trekker også frem viktigheten av andre undervisningsformer som for eksempel gruppearbeid og diskusjon. I dette kapitlet blir det også benyttet faktiske situasjoner som eksempel på hvordan dette kan gjennomføres. Gjennom situasjonene blir det presentert oppgaver og virkemidler hvor elever og lærer gjennom diskusjon og gruppearbeid kan utforske og berike forståelsen av matematikk.

I det sjette og siste kapitlet, «Mer matte!», avslutter forfatterne med å gi oss mer matte. Med fokus på aktiviteter for innlæring og utvikling av matematiske evner, og med et stikk i siden til puggemetoden, får vi en gjennomgang av spill, leker, oppgaver og utfordringer som stimulerer til økt forståelse gjennom blant annet bevis og figurative forklaringer. Vi får eksempler på aktiviteter som kan benyttes i flere sammenhenger og overfor flere grupper elever.

Gjennom denne boken får vi et raskt, men likevel opplysende bilde av hvordan barns matematiske evner kan utvikles. Med fokus på barn med spesielle matematiske evner får vi en gjennomgang av utfordringer og hjelpemidler som kan være relevante for denne, men også andre elevgruppers skolegang. Boken er egnet for både lærere, lærerstudenter og foreldre som interesserer seg for dette. Den kan fungere som en tankevekker, særlig med hensyn til utfordringer knyttet til den nevnte elevgruppen. Boken består gjennomgående av tips og oppgaver som vil være relevante for de aller fleste mattelærere. Det refereres også mye til utdypende litteratur og flere oppgaver for dem som måtte ønske det.

Dette er en god bok som belyser viktige emner på det matematikkdidaktiske fagfeltet, og som jeg tror de aller fleste matematikklærere kunne ha godt av å lese. Avslutningsvis vil jeg sitere et gjennomgående motto fra boken: «Friskt satset er halvt vunnet!»

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Realfagbygget A4, NTNU
7491 Trondheim
Telefon: +47 73 55 11 42
Faks: +47 73 55 11 40
merete.lysberg@matematikksenteret.no

FYR- prosjektet

Jens Arne Meistad

FYR står for «Fellesfag, yrkesretting og relevans». Prosjektet er et nasjonalt prosjekt og et delprosjekt under overgangsprosjektet Ny GIV.

Prosjektet ble startet opp senhøstes 2011 og er tenkt å vare ut 2016. Prosjektet startet opp med fagene engelsk, norsk og matematikk, mens naturfag kom inn i prosjektet januar 2013.

Som navnet sier er målet å prøve å gjøre fellesfagene på yrkesfag mer yrkesrettet og relevant for elevene. Mange elever på yrkesfag sier at de ser ikke sammenhengen mellom det de lærer i fellesfagene og det yrket de skal inn i etter utdannelsen.

Ny GIV-prosjektet handlet om å gi de svakest presterende elevene på 10. trinn bedre forutsetninger for å komme gjennom videregående skole. FYR-prosjektet er en naturlig videreføring av dette. Mens Ny GIV-prosjektet rettet seg mot deler av ei elevgruppe, retter FYR seg mot alle elever på yrkesfag.

Oppdraget går ut på å utvikle undervisningsressurser gjennom arbeid i lokale og sentrale nettverk. I dette ligger det:

- Finne og registrere de ressursene som allerede brukes av lærerne
- Bidra til at det lages nye ressurser
- Systematisere og spre «de gode eksemplene» til alle

Yrkesretting handler om ta hensyn til fagenes særegenheter. Med utgangspunkt i de 9 ulike yrkesfaglige utdanningsprogrammene er det viktig å ha i bakhodet når en tenker på lage læringsressurser:

- Hvilke arbeidsmetoder utøves i faget?
- Fagets vokabular og språkdrakt?
- Hvilket utstyr og «verktøy» benyttes i faget?

For eksempel må en bruke forskjellige måleverktøy på et kjøkken og ute på en byggeplass.

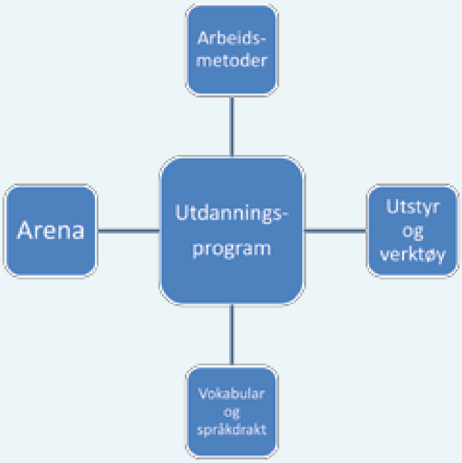
Et siste punkt som er sentralt er «arena»-begrepet. Den ene betydningen kan vi koble mot den fysiske opplæringsarenaen. Må matematikkopplæringen nødvendigvis skje i klasserommet? Eller kan den skje i verkstedet, på laboratoriet, i biblioteket eller på en byggeplass?

Den andre betydningen kan vi koble mot det å skape en god samarbeidsarena for yrkesretting, eller sagt på en annen måte: Hvordan skal vi få til et samarbeid mellom fellesfaglærere og programfaglærere? Denne arenaen må etableres på hver enkelt skole.

Skal FYR-prosjektet bli vellykket er vi helt avhengig av å skape disse samarbeidsarenaene. Jeg tror både fellesfagene og programfagene vil ha stor nytte av det.

Prosjektet skal følges med et forskningsprosjekt, et prosjekt som er tildelt Trondheim Forskning og Utvikling A/S.

Det er viktig at FYR-ressursene, både utprøvde og nye ressurser og ideer, blir gjort tilgjengelige for alle. NDLA er valgt som plattform, og det er etablert et nettsted der alle FYR-ressursene er lagt ut: fyr.ndla.no. Her er det bare å gå inn for å finne ideer, bruke det som ligger der, tilpasse det til egen gruppe og ikke minst: legge inn egne ressurser.



To eksempler på ressurser er gitt i rammene på de neste sidene.

Bordplassering – Restaurant- og matfag – 2 timer

Beskrivelse/ Presentasjon

Oppgaven går ut på at elevene skal foreslå plassering av bord i et selskapslokale ut fra gitte krav til avstander mellom bord og avstander mellom bord og yttervegg.

Det blir arbeid med målestokk i praktiske sammenhenger og lengdemålinger.

Avhengig av hvor krevende man gjør oppgaven, kan en også komme inn på hvordan en skal lage et bord med gitt omkrets.

Et annet mål med denne oppgaven er at en del av informasjonen må hentes fra programfagene. Dermed kobles fellesfag og programfag.

Ressurser

Elevene trenger millimeterpapir i A3-format, saks, linjal og farget papir i tillegg til skrivesaker.

Det enkleste er om elevene får utlevert «ferdige» bord. Alternativet er at elevene selv lager bord ut fra antall personer.

(fortsettes neste side)

Læringsaktiviteter

Situasjon: Hege har fått ansvar for å dekke til i et selskap med 45 gjester. Hun kan velge mellom ulike lokaler, i form og størrelse, men alle har runde bord til 10 gjester. Alle rommene har dessuten servitøringang midt på kortveggen. Hun har snakket med programfaglæreren som sier at følgende krav gjelder:

- Minimum 2 m mellom bord og vegg
- Ikke mindre avstand enn 2,5 m mellom to bord
- Hver gjest skal ha 60 cm bordplass

Servitørene har også ønsket seg et *tilsatsbord* langs en vegg i rommet.

Til elevene: Ved å bruke de utdelte bordene og ta hensyn til kravene over, skal dere foreslå fornuftige lokaler som kan benyttes til selskapet, både i forhold til form og størrelse? Hvordan vil et tilsatsbord påvirke bordplasseringen? (Ikke glem å sikre at servitørene kommer fram i rommet.) Fornuftig plassering i forhold til overblikk og hyggelig stemning? Fordeling av stoler?

Til læreren: A3-arket representerer et stort rom. Det enkleste er å gi elevene ferdige bord, og en mulig start er å begynne med et hjørne og 2 yttervegger for så å begynne bordplasseringen. Deretter vil andre yttervegger gi seg selv. Litt mer avansert kan det være å gi eleven oppgaven å klippe til runde bord til 10 personer som del I.
En annen måte å gjennomføre oppgaven på kan være at eleven får utdelt 3–4 «faste» rom med ulik form og størrelse, og at de må undersøke om rommene dekker opp bordplasseringa til selskapet. (I forhold til A3-ark vil målestokk på 1 : 50 være passende.)

Refleksjon/vurdering

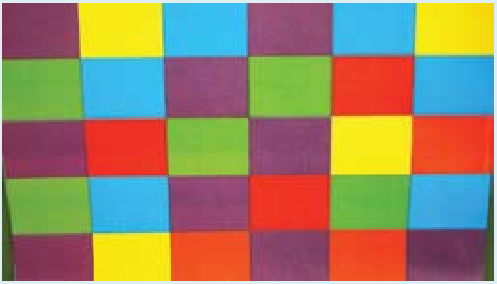
Observer og registrer hvilke strategier elevene benytter og hvordan de resonerer. Lager de seg hjelpelinjer langs veggen? Hvordan måler de avstander? Hvordan tar de hensyn til inngang og tilsatsbord? Hvordan tar de hensyn til hjørner i rommet? Det er viktig at elevene gis mulighet til å prøve seg fram og starte med rom med stor nok plass.

Kompetansemål

Matematikk 1P-Y	Elevene skal kunne gjere overslag over svar, rekne praktiske oppgåver, med og utan digitale verktøy, presentere resultata og vurdere kor rimelege dei er tolke og bruke formlar som gjeld daglegliv og yrkesliv løyse problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum rekne med ulike måleeiningar, bruke ulike målereiskapar, vurdere kva for målereiskapar som er formålstenlege, og vurdere kor usikre målingane er
Felles programfag RM	klargjere lokale og omsetje mat og drikke i samsvar med metodar som gjeld for restaurant- og matbransjane.

Forholdstall og fargelære – Design og håndverk – 45 min

Beskrivelse/presentasjon
Her skal elevene jobbe med begrepet forholdstall og et vanlig forholdstall som Kvantitetskontrast. De skal lære å uttrykke forholdstall som brøker og jobbe med overganger mellom brøk-verdier og %-verdier.



Ressurser
Til oppgaven trenger elevene egen PC, A4-ark, linjal og kalkulator

Referanse:
Løvstad, Å. og Strømme L. (2006) *Design og håndverk grunnbok*, Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS

Læringsaktiviteter
I grunnboken i Design og Håndverk s. 55–58 står det mye om Ittens 7 fargekontraster. En av disse kontrastene kalles for Kvantitetskontrast. I følge Itten har fargene ulik styrke og derfor må vi ha ulik mengde av dem når de skal kombineres i et bilde (se tabellen under).

Farge	Brøkdel av farge i bildet
Gul	1/12
Oransje	1/9
Rød	1/6
Fiolett	1/4
Blå	2/9
Grønn	1/6

Regn ut summen av alle brøkene. Hva forteller svaret deg?
Lag et rutenett på datamaskinen og lag en komposisjon med alle 6 fargene der du følger Goethes og Ittens filosofi for harmoni mellom fargene.
Oppgi forholdet mellom mengden av rød og fiolett farge i rutenettet.
Hvor mange prosent av rutenettet dekker de ulike fargene?
Regn ut arealet av et A4-ark. Hvor stort areal av hver farge må det være dersom fargeleggingen skal følge kvantitetskontrasten?
På A4-arket skal rødfargen dekke rektangler med lengde 3 cm og bredde 2 cm. Hvor mange rektangler med rød farge kan du omtrent ha dersom du skal oppfylle kvantitetskontrasten?

(fortsettes neste side)

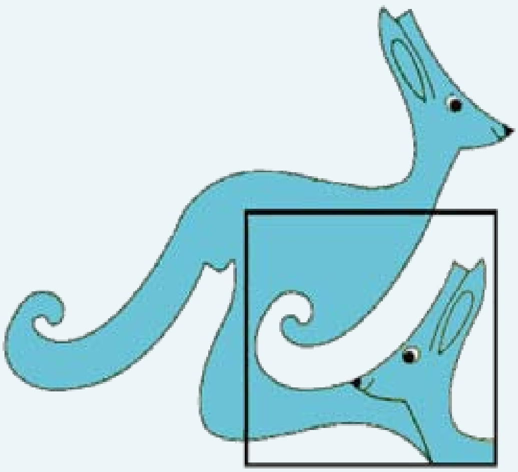
Refleksjon/vurdering

Denne oppgaven utfordrer eleven spesielt på addisjon av brøk og overgangen mellom brøk og %-verdi. Oppgaven kan gjennomføres som en enkelt oppgave i matematikk, eller den kan kombineres med flere tilsvarende oppgaver til en større oppgave i programfaget.

Kompetansemål

Matematikk 1P-Y	Eleven skal kunne rekne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor løyse problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum
Programfag DH	bruke farger og formelelementer i praktisk arbeid for å skape bestemte uttrykk i produkter eksperimentere målrettet med teknikker, form, farge, materialer og redskaper

KENGURUSIDENE



En ide – flere oppgaver

Anne-Gunn Svorkmo

Årets konkurranse er avsluttet, og alle kenguruoppgaver for 2014 ligger nå til fri benyttelse på Matematikksenteret sine nettsider. Når dette skrives har vi ikke oversikt over hvilke av 2014-oppgavene som ut fra innsendte resultater kan betraktes som enkle, heller ikke hvilke oppgaver som har vært utfordrende for elevene. Vi tar gjerne i mot tilbakemeldinger på årets tre oppgavesett. Er de å betrakte som vanskelig, middels eller enkel? Vårt ønske at hvert sett skal være en god blanding av både enkle, middels vanskelige og utfordrende oppgaver.

Inneværende år er det en oppgave som går igjen i alle tre oppgavesettene, men i ulike versjoner. Oppgaven går ut på at tallene fra 1 til og med 9 er eller skal plasseres i et 3 x 3 rutenett. Spørsmålet er å finne hvilket tall som skal plasseres eller er plassert i ei rute når man får oppgitt summen av nabotallene, eller å finne summen av nabotallene.

Vi som arbeider med Kengurukonkurransen synes det er spennende at elever fra 10 til 16 år blir utfordret på mer eller mindre den samme oppgaven. I tillegg er det interessant at en ide kan utvikles og dermed varieres, gjøres enklere eventuelt vanskeligere ved at noen opplysninger i teksten blir forandret og/eller at spørsmålet på slutten av oppgaven endres. Ettersom de tre utgavene i årets Kengurukonkurranse ligner forholdsvis mye på hverandre, har det vært en liten utfordring å avgjøre hvilken versjon av oppgaven som er den enkleste og hvilken utgave som er mest utfordrende. Hvilken utgave er best for Benjamin? Vi har gjort et valg, og når de som har deltatt har sendt inn sine resultater, vil vi få en liten tilbakemelding på om det ble slik vi hadde tenkt.

De tre utgavene er som følger:

Versjon 1

1		3
2		4

Daniel skrev tallene 1–9 i rutene over. Bildet viser hvordan han hadde plassert tallene 1, 2, 3, og 4. To ruter er naboruter dersom de har en felles sidekant. Tallet 5 skal plasseres slik at summen av tallene i naborutene er lik 9.

Hva blir summen av nabotallene til tallet 6?

A) 14 **B)** 15 **C)** 17 **D)** 28 **E)** 29

Versjon 2

Nina skrev tallene 1–9 i ruteneunder. Bare fire av tallene er synlige. To ruter er naboruter når de deler en sidekant.

1		2
4		3

Nina oppdaget at hvis hun summerer tallene som står i naborutene til 5, får hun 18. Summen av tallene i naborutene til 4 er også 18.

Hvilket tall må Nina ha skrevet i den grå ruta?

A) 9 **B)** 8 **C)** 7 **D)** 6 **E)** 5

Versjon 3

1		3
2		4

Tina skrev tallene 1–9 i rutene over. Bildet viser hvordan hun hadde plassert tallene 1, 2, 3, og 4. To ruter er naboruter dersom de har en felles sidekant. Hvis hun summerer tallene som står i naborutene til 9, får hun 15.

Hvilken sum får hun om summerer tallene i naborutene til 8?

A) 12 **B)** 18 **C)** 20 **D)** 26 **E)** 27

Hvilken av utgavene synes du er den enkleste, og hvilken mener du er den mest utfordrende? Hvorfor mener du det? Presenter de ulike versjonene for elevene dine og spør hva de synes!

En ide til slutt. Hva hvis tallene 1, 2, 3 og 4 i figurene i oppgavene ovenfor byttes ut med 6, 7, 8 og 9? Hvordan blir da oppgaveteksten? Dette er også noe elevene kan utfordres på.

Her er et par eksempler på hvordan formuleringen kan bli, men det finnes flere muligheter (se neste side):

Versjon 1

6		8
7		9

Daniel skrev tallene 1–9 i rutene over. Bildet viser hvordan han hadde plassert tallene 6, 7, 8, og 9. To ruter er naboruter dersom de har en felles sidekant.

Tallet 5 skal plasseres slik at summen av tallene i naborutene er lik 17.

Hva blir summen av nabotallene til tallet 4?

Versjon 2

6		7
9		8

Nina skrev tallene 1–9 i rutene over. Bare fire av tallene er synlige. To ruter er naboruter når de deler en sidekant.

Nina oppdaget at hvis hun summerer tallene som står i naborutene til 5, får hun 18. Summen av tallene i naborutene til 4 er også 18.

Hvilket tall må Nina ha skrevet i den blå ruta?

Du finner det på nett!

I tillegg til hefter og rapporter finner du en rekke andre ressurser på Matematikksenterets nettsider. Slik ser det ut når du åpner sidene for barnehagen.

Det finnes tilsvarende ressurser for grunnskolen og videregående skole.

Gratis GeoGebra-kurs for lærere, elever og lærerstudenter

Anders Sanne

I samarbeid med Kikora, GeoGebra og Senter for IKT i utdanningen, har Matematikksenteret utviklet et selvstudiekurs i bruk av GeoGebra for grunnskolen og videregående skole. Instruksjonsvideoene og oppgavene er utarbeidet av matematikklærer Sigbjørn Hals. Kurset gir grunnleggende programvareopplæring i GeoGebra, og innholdet er strukturert slik at det passer for lærere og elever både på mellomtrinnet, ungdomstrinnet og i videregående skole. Kurset er gratis, og fører fram mot sertifisering som GeoGebra-bruker. Flere tusen elever og lærere i Norge er allerede i gang med å lære seg GeoGebra på denne måten. Besøk nettsiden www.kikora.no/geogebra/ for å lese mer om kurstilbudet, og for å få gratis tilgang for deg og dine elever.

LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
v/Randi Håpnes
NTNU, Realfagbygget
7491 Trondheim

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det overordnede målet for Landslaget for matematikk i skolen er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i grunnskolen, den videregående skole og på universitet/høyskole.

Landslaget skal stimulere til kontakt og samarbeid mellom lærere på ulike utdanningsnivåer og mellom lærere og andre som er opptatt av matematikk.

Styret for LAMIS

Leder
Tone Skori, Akershus
Barnehage/førskole
Else H. Devold, Oslo
Barnetrinnet
Åge Rygsether, Nedre-Eiker
Ungdomstrinnet
Gerd Nilsen, Hedmark
Videregående skole
Per Gunnar Østerlie, Sør-Trøndelag
Høgskole/universitet
Marianne Maugesten, Østfold
Varamedlemmer
1. Grete Tofteberg, Østfold
2. Tor Espen Kristensen, Hordaland

Medlemskontingent

400 kr for enkeltmedlem m/Tangenten
200 kr for husstands-medlemmer
200 kr for studenter m/Tangenten
800 kr for skoler/institusjoner m/Tangenten

Organisasjonssekretær

Gro Berg
gro@lamis.no
41562324

Sommerkurset 2014

6.–8. august i Fredrikstad

Følg med på www.lamis.no for oppdatert informasjon.

Lederen har ordet

Tone Skori

Først og fremst vil jeg takke lokallagsmedlemmene som var på samlingen på Gardermoen, for gode tilbakemeldinger og nyttige innspill som sentralstyret fikk inn til videre arbeid. Blant annet fikk vi forslag til gjennomføring av kommende sommerkurs, innhold til tidsskriftet Tangenten og matematikkdagsheftet. Dette er viktige bidrag.

Denne våren er det innført nye eksamensregler i matematikk muntlig. Endringen er gjennomført for å få en mer rettferdig eksamen for alle elever. Før var det opp til hver enkelt kommune å bestemme hvordan eksamen skulle gjennomføres, nå kommer føringene fra sentralt hold.

Dette er noe av endringene:
1) Obligatorisk forberedelsedel.
2) Elevene får vite hvilket fag de skal opp i, 48 timer før eksamen. Temaet blir oppgitt 24 timer før.
3) På selve eksamen skal elevene presentere temaet som er forberedt i forberedelsedelen, men her kan de også få spørsmål fra flere emner i læreplanen.

Det er kommunen som har ansvaret for gjennomføringen av muntlig eksamen i grunnskolen, og fylkeskommunen i videregående opplæring.

Det overordnede målet for LAMIS er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen slik at alle elever opplever mestring og kjenner at matematikk er nyttig og viktig. Skal vi oppnå dette, trenger vi fortsatt flere lærere som utvider sin kompetanse i matematikkfaget. Jeg håper mange kommuner har oppmuntret sine lærere til å ta videreutdanning i matematikkfaget fra høsten av. I skrivende stund er fristen gått ut for å søke denne videreutdanningen. Etter at PISA-resultatene kom i desember 2013, har kunnskapsministeren gått ut og sagt at vi har en realfagskrise i Norge. Som fagperson er jeg er ikke ensidig enig i dette utspillet. Samtidig ser jeg at det er av betydning at antall lærere som har faglig og fagdidaktisk kompetanse opp til 60 studiepoeng, øker.

Regjeringen har gjort en del endringer når det gjelder videreutdanning for lærere for skoleåret 2014/2015. På www.udir.no kan du lese mer om disse endringene.

I disse dager pågår semifinalen og finalen i matematikkonkurransen Unge Abel på Eidsvoll. Det blir interessant å se alle prosjektene som blir presentert i denne forbindelse. Videre gleder vi oss til å følge den norske finalisten i den nordiske finalen i Vaasa i Finland i starten av juni!

Til slutt vil jeg minne alle om årets sommerkurs, som går av stabelen i Fredrikstad 6.–8. august. Navnet på årets sommerkurs er «Matematikk – selve livet». Jeg gleder meg til å se mange gamle og nye medlemmer der.

Nettkurs om matematikkvansker

Else Devold, sentralstyremedlem i LAMIS

Om kurset

Norsk nettskole tilbyr i samarbeid med Dysleksi Norge et nettkurs for lærere om matematikkvansker/dyskalkuli. Nettkurset «Dyskalkuli» skal sette skolen i stand til å gi elever med matematikkvansker god og tilpasset undervisning. Det finnes ikke en entydig definisjon på dyskalkuli/matematikkvansker, og forskning viser også ulike tall over hvor utbredt problemet er. Men flere undersøkelser som blant andre Olav Lunde viser til, antyder at om lag 15 prosent av elevene har – kanskje unødvendige – vansker med matematikken. En av årsakene til matematikkvansker er didaktiske forutsetninger. Matematikkvanskene har oppstått på grunn av feil eller upresise undervisningsmetoder, ensidig ferdighetstrening eller gal progresjon.

Dyskalkulikurset har fokus på matematikklærerne, men både lærere, skoleledelse og foresatte tilbys kunnskap, ferdigheter og rutiner slik at elevene får den hjelpen de har krav på. Kurset gir foreløpig ikke studiepoeng, men blir tilbudt som ren etterutdanning. Skoleåret 2013/2014 deltar over 200 lærere fra barneskoler, ungdomskoler, videregående skoler og PPT på nettkurset.

Nettkurset består av tolv leksjoner som normalt gjennomføres fra oktober mars. Det legges ut en ny leksjon hver uke, seks leksjoner før jul og seks leksjoner etter jul. Kursdeltagerne må dokumentere at de har lest leksjonen gjennom å svare skriftlig på en oppgave til hver leksjon. Målet er å knytte kursinnholdet opp mot lærernes hverdag og elevenes læring. Et eksempel på en leksjonsoppgave er:

Hvordan mener du kjennetegnene som er omtalt i denne leksjonen, passer på elevene du underviser eller er i kontakt med?

Er noen av kjennetegnene mer fremtredende enn andre, og er det noen kjennetegn som ikke er med her som du mener burde vært på listen?

Kursdeltakerne skriver sine innlegg i et felle kursforum slik at alle deler tanker, undervisingsopplegg og erfaringer med hverandre.

Kurset er hundre prosent nettbasert, det er ingen samlinger og heller ikke faste tider man må være logget på. Kurset inneholder lærestoff, drøftinger og konkret arbeid mot egen skole. Det må regnes med 24–60 timers arbeid totalt, alt etter hvor mye den enkelte ønsker å fordype seg. I tillegg bør det regnes med tid for utprøving i egen undervisning. Alle som fullfører kurset, får kursbevis.

Kursinnhold

I løpet av de tolv leksjonene har vi gått igjennom tema som i tabell 1.

Olav Lunde, som tidligere har arbeidet på Sørlandske kompetansesenter, har strukturert kursinnholdet og har valgt ut relevant litteratur for kurset. Leksjonene skrives ut fra Lundes skisse til innhold og ut fra nyere forskning om dyskalkuli og matematikkvansker. I hver leksjon har vi med henvisninger til hvor man kan lese mer, og hvor på nettet man kan finne relevante artikler som bekrefter det vi skriver i leksjonen. I tillegg lenker vi opp relevante filmer om matematikk og matematikkvansker.

Hva innebærer det å ha matematikkvansker?

Det er ikke mange kjennetegn vi

Uke	Leksjon	Innhold
42	Introduksjon	Arbeidsmåter og navigasjon
43	Leksjon 1	Hva er dyskalkuli/matematikkvansker?
44	Leksjon 2	Kjennetegn på dyskalkuli
45	Leksjon 3	Kartlegging og diagnostisering
47	Leksjon 4	Hvorfor er ikke matematikken blitt lært?
48	Leksjon 5	Lærevansker? Hva er det som er så vanskelig å lære?
49	Leksjon 6	Er strategier det grunnleggende for å mestre matematikk?
05	Leksjon 7	Hvordan får vi i gang mestring?
06	Leksjon 8	Hvilke undervisningstiltak gir god effekt?
07	Leksjon 9	Matematiske begreper og grunnleggende regneferdigheter
10	Leksjon 10	Dyskalkuli i samspill med andre vansker
11	Leksjon 11	Organiseringen av den spesialpedagogiske hjelpen, samarbeid med foreldre og PPT
12	Leksjon 12	Oppsummering

Tabell 1

med sikkerhet kan si er kriterier på matematikkvansker, men noen ser det ut til å være stor enighet om:
1) Store vansker med tellerferdigheten og grunnleggende tallkombinasjoner

Dette innebærer at man ikke klarer å lære seg at 2 + 3 alltid blir 5, eller at 3 + 7 = 10, og eleven må telle seg fram til svaret på alle oppgavene hver gang. Når eleven i tillegg til å ha vansker med grunnleggende tallkombinasjoner heller ikke har gode telleferdigheter, forstår vi at dette blir et stort hinder for at utregninger skal kunne gå raskt og bli riktige.

2) Klarer ikke overgangen fra konkret til abstrakt representasjon

Matematikkvansker kan føre til at elever uten videre finner riktig svar når de får muntlige oppgaver fra hverdagen, men den samme eleven blir hjelpeløs eller må telle på fingrene for å kunne svare på oppgaven 3 + 2. De som ikke klarer overgangen fra konkrete til abstrakte representasjoner, kan ha store vansker med å lære seg addisjons- og subtraksjonstabellen.

3) Store vansker med sekvensering: Visuell persepsjon og visuell bearbeiding av informasjon er svak.

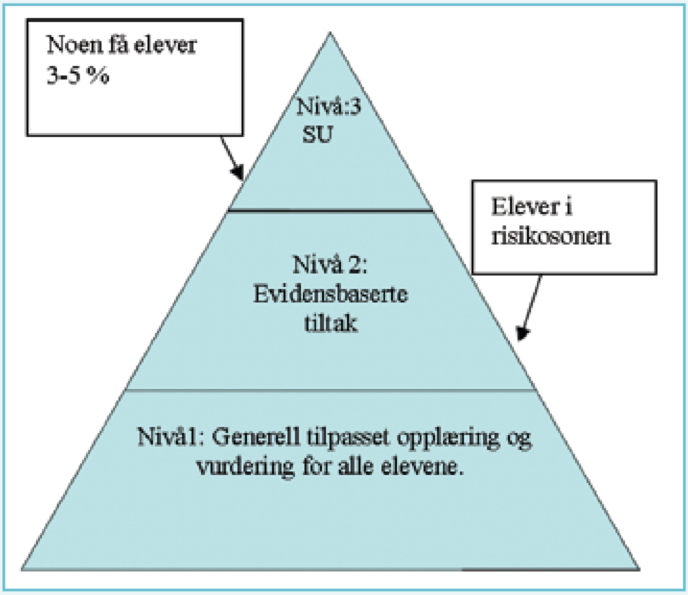
Elevene strever med å se rekkefølger. De ser ikke mønstre i tall og figurer og har vansker med å fortsette et tallmønster eller å finne symmetrier. Dette er ferdigheter man må ha for å forstå ordenstallene og for å kunne begripe posisjonssystemet med enere, tiere og hundrere.

4) Influert av leseferdighet, språkferdighet og begrepsforståelse. Resultatet kan være misoppfatning.

Elevene får matematikkvansker fordi de har manglende lese- eller språkferdigheter. Noen leser ikke godt nok til å forstå hvilket matematisk problem de skal løse, andre kan ha liten forståelse av innholdet i matematiske begreper. De som har lesekompetanse under det som kreves på det nivået de skal være, vil ofte hoppe over tekstene i mattebøkene og så gjette seg til hva de skal gjøre. Dermed får de ikke trening i å lese og tenke, og de utvikler ikke det matematiske begrepsapparatet.

RTI- modellen

I leksjon 11: Organisering av den spesialpedagogiske hjelpen viser vi til RTI-modellen («response to intervention»). Dette er en spesialpedagogisk tilnærming og en systematisk metode for problemløsing i skolen. RTI skal sikre en systematisk vurdering



Figur 1: Fra www.elevsiden.no

av elevenes læringsutbytte. RTI-modellen blir ofte illustrert som i figur 1.

Nivå 1 gjelder den opplæringen som foregår i klassen. Kursdeltakerne kan lese om ulike undervisningsaktiviteter og opplæringsmetoder som kan hindre at elevene utvikler matematikkvansker pga. didaktiske forutsetninger. Vi gir konkrete ideer som kan føre til at flere mestrer matematikken.

Nivå 2 handler om de ca. 20 prosentene av elevene som trenger skreddersydd opplæring. Dette er elever som trenger forsterket opplæring for å mestre matematikken, uten at de nødvendigvis er henvist til PPT. På kurset kan deltakerne blant annet lese om «numeracy recovery». I Storbritannia bruker skolene ulike, men ganske sammenfallende program for matematikkopplæringen som skal sikre elevene et godt læringsutbytte. Ett av programmene er «numeracy recovery». Her får elever som ikke helt mestrer matematikken, på et tidlig tidspunkt i skoleløpet tilbud om støtteundervisning som skal styrke tallforståelsen. Elevene får en halvtimes individuell støtteundervisning i uken der det fokuseres på følgende områder innenfor grunnleggende tallforståelse:

1. Telleferdigheter
2. Tallkjennskap – å forstå at antallet er det samme uansett hvor i mengden man begynner å telle; å kunne legge til eller trekke fra én (n+1/n-1)
3. Tallsymboler
4. Plassverdi og posisjonssystemet
5. Tekstoppgaver og regnefortellinger
6. Oversettelse mellom konkreter og muntlige eller skriftlige representasjoner
7. Avledede regnestrategier i addisjon og subtraksjon – å vite svaret på noen tallkombinasjoner og så telle videre eller bruke ulike kombinasjoner for å finne svaret, kommutativ og assosiativ lov, addisjon/subtraksjon som omvendte regnearter
8. Estimering – å gjøre overslag for å kunne vurdere om svaret er rimelig
9. Automatisering av tabellkunnskaper

Nivå 3 er de 3–5 prosentene av elevene har spesifikke matematikkvansker eller dyskalkuli og må bli utredet av PPT for å få laget en individuell opplæringsplan.

Vil du lese mer om Norsk Nettskoles kurs om dyskalkuli, kan du finne informasjon på dette nettstedet: norsknettskole.pedit.no/web/PageND.aspx?id=1

Litteratur:

Elevsiden om tilpasset opplæring: www.elevsiden.no/tilpassetopplaering/tilfredsstillende_utbytte_av_opplaeringen

Lunde, O. (2009). *Nå får jeg det til! Om tilpasset opplæring i matematikk.* Bryne: Info Vest Forlag.

Lunde, O.: Har eleven matematikkvansker – og hva skal vi gjøre for å oppnå mestring? www.matematikkvansker.net/pdf/artikkel1.pdf

Lokallagssamling 8.–9. februar på Gardemoen

Marta Vassbø, LAMIS Rogaland

Tradisjonen tro møttes representanter for alle lokallagene i februar. I tillegg var sentralstyret og valgkomiteen der.

Først ut etter velkomst, presentasjon og praktiske opplysninger var Svein Torkildsen som presenterte UngeAbel, den nye konkurransen som tar opp arven etter KappAbel. Svein tok seg god tid til en grundig historisk gjennomgang av KappAbel-konkurransen, som startet som en idé i 1996 og fortsatte til den ble lagt ned i 2012. Nå har LAMIS fått i oppdrag fra Vitenskapsakademiet å arrangere en ny konkurranse for niendeklassingene, nemlig UngeAbel. Konkurransen er nå i full gang, og vi fikk innblikk i oppgavetyper og opplegget rundt konkurransen.

Etter en lang og god lunsj var det tid for faglig påfyll fra professor i datalogi ved Blekinge Tekniska Høgskola, Sverige, Bengt Aspvall. Noen av oss hadde allerede opplevd Bengt på sommerkurset i Bergen, og vi så fram til en spennende fortsettelse. Tittelen hans var «Utforske matematikk fra IKT (uten bruk av datamaskin)». Bengt viste oss lette og lekende måter å introdusere matematiske begreper på mens han forklarte og viste hvordan datamaskiner arbeider, helt uten bruk av datamaskiner. Via øvelsene aktiviserte han sitt publikum og gjennomførte forsøk som utvikler matematisk forståelse hos deltakerne. Under foredraget demonstrerte han flere forskjellige øvelser som bygger på det internasjonale prosjektet «Computer Science Unplugged». Takk til Bengt for godt faglig påfyll.

Før dagen var omme rent faglig, hadde vi to mindre poster igjen på programmet. Først fikk vi en presentasjon av valgkomiteen og det arbeidet de skal gjøre fram mot årsmøtet på sommerkurset i Fredrikstad. Deretter ble sommerkurset i Fredrikstad behørig presentert med mange solfylte bilder fra den vakre sommerbyen. Vi kan bare glede oss til sol, sommer og faglig påfyll og samkvem med kjekke matematikkolleger før oppstart av et nytt skoleår. Særlig fristende må det vel være for oss vestlendinger å komme til en sommerby med solgaranti, for det er det vel!? Kom og bli med alle sammen!

Så var det tid for kveldens høydepunkt, en tre retters middag fortært sammen med positive og inspirerende mennesker med en stor fellesinteresse, nemlig matematikk. Det kan absolutt anbefales!

En god frokost gir en optimal start på dagen. Det så ut til at alle deltakerne hadde fått i seg en slik god frokost, for det var en opplagt og forventningsfull gjeng som ventet på Ingvill Stedøy-Johansens foredrag. Ingvill har stått sentralt i arbeidet i LAMIS og i det norske matematikkmiljøet gjennom sine mange år som leder for Matematikksenteret. Nå arbeider hun på Lillestrøm videregående skole, og hun uttrykte stor glede over å være tilbake bak kateteret i skolen. Foredraget hennes hadde tittelen «Undervisning i matematikk, alltid med grunnleggende ferdigheter i tankene». Her fokuserte hun særlig på den grunnleggende ferdigheten skriving i matematikken. Hun tok oss med ut på gulvet i aktiviteter og kom med mange praktiske eksempler som er nyttige for alle trinn i skolen.

Skolematematikk er en balanse mellom aktiviteter, utforsking, øving, pugging og kommunikasjon, påpekte Ingvill. Oppgaver, aktiviteter, organisering og klasseledelse avgjør om elevene tilegner seg lese- og skrivekompetanse i matematikk, og om de bygger opp et begrepsapparat slik at de kan kommunisere muntlig på et høyere og høyere faglig nivå. God bruk av IKT kan være med på å bygge opp slik kompetanse.

Dette er en del av matematikkfaget som skal undervises i skolen. I de reviderte læreplanene skal det også være tydeligere progresjon i disse grunnleggende ferdighetene oppover i klassetrinnene. Det opplevdes som svært nyttig å få nettopp dette fokuset en tidlig søndag morgen. Takk til Ingvill for inspirerende foredrag og nyttige eksempler til etterfølgelse.

Så var tiden kommet for innspill fra lokallagene. Sentralstyret ville gjerne ha innspill til hva vi skal gjøre med våre tre store utgiftsposter, nemlig Tangenten, matematikkdagheftet og sommerkurset. Her kom det fram ulike synspunkter som Gro har samlet og sendt ut til alle lokallagene for videre diskusjon.

Siste post på programmet var presentasjon av Matematikkdag-

heftet 2014 fra LAMIS Nedre Buskerud. Der fikk vi først rørt på oss gjennom ei matematisk løype. Det er alltid gøy å gjøre noe sammen på gruppe. Løypa ble avsluttet med håndvask på toalettet. Svært så hygieniske de er i Nedre Buskerud, tenkte vi, men fikk fort forklaringen da vi kom inn i foredragssalen og ble møtt med oppgaven «Vi forsker i Non Stop». Det er nok mange elever rundt om i landet som blir begeistret for denne oppgaven. Bare synd at Non Stop-pakkene er så dyre. Heldigvis har vi erfart at en kan bli litt sponset av noen butikker når de hører at Non Stop-en skal brukes i matematikkopplæringen.

Ellers var det godt å se at grunnleggende begreper hadde fått så stor plass i årets hefte. Håper det er mange elever rundt om i landet som får nyte godt av alle de gode oppgavene som Nedre Buskerud hadde samlet i årets matematikkdaghefte.

Så var det bare én post som stod igjen på programmet, lunsj.

Takk for nå og vel møtt igjen på sommerkurs i Fredrikstad 6.–8. august 2014.

Sommerkurset 2014 Fredrikstad 6.8–8.8 2014

Kari-Anne Bjørnø Karlsen

Matematikk – selve livet

For mange elever er det vanskelig å se noen praktisk nytteverdi av matematikkundervisningen. Dette ønsker vi i Østfold lokallag av LAMIS å gjøre noe med. Vi ønsker å rette fokus mot overgangene mellom ulike faser i livet, og vi vil ivareta den praktiske tilnærmingen til matematikken vi anvender gjennom livet. Et mål er å skape forståelse gjennom å vise nytteverdien av det elevene skal lære, og vi ønsker å styrke dette gjennom å tilby varierte verksteder og aktuelle plenumsforelesere som bidrar til faglig utvikling for lærere i ulike skoleslag.

Spennende forelesere

Alle våre plenumsforelesere er nå på plass, og vi gleder oss til å presentere spennende foredragsholdere som har noe å tilby alle skoleslag. Gitte Drage fra Vitensenteret Sørlandet kommer, og hun skal snakke om de minste barna gjennom foredraget Pytagoras i tareskogen. Fokuset vil bli rettet mot romforståelse, romoppfattelse og dialogen mellom voksen og barn. Her vil voksnes rolle i dialog med barna være i sentrum.

Vi har også innledet et svært spennende samarbeid med Ungt Entreprenørskap, og UE Østfold vil holde et spennende foredrag for oss. Her vil UE Østfold ta for seg problemstillingen «Entreprenørskapsmetodikk, kan det brukes også innenfor matematikk?». Her blir vi presentert for nye og utradisjonelle arbeidsmetoder innen matematikkfaget, og det vil bli lagt vekt på overgangen mellom grunnskole og arbeidsliv. Vi vil også bli kjent med sciencelinja ved Greåker videregående skole som arrangerer scienceuka med fokus på at realfag er spennende.

Vår siste plenumsforeleser er Sten Rydh. Sten har gjennom mange år vært matematikkforeleser og leder for Mattesmedjan i Bengtsfors. Mattesmedjan arrangerer kurs for lærere, elever og foreldre og henter sin inspirasjon fra suzukimetoden i musikken. Gjennom foredraget «Matematiken – ett underbart sätt att möta verkligheten» presenteres praktiske eksempler på hvordan man kan presentere matematikk på spennende måter på ulike nivåer ved hjelp av enkle, laborative hjelpemidler.

Varierte verksteder

Sommerkurset 2014 vil ha fem ulike parallellsesjoner, og vi kan love mange spennende verksteder. Her vil vi ha noe for alle skoleslag, og det er viktig for oss at alle sommerkursets deltakere skal finne verksteder av interesse.

Følg med på www.lamis.no

Program og annen informasjon ligger på lamis.no, og påmeldingen åpner april. Deltakere bestiller hotellovernatting selv, og vi har forhandlet fram gode priser med Quality Hotel Fredrikstad. Siden sommerkurset i sin helhet arrangeres på Quality Hotel Fredrikstad, anbefaler vi å overnatte her. Vi har forhandlet fram priser hos kun dette hotellet, og det er fint om du kan booke din overnatting direkte hos vår kontaktperson, Helen Granlund. Hun er å treffe på telefon 69 39 30 67 eller på mail helen.granlund@choice.no. Vi sees i Fredrikstad august 2014!