Korden

Regning i alle fag

Å kunne regne handler om å forstå verden rundt seg. Å kunne regne trengs for å forstå ulike fagfelt og sammenhenger i samfunnet. Å kunne regne handler om å kunne et språk som er fleksibelt og plastisk, et språk som tilpasser seg sammenhengene det brukes i.

I dette nummeret skriver lærere om hvordan elever bruker statistikk i norskundervisningen, knyttet til arbeid med egne tekster for å få innsikt i egen skriving og språkbruk. Å lære om tall og måleenheter i fremmedspråk som tysk og fransk, er også læring av språk og kultur. I kunst og håndverk er kunnskap om målestokk i arbeid med forstørrelse og forminskning vesentlig. Elever regner for å innpasse deler, for å få det til å passe, for å danne estetiske former. Ferdigheten «å kunne regne» får betydning ut over å kunne regne rett på papiret.

Mens regning før var matematikklæreres ansvar, er det nå blitt alle læreres ansvar. Når en matematikklærer underviser i flere fag, kan læreren skape sammenhenger for elevene gjennom å se fagene og temaer i sammenheng. For lærere som ikke underviser i matematikk og som arbeider med regning knyttet til sine fag, vil dette kunne være mer utfordrende. Det kreve samarbeid på tvers av fag for å lykkes.

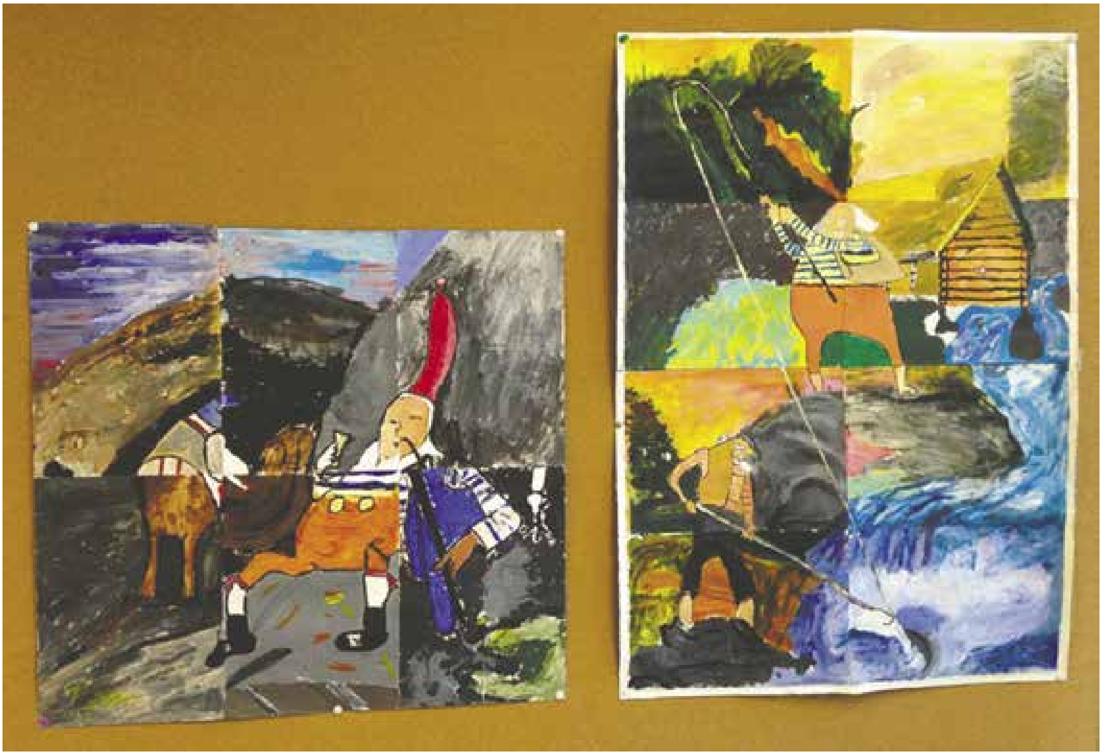
Regning i alle fag fritar ikke matematikklærere fra å knytte matematikk til situasjoner utenfor matematikktimene. Å kunne regne i matematikk, innebærer å ta utgangspunkt i praktiske, dagligdagse og matematiske problem, kan vi lese i læreplanen. Hvordan får vi det til? Hvilke oppdrag kan gis til elevene, som gir reelle erfaringer med regning som nødvendig redskap for å løse praktiske, dagligdagse problem? Hvordan kan vi gi barn og unge tro på seg selv som problemløsere? Gang på gang høres utsagn fra voksne om at de ikke kan matematikk og derfor unngår situasjoner der de tror ferdigheter i regning kreves. Ingen er tjent med voksne som trekker seg ut hver gang de møter krav om regning, fordi de mistet troen på seg selv i skolen. Å kunne regne i ulike sammenhenger, lære seg et språk som fungerer fleksibelt og våge å delta med sitt bidrag der regning anvendes, ser jeg derfor som viktige målsettinger i arbeid med regning i alle fag.

Med dette nummeret sier jeg takk for meg som redaktør. Takk til alle som har bidratt i Tangenten de siste årene. Ønsker den påtroppende redaktøren, Rune Herheim, lykke til med arbeidet!

Toril Eskeland Rangnes

Evy Prestegård

Elevar utforskar proporsjonar i møte med målarkunsten



Figur 1

Tema for denne artikkelen er eit utviklingsarbeid ved Lægreid skule der fokuset var å utvikle den grunnleggjande ferdigheita å kunne rekne. Undervisningsopplegget gjekk ut på at elevane etter eit galleribesøk, der dei fekk sjå bileta til kunstmålaren Nils Bergslien (1853–1928), skulle arbeide på same måten som kunstnaren sjølv. Dei skulle skalere opp eit bilete frå liten til stor målestokk.

Evy Prestegård
Lægreid Skule
e.prestegaard@eidfjord.net

> Å kunne regne i kunst og håndverk innebærer blant annet å arbeide med proporsjoner, dimensjoner, målestokk og geometriske grunnformer. Teikning innebærer vurdering av proporsjoner og- og tredimensjonale representasjoner […] (LK06, 2006, s. 76)

Studie av kunstnaren sitt arbeid

Elevane på sjette trinn har tre timar kunst og handverk i veka. I fyrste økta presenterte eg den lokale kunstmålaren Nils Bergslien. Eg viste bilete på Smartboard samstundes som samtalen gjekk mellom lærar/elev om dei ulike kunstverka eller staden dei er måla. Fleire av desse bileta vil dei seinare møte på galleriet.

I andre økta besøkte me Galleri Bergslien i Eidfjord kommune. Dette gjorde me for at elevane skulle ha ein kontekst å støtte seg på i det vidare arbeidet med kunstverka hans. Aller fyrst gjekk me i fellesskap rundt og såg på dei ulike bileta. Nokre er svært store, og elevane blei tydeleg imponerte: «Det var stort», «Korleis får fekk han til å måle så store bilete?», «Var ikkje det vanskeleg?» Elevane fekk lov å undre seg, og på denne måten inviterte me som lærarar eleven inn i det Skovsmose (1998) kallar eit *undersøkelseslandskap* der eleven var deltakande i noko som gav meining for det vidare arbeidet.

Elevane hadde med seg blyant og skisseblokk. Den fyrste oppgåve var å velje seg eit bilete dei likte, og å lage ei skisse/teikning over motivet. Dei trong ikkje teikne heile biletet, men kunne velje ein del av motivet og gjenskape det. Det gjekk ei stund før alle hadde funne sin plass og sitt motiv.

Grunnen til at elevane gjorde dette, var at dei skulle gjere seg nærare kjende med eit visuelt språk der ulike små variasjonar kan ha mykje å seie for heilskapen. Dei måtte sjå grundigare på eit motiv når dei sjølve skulle gjenskape det. For nokre var dette vanskeleg. Dei hadde berre små A4-ark, og ein elev sa: «Eg får ikkje plass til alt det, på detta vetla arket!» Eleven var tydeleg frustrert, men som lærar håpar og trur eg at eleven som sa dette, oppdaga kunnskapen undervegs i prosessen.

Figur 2: Elevar studerer eitt av måleria på galleriet

Nils Bergslien måla nokre store veggmåleri til det lokalet hotellet her på 1890-talet. Hotellet er borte, men nokre av veggmåleria er tekne vare på her på galleriet. I ein glasmonter ligg det eksempel på korleis han klarte å forstørre opp motiva sine. Han laga i utgangspunktet ei skisse eller eit måleri på eit mindre ark eller lerret. Så delte han heile motivet i ruter, han skissa ruter over motivet (dette ser me heilt tydeleg). Så tok han kvar rute og laga henne ein god del større. På den måten klarte han å vareta proporsjonane i biletet under overføringa frå eit lite bilete til eit stort.

Gjenskaping av eit bilete

Som neste del av arbeidet fotograferte eg to av bileta til Bergslien. Kvart foto vart kopiert og skrive ut i A4-storleik. Eg klipte dei opp i like store bitar. Eitt bilete vart delt i 2×4 bitar, det andre i 2×3 bitar (sjå figur 1). Kvar elev fekk kvar sin bit av måleriet. Dei visste ikkje korleis heilskapen såg ut (enno). Det endelege motivet var ikkje viktig i denne fasen. Dei skulle saman gjenskape bileta av Bergslien ved å skalere motivet på sin vesle bit opp til A4-storleik. Når me set dei saman til store veggmåleri, blir motiva 8 og 6 gongar så store som eit A4-ark.

Tanken bak dette arbeidet er at elevane skal få kjennskap til ein måte kunstnaren nytta for å forstørre motiva sine samtidig som han tok vare på proporsjonane i bileta. For at elevane verkeleg skal forstå dette arbeidet, trur eg det er nyttig å gjere det i praksis. Det spennande med dette er korleis elevane tenkjer når dei får oppgåva. Vil tankane gå rundt matematiske omgrep som proporsjonar og målestokk? Eller vil elevane finne andre måtar å tenkje på? Kva rekneferdigheit vil dette krevje av elevane?

Eleven får berre eit utsnitt av biletet og får ikkje sjå heile biletet. På den måten blir fokus ikkje fyrst og fremst på motivet, men på kva eleven ser på sitt utsnitt av biletet. Oppgåva blir å få det så likt originalen som mogeleg, og det betyr heller ikkje noko om eleven målar sin bit opp ned. Fleire av bitane har ikkje eit klart motiv, berre ulike fargesamansetningar (sjå døme på bilete). Her må elevane sjå på linjer, ljos og proporsjonar ut frå den vesle biten. Sidan dei andre elevane målar bitar av det same måleriet, bør både fargebruk og linjer ut og inn av biletet stemme godt overeins med originalen.

Figur 3: Diskusjonen gjekk rundt bordet etter at oppgåva var presentert.

Kva rekneferdigheit bør elevane kunne her? Dei bør kunne sjå noko i forhold til noko anna. Elevane må kanskje kjenne til kva proporsjonar er. Skalering er eit utrykk som kanskje ikkje er mykje brukt på mellomsteget eller blant lærarane, men det er det elevane skal gjere. I følgje Hinna, Rinvold og Gustavsen (2012, s. 519) vert forma bevart når ein skalerer, men ikkje nødvendigvis størrelsen. Korleis størrelsen endrar seg avheng av skaleringsfaktoren eller målestokken. Det kan vere utfordrande å snakke om storleik når ein skalerer, fordi me kan snakke om lengdestorleik, arealstorleik eller volumstorleik. Når me gjer måleriet åtte gonger så stort, til dømes, er det arealstorleiken me snakkar om. Målestokken derimot seier som oftast kor mykje ei lengde vert forstørra. I dette tilfellet vert derfor målestokken .

Elevane vil kanskje spørje «I kva målestokk skal me forstørre opp dette biletet?» eller «Kor mange centimeter er denne sida i høve denne?» Eg reknar med at tidleg i prosessen vil ord som centimeter og kanskje meter dukke opp. Her bør læraren leggje til rette for at elevane kan utveksle erfaringar med kvarandre, diskutere oppgåva og sjølve kome fram til ei løysing.

Elevane sin samtale

I denne situasjonen hadde eg bestemt meg for å vere mest mogeleg observatør. Eg ville prøve å lytte og forstå korleis elevane tenkte og jobba seg fram til ei løysing mest mogeleg på eiga hand. Alle namn på elevar er fiktive.

Fire gutar sit saman på ei rekkje, og mellom dei går samtalen. Even: «Ein centimeter på det vesle blir tre centimeter på det store». Så tenkjer han litt før han fortset: «Det vesle er tre gonger så lite.» Morten sit ved sida av og seier: «Tenkemåten min er ikkje å måle, men å forstørre heile arket, berre gjere det større, eg tenker at eg ikkje veit.» Even er ivrig etter å hjelpe dei andre og spør Morten: «Skal eg hjelpa deg? Finn ein linjal, mål ein centimeter.» Morten sit med ansiktet krølla, «hmmm». Even fortset med å vise Morten: «Sjå, her er det 2,5 centimeter, det skal bli tre gonger større, kan eg få ein kalkulator?» Han rettar spørsmål til læraren (meg).

Figur 4: Ein av elevane meiner å ha funne ei løysing.

Eg går til neste bord for å sjå korleis det går der. Thomas: «Eg teiknar alt litt større, veit ikkje heilt korleis eg tenker.» Han teiknar linjer på arket. Johannes lurer: «Problemet er steinane.» Men Even er ivrig etter å hjelpe: «Då tek du dei etterpå.» Even måler med linjal på medeleven sitt ark, han reknar med kalkulator og teiknar punkt på arket der dei ulike delane av biletet skal inn. Even fortset å prate, men vender seg til læraren og seier: «Me har ku-matte no, for i matte jobbar me med å forstørre ting» (ku for kunst og matte for matematikk). Even fortset å hjelpe Morten: «Om skissa skal vera tre gonger så stor – kor vil du begynne då?» Morten svarar: «Dette er den vanskelegaste teikninga eg har teikna i heile mitt liv.» Even arbeider med linjal innan rekkevidde heile tida. Johannes har laga heile skissa utan å bruke hjelpemiddel.

Medan elevane jobbar går praten om laust og fast. Morten: «Dette ser ut som ein bil.»Even ser ut som han tenkjer, og spør læraren: «Kor stort skal dette bli til saman?» Even seier vidare: «Bildet var A4 … då må eg rekna» og måler arket sitt med linjal og reknar på kalkulator. «Då blir det 168 centimeter høgt!» utbryt han entusiastisk. Han tek seg raskt inn att: «Nei, det blir jo feil, det er åtte ark til saman». Læraren: «Kor stort blir det då?» Even svarer: «Eg veit ikkje kor mange brikker det er.» Læraren svarer at det er åtte. Even «Ja, men kor mange i høgda og kor mange i breidda, det veit eg ikkje.» Læraren svarer: «Ja, men du veit kor stort det opphavleg var?» Even: «Nei.» Læraren svarer: «Jo, A4». Even: «Ååå, då veit eg det, det er 4 i høgda! Juhuu!» Even klappar i hendene…

I denne gruppa var det éin elev, Even, som tok styringa og var ivrig etter å løyse oppgåva. To av dei andre lytta litt, og Morten fekk mest hjelp av Even. Dei andre to andre på gruppa forstørra bilete etter augemål.

Det som er litt interessant i denne situasjonen, er at eg som lærar rettar mest merksemd mot Even, som er raskt framme med linjal og kalkulator. Dette seier noko om fokuset mitt, og i ettertid ser eg at både Thomas og Johannes si tilnærming til oppgåva er vel så interessant. Dei vurderte augemål som den mest hensiktsmessige strategien i denne situasjonen. Kanskje hadde dei så god kjennskap til det å skalere bilete at dei ikkje hadde bruk for å rekne med målestokk. Deira forslag vart ikkje vektlagde av meg som lærar. Eg vurderte det ikkje som noko med hensiktsmessig matematisk innhald. Eg klarte ikkje å sjå dette før arbeidet var avslutta. Dette kan forklarast med det Rangnes (2012, s. 52) kallar sosiomatematiske normer: Eg, og kanskje klassen, har forventningar om at når elevar prøver å delta og komme med forslag til ulike måtar å løyse eit problem på, så er ikkje alle forslag velkomne. Dei bør ha eit matematisk innhald som helst inneheld rekning og bruk av linjalar eller andre målereiskapar. Thomas og Johannes sine forslag, som tok utgangspunkt i at ein kan løyse problemet ut frå kjennskap til den praktiske situasjonen og ikkje ved bruk av rein matematikk, blei derfor avviste både av meg som lærar og av medelevane i denne situasjonen.

Det var interessant å sjå kor mykje rekning Even brukte i denne aktiviteten. Han gjekk målretta i gang og såg at dette kunne han løyse med rekning, utan at dette var nemnt i forkant. Om det var rett, er eit anna spørsmål, og vidare i oppgåva vil han nok merke om han har teke feil av proporsjonane. Det å sjå eventuelle feil her krev god matematisk forståing av læraren, som faktisk skal handtere desse innspela frå Even. Det meistra ikkje eg i denne situasjonen. I denne gruppa kunne eg nok spela ei meir aktiv rolle. I ettertid ser eg at for å få med dei elevane som streva med oppgåva, kunne eg nok ha stilt meir undersøkande spørsmål for å få elevane i gang. I ei gruppe er det oftast éin eller kanskje to elevar som tek styringa over prosessen, difor var eg glad for at eg hadde delt elevgruppa i to.

Tre gutar og to jenter har sete i eit anna rom. Ei av jentene her har gripe oppgåva på sin måte. Eg kjem inn i gruppa og spør korleis dei har løyst oppgåva. Sofia: «Eg har bretta bildet mitt på midten, då fann eg midten på det som eg fekk. Etter det så bretta eg det store arket likt.» (Sjå figur 5.) Læraren: «Kvifor gjorde du det?» «Då fann eg sånn cirka midten på begge, og då visste eg at fisken skulle vera litt nedanfor midten.» Ho fortsette: «Eg bretta på midten for å plassere fisken, og så såg eg at det var nesten halvvegs, og då fann eg fossen der.» Ei anna jente, Marit, hadde gjort det på same måten, men ho hadde linjalen liggande framfor seg: «Eg brukar linjal, elles blir ingenting rett.» (Sjå figur 6). Eg tenkte at med «rett» meinte ho plasseringa av dei ulike formene på arket, og ikkje at linjene skulle vere rette.

Her er det tydeleg ulike tilnærmingsmåtar til oppgåva. Det med å brette biletet hadde ikkje eg tenkt på.

Potensialet i desse situasjonane

Både Even og Sofia er elevar som klarar seg godt i matematikkfaget. Morten var den av elevane som syntest oppgåva var vanskeleg, og han er ein elev som vanlegvis treng tid og samtale gjennom oppgåver for å klare å løyse dei. Han fekk hjelp hjå medelev Even. Men det hadde vore interessant å sjå korleis denne eleven hadde klart å løyse oppgåva utan at Even «blanda seg inn». Om eg hadde hatt ei meir undersøkjande tilnærming til oppgåva, eller hadde lagt henne fram på ein annan måte, hadde kanskje Morten fått meir fokus på sjølve oppgåva og ikkje på kor vanskeleg ho var. Dei elevane som fekk minst merksemd frå meg, var Thomas og Johannes,

Figur 5: Ei av jentene viser korleis ho bretta arket

Figur 6: Jenta med fisken og fossen

som hadde fortent å bli «sett» for det dei faktisk gjorde. Det er mykje matematisk berekning i overslag, som var den måten dei løyste oppgåva på. Dei brukte rett og slett sin praktiske kunnskap som tilnærming til oppgåva, noko som i grunnen kunne verke meir hensiktsmessig i utgangspunktet.

For å evaluere kva som vart gjort og ikkje, ser eg som lærar at eg kunne ha utvikla denne samtalen til å bli meir undersøkjande for elevane. Dei skulle kanskje fått gruble litt på eiga hand om oppgåva før ein samtale med alle fann stad. Kanskje me i fellesskap kunne ha komme fram til ulike måtar å løyse oppgåva på før me sette i gang? Då hadde kanskje Morten klart å komme med meir konstruktive idear som kunne vist han at ingenting er «feil», og at det ikkje er «farleg» å undersøkje moglegheitene sjølv i vanskelege oppgåver. Johannes og Thomas sin måte å løyse oppgåva på kunne vore trekt fram som ein god og hensiktsmessig måte i denne samanhengen.

Det er ikkje lett å vere lærar i observasjon. Det oppdaga eg i dette arbeidet. Ein har lyst å høyre på kva elevane seier, og korleis dei oppfattar oppgåva, og er redd for å bryte inn og forstyrre dynamikken i samtalen. Eg ser at om ein gjorde det oftare, og på ein litt meir open måte, kunne ein kanskje få elevar som ikkje tør, til å opne seg meir for den undersøkjande rekninga. Eg meiner det er viktig at me «slepper rekninga til» i alle fag slik eg gjorde i kunst og handverk denne gongen. I dette samspelet stod samtalen som utspelar seg mellom elevane, i fokus saman med den praktiske oppgåva som skulle utførast. Elevane fekk høve til å utvikle den munnlege ferdigheita i matematikk. Dei fekk «skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk» (LK06, 2006, s. 37).

I slike praktiske oppgåver handlar det like ofte om å stole på seg sjølv og si eiga dømmekraft. Mange elevar slit med dette på skulen fordi dei er opptekne av at det alltid skal finnast eit «fasitsvar». Samstundes er det å «gjere feil» ei utfordring få elevar taklar. Eg trur at praktiske oppgåver, der elevane ikkje har fasitsvar og må stole på si eiga dømmekraft, oftare vil gi meistring. På den måten blir rekning noko som trengst overalt og ikkje er åtskilt frå det verkelege livet.

Litteratur

Skovmose, O. (1998). *Undersøgelseslandskaber*. Bygger på foredrag «Kritisk matematikkundervisning» ved sommerkurset «Matematik for alle», Landslaget for Matematikk i skolen (LAMIS), Trondheim 6.–8.august 1998.

LK06 (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet grunnskolen* (pedlex). Oslo: Utdanningsdirektoratet

Hinna, K.R.C., Rinvold, R.A. og Gustavsen, T.S. (2012) *QED 1.–7. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen.* Høyskoleforlaget.

Udir, 15. oktober 20014: http://www.udir.no/Utvikling/Ungdomstrinnet/Regning/Undervisningsopplegg-til-regning-i-ulike-fag/Regning-i-kunst-og-handverk1/

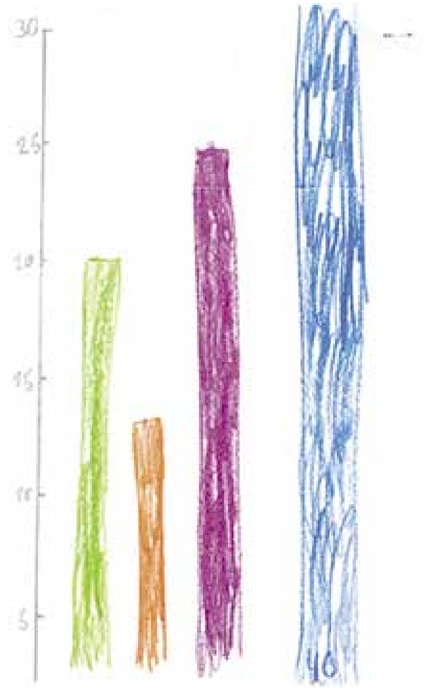
Rangnes, T.E. (2012). Hva regnes som matematisk aktivitet? Koordinering av sosiomatematiske normer. I M. Johnsen-Høines, og H. Alrø (red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis, Bok 1.* Bergen: Caspar Forlag.

Britt Margun Hustveit

Hvor mange brukte ordet rød?

På sjette trinn, hvor jeg er kontaktlærer, har vi tidligere jobbet en del med tekster av ulike slag, blant annet argumenterende tekster og fortellende tekster. Elevene har jobbet med tankekart og tekstoppbygging med innledning, hoveddel og avslutning. Jeg ønsket å jobbe videre med tekstskaping, men da med vekt på beskrivelse og bruk av adjektiv i teksten.

Erfaringene mine er at mange elever i liten grad er bevisst på bruken av beskrivende ord i tekst. Jeg ville undersøke om elevene kunne ha nytte av å bruke statistikk som et verktøy for å utvikle tekster. Tabeller og søylediagram kan gi et visuelt bilde på bruk av adjektiv i en tekst, og spørsmålet jeg stilte meg var: *Kan bruk av statistikk hjelpe elevene til å bruke et mer variert språk i en tekst?*



Figur 1

Å regne på norskfagets premisser

I LK06 står det blant annet at elevene skal kunne uttrykke et variert ordforråd. Selv om dette omhandler muntlig kommunikasjon, ser jeg det også som viktig når det gjelder skriftlig kommunikasjon. Videre er ett av kompetansemålene etter syvende trinn at elevene skal kunne «bearbeide egne tekster på bakgrunn av tilbakemeldinger» (LK06). Søylediagrammet ville fungere som en form for tilbakemelding til elevene, samtidig som elevene fikk en praktisk erfaring i å bruke statistikk til å forbedre eget arbeid.

Statistikk, som blant annet innebærer at elevene skal kunne samle inn data og presentere resultatene, er et viktig kompetanseområde

Brit Margun Hustveit
Garnes skule
britt.hustveit@bergen.kommune.no

i matematikk på mellomtrinnet. Ved å trekke inn regning i faget norsk kunne elevene få et tydeligere bilde av forholdet mellom substantiv og adjektiv.

> *Å kunne regne* i norsk er en ferdighet som forutsetter et annet språk enn verbalspråket. Men disse språkene har et felles kunnskapsområde når det gjelder begrepsutvikling, logisk resonnement og problemløsning. Det gjelder også forståelse for form, system og komposisjon. Ved lesing av sammensatte tekster og sakprosa blir arbeidet med grafiske framstillinger, tabeller og statistikk viktig for forståelse. (LK06)

Oppgaven kunne gi elevene større regneferdigheter innenfor temaet statistikk, men dette skulle skje på norskfagets premisser. Hvilke regneferdigheter ville kreves av elevene i denne oppgaven?

For at elevene skulle kunne systematisere de ulike ordgruppene – verb, substantiv og adjektiv – måtte de lese gjennom teksten sin for å lete etter ord. Elevene måtte telle og gruppere ord. De måtte velge hvordan de skulle holde orden på alle ordene som var viktige for oppgaven. Elevene valgte å lage en tabell. De skulle og kunne lage et søylediagram og kunne ta valg om avstand og verdier på y-aksen. I tillegg måtte de kunne lese en tabell og et søylediagram.

Kunnskapsløftet krever at elevene skal kunne lese sammensatte tekster som blant annet inneholder statistikk og tabeller. For at elevene skal kunne forstå en tekst som inneholder diagrammer, er det viktig at de klarer å lese diagrammet. Forståelsen av et søylediagram kan ha stor betydning for forståelsen av hva teksten handler om.

Mine elever hadde nasjonale prøver i lesing forrige skoleår. Jeg var med da prøven ble gjennomført. Her erfarte jeg at det som var vanskeligst for elevene, var en oppgave som gikk ut på å lese en tabell og svare på oppgaver knyttet til denne. Spørsmål som «Hvor er teksten jeg skal lese?» gikk igjen hos mange elever. Det var vanskelig for dem å forstå at teksten i dette tilfellet var tabellen. Min refleksjon etter dette var at vi i mye større grad må vektlegge at lesing ikke bare handler om ord, men at lesing også innbefatter bilder og diagrammer, det nonverbale språket. For mange elever hører lesing og bokstaver til norskfaget, og tall og regning til matematikk. Vår oppgave som lærere er å gi elevene forståelse for at alt henger sammen, og at det de lærer i matematikkfaget, også spiller en viktig rolle både for norsk og RLE. Statistikk er noe de vil møte på i daglige og faglige sammenhenger.

«Det å arbeide med grunnleggende ferdigheter handler først og fremst om anvendelse. Elevene skal lære å bruke regning i daglige og faglige sammenhenger» (Fauskanger, Mosvold og Reikerås, 2012, s. 77). Mitt mål med undervisningsopplegget var derfor ikke bare å lære elevene om adjektiv og virkningen av disse i en tekst, men også å komme et steg i retning av å lære dem å lage og lese diagrammer. Å arbeide med noe som er personlig relatert, kan gi mer mening for elevene. I mange tilfeller jobber elevene med statistikk gjennom lærerboken i matematikk, der de får en ferdiglaget tabell og oppgaven er å lage et søylediagram ut fra gitte opplysninger. Jeg ønsket å gi dem et personlig forhold til produktet.

Oppgave og mål

Oppgaven ble utført med hele klassen. I etterkant valgte jeg ut noen elever som jeg hadde en samtale med. Vi snakket sammen om hvordan de mestret oppgaven, hva de kunne fra før, og hva de lærte. Samtalesekvensene jeg har gjengitt i teksten, er hentet fra disse samtalene.

Elevens oppgave hadde utgangspunkt i tre bilder (figur 2) med følgende oppgavetekst: Skriv en tekst om grisen og hunden i skogen. Hva skjer underveis? Beskriv en episode.

Etterpå ville jeg at de skulle lete etter substantiv, adjektiv og verb. Antallet ord i hver ordklasse skulle de sette inn i en tabell for så å

Figur 2

lage søylediagram. Før elevene begynte å skrive, fikk de beskjed om å bruke bildene godt. Bildene inneholdt noen detaljer. Jeg valgte å ikke si så mye om detaljene i første omgang, jeg ønsket å se om de selv var bevisst på hva bildene inneholdt. Jeg valgte derfor heller å ha en læresamtale om hvordan teksten kunne begynne og hva teksten kunne handle om.

Etter hvert som elevene ble ferdige med teksten, samlet jeg dem i mindre grupper der jeg gikk gjennom hva bruk av adjektiv kunne gjøre med teksten deres. «Hvor mange brukte ordet 'rød' i historien sin?» var ett av spørsmålene. Ut fra bildene tenkte jeg at «rød» ville være et sentralt ord. Det var bemerkelsesverdig få elever som kunne svare ja på det.

Videre følger en samtale med en gruppe elever om hvordan vi kunne systematisere bruken av adjektiv i historien.

Lærer (L): Hvordan kan vi finne ut om dere har mange adjektiv?
Elev (E): Vi kan telle.
L: Hva skal vi telle?
E: Adjektiv.
L: Men kan vi telle mer enn adjektiv?
E: Hmmm… skal vi ikke finne adjektiv?
L: Jo, men 5 adjektiv kan være bra i en tekst med 3 setninger. Hva med en lengre tekst? Hva er det adjektiv skal beskrive?
E: Vi kan jo finne verb og substantiv.
L: Ja, flott. Hvordan skal vi holde kontroll på hva/hvor mange vi teller?
E: Vi kan farge ordene. Adjektiv kan være rød, verb grønn og substantiv blå for eksempel.
L: Skal vi skrive dette ned eller bare farge de?

Etter litt samtale om systematisering kom de frem til at de kunne lage en tabell.

L: Hva kan vi bruke tabellen til videre?
E: «Vi kan lese tallene og se forskjellene.» «Vi kan lage en kake.» «Da syns jeg det er lettere med sånne søyler.»

De ble enige om å lage et søylediagram.

Skolen vår er med i Regnebyen, et program initiert av Bergen kommune om regning i alle fag. I veiledningen til Regnebyen heter det at et bevisst forhold til egne målsettinger og forståelse av egen læringsprosess uttrykker indre motivasjon for læring, som er den sterkeste drivkraften for læring. (Bergen Kommune, 2013, s. 58).

«Hvis en ikke vet hvor en skal, spiller det liten rolle hvor en går.» Lewis Caroll: Alice in Wonderland. Hentet fra Regnebyen (Bergen Kommune, 2013)

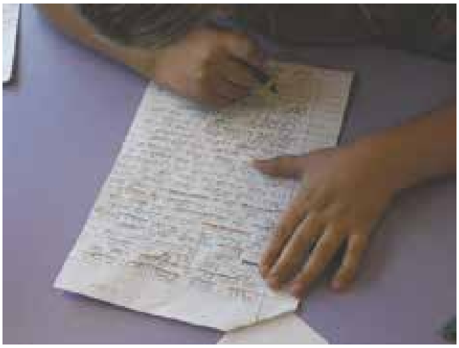
Jeg ville at elevene skulle bli bevisst på hva de skulle gjøre. Elevene er gjennom Regnebyen-programmet kjent med begrepet regnemål. Jeg ville at elevene skulle være med å utforme et regnemål for aktiviteten. Når de nå visste at de skulle lage en tabell og et søylediagram ut fra adjektivene, substantivene og verbene i teksten, kunne de være med på å forme et regnemål, noe som ville gi dem et mer personlig forhold til målet. Eleven blir da, som Regnebyen kaller det, subjekt i egen læring. «Egen motivasjon og egen forståelse av mål er grunnlaget for å utvikle gode læringsstrategier» (Bergen kommune, 2013, s. 60). Målet elevene formulerte var: «Kunne bruke søylediagram for å se mengden av adjektiv».

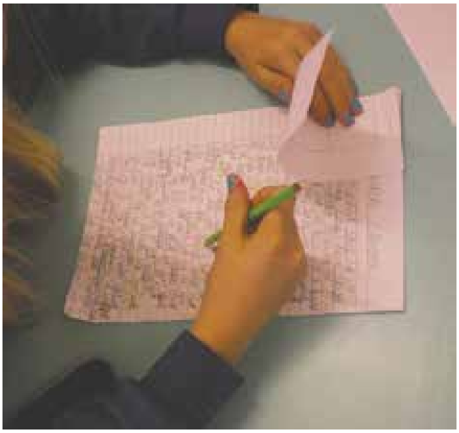
For å forsikre meg om at alle elevene var trygge på de ulike begrepene, valgte jeg å gå gjennom begrepene og forklarte kort hvordan de skulle lage tabell og søylediagram. I etterkant ser jeg at dette kunne vært gjort på andre måter. Et alternativ kunne vært å gi elevene lapper der de kunne skrive ned hva de syntes var vanskelig, eventuelt hva de la i begrepene. Lappene kunne danne grunnlag for undervisningen. Dette ville gitt dem et mer personlig forhold til forklaringene.

Finne ord og lage tabell

Elevene gikk i gang med å farge ord og fylle inn i tabellen.

L: Hva var fordelen med å bruke fargekodene?
M: Lettere å se.
S: Vet hva som er hva.
T: Ellers ville vi lett glemt hva som er hva.
M: Det blir vanskelig å se med gråblyant.
D: Gråblyant er likt alt annet og da mister du kontrollen.





Figur 3

Elevene så selv at orden og ryddighet ga bedre oversikt når de skulle jobbe videre. Det virker som de var bevisst på sorteringen som følger senere, når antall ord skal inn i tabellen og diagrammet. Fargen de valgte, ble videreført til tabellen og deretter til søylediagrammet. Dette valget tok elevene på eget initiativ.

Vi ser på tabellene. En har bare laget streker og de andre har gruppert i femmere.

L: Hvorfor har du laget mange streker?
S: Jeg glemte meg ut. Jeg bare lagde de, så tenkte jeg at jeg bare fortsatte med det.
T: Pappa lærte meg at det var lurt når vi skulle telle. Det er lettere å telle opp 5 og 5. Så sparer vi plass – hi, hi.

Som en ser ut fra tabellene og samtalene, gjorde elevene ulike valg hva gjaldt avmerking.

Figur 4: Tabellen til S

Figur 5: Tabellen til T

Eleven som hadde gruppert i femmer-grupper, forklarte at grupperingen gjorde opptellingen i etterkant enklere og mer oversiktlig.

Søylediagram

Da de skulle begynne med søylediagrammet, møtte mange på utfordringer. Noen valgte å lage diagrammet uten linjal, noe som resulterte i skjeve og ujevne søyler. Andre tenkte ikke over avstanden mellom verdiene på y-aksen. Mens jeg gikk rundt og observerte, stilte jeg spørsmål om nøyaktighet til elevene. Jeg ga ikke spesifikke føringer for hva jeg syntes var unøyaktig, men valgte å vente med dette til vi skulle snakke om søylene senere. Noen valgte å begynne på nytt og å bruke linjal for å få et visuelt finere diagram som også ga et mer nøyaktig bilde over resultatet.

L: Har dere likt mellomrom mellom hvert tall på denne aksen – streken? (peker på y-aksen)

T: Neei. Men jeg hadde ikke tid og jeg syns det er nesten likt.

Her viser jeg dem et eksempel på et søylediagram med overdrevent ulik avstand mellom verdiene på y-aksen, kort avstand fra 1–10 og lang avstand fra 10–20, og spør om søylene gir oss et riktig bilde.

L: Blir dette riktig?

T: Nei, for den med 10 er jo mye mindre enn halvparten av den med 20.

Vi kan se på diagrammet til D (figur 7) at han startet med 1 som verdi på y-aksen, for så å gå over til 5, 10 osv. Selv om dette er en faglig sterk elev, klarte han ikke å svare meg på hvorfor han hadde valgt dette. I matematikktimene viser elevene seg å være flinke til å lage søylediagram, men er det bare teknisk kunnskap? Kan diagrammet til D være et bilde på liten forståelse av y-aksen og dens betydning?

Jeg har spurt meg selv om manglende nøyaktighet kunne skyldes hvilket fag elevene mente de hadde. Kan elevene være mer nøyaktige i matematikk enn i norsk? Som det kommer frem senere i artikkelen, var ikke elevene bevisst på at de jobbet med regning i norskfaget. Jeg sitter igjen med følelsen av at faget kan ha innvirkning på nøyaktigheten. Kanskje ville vi fått andre resultater dersom det hadde vært en matematikktime?

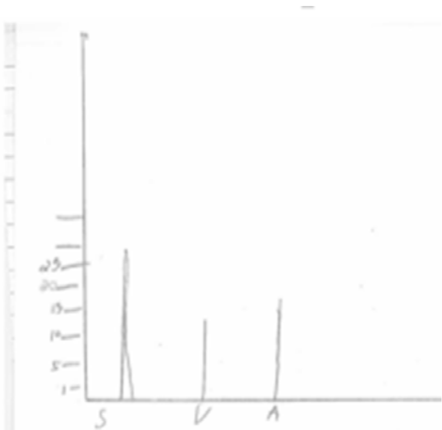
Etter hvert som søylediagrammene ble ferdige, kunne jeg høre enkelte kommentarer summe rundt i klasserommet – «oi, se, jeg har jo nesten ingen adjektiv», mens andre var fornøyd med resultatet av «adjektivsøylen». Søylediagrammet hadde nå gitt et visuelt bilde av bruken av adjektiv.

Videre følger deler av samtalen som hadde med selve søylediagrammet å gjøre:

L: (jeg deler ut oppgavene deres) Se på søylediagrammet deres.

De så på det, og før jeg får begynt å si noe begynner to å snakke seg imellom.

Figur 6: Søylediagrammet til T



Figur 7: Søylediagrammet til D

T: Mitt ble ikke så beint.
T: Oi, hadde du så mange substantiv? (sier det til S)
S: Hva hadde du mest av?
T: Substantiv, så verb, så adjektiv.
T: Lite adjektiv.
S: Jeg hadde 13.

Når en elevgruppe i en samtale fikk utdelt søylediagrammene sine, viste det seg at de gikk rett inn i søylediagrammet og ble opptatt av hvordan søylene så ut, og høyden på søylene. De begynte raskt å hente ut informasjon fra egne diagram og viste interesse for hverandres diagram. Når elevene får et personlig forhold til diagrammet, blir det mer interessant å hente ut informasjon, og det blir lettere for dem å lese det. Denne samtalesekvensen viser at det visuelle er viktig i læringen til elevene.

L: Hva kan dette søylediagrammet fortelle dere?
S: Hvor mye det er av hver ting.
T: Lettere å se hva du har fått.
M: At jeg har brukt veldig få adjektiv.
L: Hvordan kan dere lese dette?
D: S står for substantiv osv.
L: Hva vil det si å lese et diagram?
M: Finner svar ved bare å se i det.
L: Kunne vi bare skrevet for eksempel 15 istedenfor å lage søyler?
M: Ja, kunne jo det. Men vi ser det bedre nå vi ser hvor ulike søylene er.

Ut fra samtalen med elevene virket det som de hadde sett nytten av søylediagrammet. De sa selv at det var lettere å se forholdet mellom substantiv og adjektiv når de fikk det fremstilt som søyler kontra bare å se tallene. Det visuelle ga dem noen knagger å henge kunnskapen på.

L: Fikk dere bruk for noe dere kunne fra før?
S: Det jeg kunne om substantiv.
T: Å lage søylediagram. Det har vi gjort i matten. Greit når det kommer i norsken og.
M: Adjektiv, substantiv og verb.
D: Lese og skrive.
M: Det vi har lært på skolen.
L: Hvorfor tror dere jeg ville at dere skulle lage søylediagram?
S: Da får vi mer orden på arket, vi ser hvor mye det er av hver.
L: Hva har dere lært?

M: At vi kan skrive en tekst ut av alt, til og med en hund og en gris.
D: At det er mer verb en du tror.
T: At vi må jobbe med å være flinkere til å bruke adjektiv.

Her kom det flere svar, men det jeg merket meg, var at ingen sa noe om søylediagram eller tabell. Jeg spurte om de ikke hadde lært noe om det. Da svarte de at det kunne de jo fra før, for det var jo adjektiv de skulle lære om nå.

Jeg kan velge å tolke det på to måter:

- at jeg oppnådde målet om «regning på det enkelte fags premisser»
- at jeg i større grad burde vektlagt betydningen av å kunne bruke regning i alle fag

Vi skal trekke inn regning der det er naturlig. Når elevene ikke er bevisst på at de regner, tenker jeg at det har blitt en naturlig del av opplæringen. De bruker diagram som et verktøy for å nå målet for undervisningen. Men samtidig er det en fordel å bevisstgjøre elevene på at de har regnet i norskfaget. De kan da se at det de lærer i matematikk, er verktøy de kan bruke i alle fag.

Jeg kan ikke si at den ene tolkningen min er bedre enn den andre. For meg ligger det viktige elementer i begge.

Når elevene ikke ser regning i det de har gjort, har de da hatt utvikling i kompetansen hva gjelder statistikk? Har de lært noe nytt med tanke på å lage diagrammer? Ut fra mine observasjoner av elevene tror jeg de har lært noe om tabeller og søylediagrammer. De har måttet lage søylene, og vi har jobbet med begreper rundt det. De har fått erfare å lese et diagram over data de har et forhold til.

Konklusjon

Om bruk av statistikk gjør elevene mer bevisst på å utvikle ordforrådet sitt i en tekst, er vanskelig å svare på ut fra ett undervisningsopplegg med elevene. De fleste elevene fikk interessante observasjoner som fortalte dem noe om bruken av adjektiv. Vi trenger å bruke denne arbeidsmetoden flere ganger for å se om det kan hjelpe dem å utvikle ordforrådet sitt og la det bli en del av praksisen deres. Men til tross for det tror jeg at det kan være en effektiv metode for å gjøre elevene bevisste på valg av ord i en tekst. Jeg observerte mange elever som ivrig diskuterte søylene sine og gikk inn i teksten igjen for å se hvor de kunne brukt mer beskrivelser. Ved hjelp av statistikk har de vurdert sin egen tekst.

Jeg vil avslutte med et sitat fra elevene:

Lærer: Hva har dere lært?
Elev: At vi må jobbe med å være flinkere til å bruke adjektiv.

Litteraturliste

Bergen kommune (2013). *Regnebyen,* Fagavdeling barnehage og skole, Bergen kommune.

Fauskanger, J., Mosvold, R., & Reikerås, E.K.L. (2009). *Å regne i alle fag.* Oslo: Universitetsforlaget.

Hilde-Merethe Ivarhus

Regning i franskundervisningen

LK-06 forteller at «*Å kunne regne* i fremmedspråk er en forutsetning for å forstå og bruke fremmedspråket i forbindelse med kvantifisering, beregninger, målinger og grafiske framstillinger i hverdagslige sammenhenger». Til tross for at regning er nedfelt som en grunnleggende ferdighet også for fremmedspråkene, oppleves det ofte som utfordrende for lærere å drive med regning som en egen ferdighet i faget. Da er det nok enklere å forholde seg til de spesifikke kompetansemålene for tiende trinn som understreker at elevene skal «forstå og bruke tall i praktiske situasjoner».

Selv om regningen er en forutsetning for å nå dette kompetansemålet, blir selve regningen fra et didaktisk ståsted gjerne sett på som en aktivitet på siden av det andre man holder på med. Dette kan føre til at hensikten forsvinner, og at det til slutt hverken gagner regning som grunnleggende ferdighet eller kompetansen til eleven i fremmedspråket.

Som lærer i fremmedspråk opplever jeg ofte at elevene i første omgang oppfatter symboler som f.eks. tallsystemene i fremmedspråket som utfordrende. I tillegg kommer vi ikke utenom en del begreper elevene må mestre på fremmedspråket når tall skal brukes i praktiske situasjoner (*det koster, mer enn, mindre enn, sammenlignet med, 2 av 10, 30 prosent av*). Det gjelder imidlertid å planlegge slik at ulike tema elevene skal gjennom, tidligst mulig blir sett i lys av at regning også skal integreres. Det må være et mål å få elevene til å se at det å forstå og *bruke* tallbegreper henger sammen med det å forstå og bruke et annet ordforråd på fremmedspråket.

Bergen kommune har regning i alle fag som satsningsområde. Gjennom sitt prosjekt Regnebyen har vår skole vært gjennom en kursrekke som har satt fokus på at elevene må få muligheten til å se at regning også er nødvendig i andre fag enn matematikk. «Først da vil de kunne trekke paralleller, samt se hensikten og nytten av ferdigheten» (Regnebyen 2013). Det er nettopp dette som må være motivasjonen til elevene, muligheten til å se sine regneferdigheter komme til nytte i hensiktsmessige dagligdagse situasjoner på fremmedspråket.

Den kulturelle delen av fremmedspråkopplæringen er ett av områdene der forståelse og bruk av tall i praktiske situasjoner kan integreres på en naturlig og hensiktsmessig måte. Det å snakke om antall, mengder, størrelser, valuta, prosenter etc. passer godt både innenfor geografi og historie samt samfunns- og leveforhold i de aktuelle landene.

Når det gjelder regning som grunnleggende ferdighet i alle fag, skal også elevene i fremmed-

Hilde-Merethe Ivarhus
Lynghaug skole
hilde-merethe.ivarhus@bergen.kommune.no

språk forholde seg til de ulike nivåene som er nedfelt i Udir sitt rammeverk for grunnleggende ferdigheter i regning:

1. Gjenkjenne og beskrive
2. Bearbeide og bruke
3. Kommunisere
4. Reflektere og vurdere

I hvilken grad er elevene i fremmedspråk i stand til å forholde seg til de ulike nivåene i ferdighetsområdene ovenfor? Hvilket nivå kan man forvente at elever i fransk klarer å nå? Vil elevene bare klare å nå det laveste nivået siden dette handler om å utføre noe på et annet språk? Dette er noen av elementene jeg vil belyse i en praksisfortelling fra min niendeklasse i fransk på Lynghaug skole.

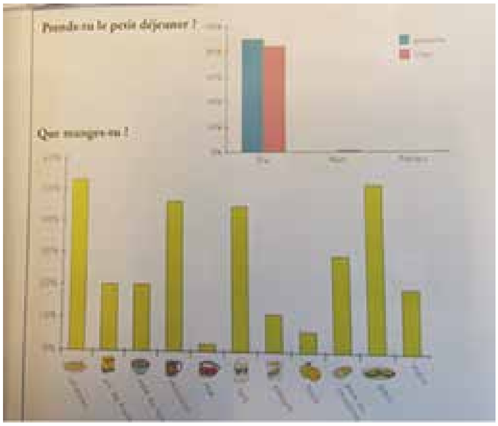
Praksisfortelling fra en franskklasse på niende trinn

Utgangspunktet for et prosjekt med utvidet fokus på regning var at elevene skulle bli kjent med matkulturen i Frankrike, *la cuisine française*, samt lære om og sammenligne matvaner hos franske og norske ungdommer. Målet med undervisningsopplegget var dermed todelt. For det første var det et mål å jobbe med kompetansemålet som sier at elevene skal «sammenligne noen sider ved tradisjoner, skikker og levemåter i språkområdet og i Norge» (LK-06, s. 104). Dessuten ville selve regningen bli naturlig integrert og helt klart falle inn under det spesifikke kompetansemålet for muntlig kommunikasjon, som sier at elevene skal «forstå og bruke tall i praktiske situasjoner» (LK-06, s. 104).

Målet med regning bør også i fremmedspråk være å ufarliggjøre og alminneliggjøre regning som grunnleggende ferdighet. Da kan elevene se verdien av å bruke regnemåter de primært sett lærer i matematikk i ulike praktiske situasjoner. Elevene vil se at begreper innen regning finnes overalt, og at vi ikke nødvendigvis trenger å tenke på regning som en isolert ferdighet, men – som i dette tilfellet – et naturlig redskap for å nå målet om å bli kjent med kulturen i språkområdet.

I prosjektet jeg refererer til, ble elevene i starten informert om kompetansemål, arbeidsmetoder og vurderingskriterier knyttet til prosjektet. Dette var nedfelt i lokal læreplan, og de fikk i tillegg en noe utvidet arbeidsplan som viste progresjon i arbeidet de fem ukene prosjektet varte.

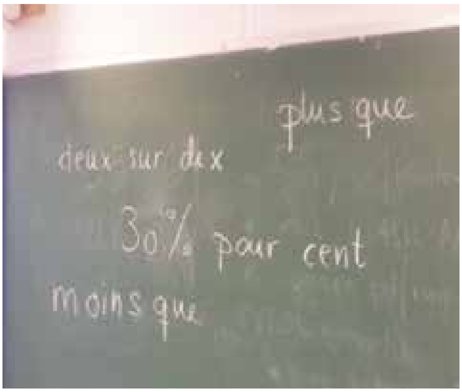
Det første jeg ønsket å spørre elevene om, var hva de tenkte om at regning i fransk skulle være et viktig element i prosjektet deres. Ulike svar som kom frem var: 1) «Det er vanskelig å si tallene på fransk fordi de har et litt annerledes tallsystem enn på norsk.» 2) «Jeg synes det er lett å lese av data fra tabeller, dette er jo akkurat som på norsk». 3) «Vi må kunne snakke med ungdom om forskjeller mellom Norge og Frankrike, da må vi ofte bruke tallbegreper.»



Jeg valgte å knytte prosjektet til *La Semaine du Goût*, «Smakens uke», som hvert år arrangeres i Frankrike. Smakens uke har som mål å gi franske elever en smakebit av tradisjonell og ny mat, samt å sette fokus på kosthold. Elevene fikk se ulike klipp fra YouTube slik at de fikk en førforståelse av hva dette gikk ut på. Deretter leste vi om Smakens uke i læreboken, og vi tolket to ulike statistikker. Statistikkene viste svarene fra en undersøkelse om franske ungdommers frokostvaner. I forlengelsen av dette så vi korte filmsnutter for å visualisere kulturelle likheter og forskjeller mellom Norge og Frankrike, slik som franske matvaner, samt tidspunkt for og innhold i måltidene.

I første omgang var det viktig for elevene å gjenkjenne og beskrive det de opplevde. I førforståelsesfasen øvde vi derfor inn veldig enkle begreper som *2 av 4 svarte* og *50 prosent svarte.* Deretter fikk de sitt første møte med søylediagrammene i boken som nevnt ovenfor, i form av et ja-nei-spørsmål: «Spiser du frokost?» Her måtte elevene lese av og oppgi svaret i prosent. Vokabularet måtte nå utvides slik at de kunne beskrive tallene i statistikkene. Det neste søylediagrammet viste hvor mange elever i prosent som valgte de ulike matvarene til frokosten sin. Også i dette tilfellet måtte elevene nytte seg av uttrykk som *trois sur dix* (tre av ti), *moins que dix pour cent* (mindre enn ti prosent) og *la moitié* (halvparten).

Dermed opplevde elevene allerede i starten at bruk og innlæring av matematiske uttrykksmåter gikk hånd i hånd med innlæring av nytt vokabular i fransk. Jeg vil si at de fleste elevene her befinner seg på nivå to, der de «gjenkjenner mønstre og formulerer problemer som kan løses i ett trinn. [De] analyserer innholdet i tekster og situasjoner der regning inngår» (Udir rammeverk for grunnleggende ferdigheter).



De ulike begrepene for å kunne snakke om statistikk på fransk stod på elevenes arbeidsplan de ukene prosjektet varte. Det viste seg likevel nødvendig å repetere dette minst én gang per uke. Begreper som omfatter regning, er i seg selv utfordrende, og elevene svarer ærlig at så lenge de ikke blir bedt om å pugge noe, så går det ofte like fort ut som inn. Mengdetrening og repetisjon er derfor viktig for å innøve nytt ordforråd i fremmedspråk. Likeledes er det viktig å knytte ordforrådet opp mot reelle eksempler slik at elevene ser bruksområdet for de nye ordene. Denne gangen knyttet vi begrepene opp mot de ulike spørsmålene som elevene brukte i sine undersøkelser. På denne måten ble de også trygge på både spørsmålsstillingen og på hvilke begreper de måtte bruke for å lese og tolke statistikkene.

Det er viktig å presisere at regning ligger som en del av dette temaet fordi det er en utmerket anledning til å inkludere forståelse og bruk av tall i fremmedspråk. Vel så viktig er det at elevene gjør dette til sitt eget. Det ble derfor en god del simulerte intervjusituasjoner i klasserommet forut for spørreundersøkelsen. Det var viktig for elevene at de lærte seg spørsmålene utenat, slik at intervjusituasjonene med franskelever fra egen klasse kunne bli så autentiske som mulig. Det var selvsagt naturlig at spørsmålene til andre elever på trinnet ble stilt på norsk.

Neste fase var dedikert innhenting og bearbeiding av tallmaterialet. Klassen ble delt inn i fire grupper som hadde to spørsmål hver:

– Prends-tu le petit-déjeuner? (Spiser du frokost?)
– Que manges-tu? (Hva spiser du?)
– Prends-tu le déjeuner? (Spiser du lunsj?)
– Que manges-tu? (Hva spiser du?)
– Est-ce que tu dînes avec ta famille? (Spiser du middag med familien?)
– Quel est ton plat préféré? (Hva er favorittretten din?)

– Est-ce que tu manges équilibré? (Spiser du variert?)
– Est-ce que tu manges souvent dans les fast-food? (Spiser du ofte på fast-food restauranter?)

De to første spørsmålene var identiske med statistikken fra boken, slik at vi også ville få dekket intensjonen med å sammenligne matvaner mellom de to kulturene.

Det hersket et herlig kaos i klasserommet i disse sekvensene. Elevene vandret rundt, noterte ned i ulike rubrikker, og de fikk stadig kommentarer fra læreren om at her måtte så mye som mulig foregå på fransk. I tillegg dukket det opp frustrerte elever med spørsmål og kommentarer s om: «Hva var det **hun foretrekker** heter på fransk nå igjen?» « Hvorfor må franskmenn ha så vanskelig tellemåte?» «Hvordan skal jeg uttale …?» «Ha! Det begrepet der hadde en rar uttalemåte.»

Neste fase gikk med til å føre inn dataene i Excel og lage statistikker. Her måtte elevene kombinere det å forstå og bruke tall i praktiske situasjoner med konkrete regneferdigheter og forståelse av hva som skjer med tallmateriale når det legges inn i Excel. Excel er noe som elevene behersker i relativt høy grad, og det kom til uttrykk i spontane kommentarer: «Dette er jo lett, det er jo akkurat som på norsk» og «Nå bruker vi jammen med Excel i fransktimen også.» Her ble min rolle som regnelærer også tydeligere for meg. Jeg måtte ta mitt ansvar for å fronte regning som en naturlig del av franskfaget for at elevene skulle se nytten ved de ferdighetene de lærer i matematikktimene. Selvfølgelig er det alltid utfordringer i slike arbeidsøkter, blant annet med tall som ikke oppfører seg slik man ønsker i feltene. Det gikk derfor litt tid til å få på plass alt materialet. I tillegg måtte elevene lage franske merkelapper på statistikkene. De skulle tross alt snakke om og forklare innholdet på fransk i presentasjonsdelen.

Hvilket nivå kan man si at elevene oppnådde innen det å bearbeide og bruke tallmaterialet de hadde tilgjengelig? Her vil jeg absolutt si at nivå tre, der elevene «velger hensiktsmessige måleenheter og gjennomfører egne undersøkelser», var noe som var overkommelig for alle elevene. I og med at statistikk var et overordnet mål, kan man gjerne si at en del elementer var bestemt for dem.

Målet i neste fase var å snakke fransk sammenhengende, med presis uttale og passende intonasjon. I tillegg til allerede innlært kompetanse i muntlig fransk, var det et krav at både begreper som gikk på selve regnedelen, og nytt fransk vokabular skulle brukes. Det må presiseres at det ble noe ujevn fordeling med tanke på hvor mye veiledning hver og en elev fikk forut for presentasjonen når det gjelder skriftlig og muntlig korreksjon.

Siste timen før presentasjon var det hektisk aktivitet foran pc-en. De siste tallene skulle plottes inn, og statistikken skulle ta seg pent ut. Fremdeles hersket det et herlig kaos av elever som atter en gang måtte forsikre seg om hva prosent het på fransk, og andre som var fortvilet over at Excel ikke samarbeidet, og at statistikkene var forsvunnet. Likevel sto elevene løpet ut, og med unntak av to elever med gyldig grunn presenterte elevene sine resultater på fransk foran resten av klassen. Noen uttrykk ble uttalt med perfekt uttale, mens andre uttrykk var noe vanskeligere for publikum å få med seg. Uansett, elevene kommuniserte sine resultater, de pekte på statistikkene sine, og de nyttet seg både av matematiske begreper og «vanlige» franske uttrykk. De fleste elevene er her i nærheten av nivå tre for kommunikasjonsdelen av de grunnleggende ferdighetene i regning, som krever at de «presenterer resultatene fra regneprosesser på en egnet måte ut fra problemstillingen».

I etterkant av klassepresentasjonene hadde jeg en økt med hver enkelt elev der de leste en tekst fra boken om franske måltider, og der vi samtalte om alle åtte spørsmålene som hadde vært med i undersøkelsen. Her var det begreper som *ofte, sjelden, av og til, to ganger i uken, mer enn en gang i måneden* etc. som var aktuelle. I denne fasen var det nok fransklæreren i meg som var mest fornøyd, etter at begrepene vi hadde brukt lang tid på å lære inn, faktisk satt hos de fleste elevene, slik at det hele kunne arte seg som en så tilnærmet spontan samtale som er mulig med elever som har lært fransk i bare halvannet år. Denne siste samtalen var også viktig for at alle elevene skulle få vist en helhetlig kompetanse innen de ulike målene som var grunnlag for prosjektet.

Jeg satt selvsagt igjen med en del undring i etterkant av prosjektet. Hva hadde elevene lært? Hadde de lært noe om regning, eller bare fransk? Hadde de lært noe i det hele tatt? Jeg var veldig spent da jeg forhørte meg blant elevene. Nå var tiden kommet for at de skulle få muligheten til å reflektere over prosjektet, og for å undre seg over det de hadde foretatt seg. Det kom frem at det som alltid er krevende å lære inn nytt ordforråd. Videre svarte flere elever at de faktisk hadde blitt flinkere i Excel, nettopp fordi de hadde deltatt i hele prosessen: lage spørsmål, gjennomføre undersøkelsen, sette alt inn i Excel og til slutt tolke og kommunisere resultatene. Siden de hadde stått for alt selv, hadde de faktisk fått en bedre forståelse av hva som ligger bak en statistikk slik de får dem presentert i oppgaver.Var elevene blitt mer bevisste på at de trenger regning på ulike områder også i fremmedspråk? Kan vi tolke det dit hen at når elevene blir tvunget til å aktivisere seg selv i større grad, så oppnår de læring på en annen måte? Jeg mener at dette sammenfaller med det som står i Regnebyen: «Det er nettopp gjennom bruk av ferdigheten i **andre** sammenhenger enn i primærfaget at elevene kan se hensikt og nytte ved å beherske ferdigheten». Elevene ble tvunget til å være aktive i store deler av prosjektet, de måtte foreta valg og ta styring. Det var kun når læreren gjennomgikk uttrykk elevene ikke var kjent med, at de var mottakere. Aktiviteten eskalerte derimot når elevene startet med egne spørrerunder der de måtte planlegge og ta selvstendige avgjørelser og samtidig kombinere ordforråd i fransk med begreper de kjenner fra matematikkfaget, men som nå skulle brukes og kommuniseres på fremmedspråket. Når det gjelder de grunnleggende ferdighetene og delen som omhandler refleksjon og vurdering, vil jeg påstå at flertallet av elevene her var et sted mellom nivå tre og nivå fire, der det heter at de kan «vurdere prosessen» samt «vurdere betydningen resultatet har for den situasjonen det skal brukes i».

Jeg sitter igjen med følgende konklusjon: Skal regning i fremmedspråk føre til at elevene blir tryggere på de ferdighetene de lærer i primærfaget, må de aktivitetene der regning inngår, gi mening for elevene. Det vil si at det ikke kan være noe man bare slenger på de lokale læreplanene fordi vi er tvunget til å inkludere regning i alle fag. Det vil være bortkastet energi og ressurser for alle involverte parter. Det store spørsmålet er: Må det til et opplegg av samme omfang som dette prosjektet? Absolutt ikke. Regning, eller bruk av tall i praktiske situasjoner, kan tas ned på et mye enklere nivå og drives med til daglig bare man er bevisst på at aktiviteten man driver med, gir mening med tanke på regning som grunnleggende ferdighet og for å utvikle seg innenfor ulike deler av fremmedspråket.

Referanser

Regnebyen 2013 – Bergen kommune

Kunnskapsløftet LK-06

Udir – Rammeverk for grunnleggende ferdigheter i regning

Iris-Alexandra Knaupe

Regning i tyskundervisningen

Regning i språktimen? Nei, det kan vi ikke ha! Kan du ikke prate med rektoren og si at vi allerede har nok matematikk på skolen? Vær så snill! (Elev på niende trinn.)

Dette var ordene til en av mine elever, som så skrekkslagen på meg da jeg fortalte at vi skulle jobbe med regning i tyskundervisningen. I fremmedspråktimene erfarer jeg at eleven trives og viser både faglig og språklig kompetanse. Som lærer så jeg derfor en gylden mulighet til å påpeke at eleven allerede har jobbet med regning i fremmedspråk og mestrer dette veldig bra. Eleven hadde ikke tenkt over at vi bruker regning på mange måter i språkundervisningen på vår skole, og var forbauset.

Elevene beskriver matematikk som et vanskelig fag, et nesten hemmelig språk de ikke skjønner seg på, og hvor dessverre mange gir uttrykk for lite mestring. Jeg ser det derfor som viktig at vi som språklærere formidler tydelig at regning i fremmedspråk ikke handler om undervisning i geometri eller funksjoner, men i hverdagslig bruk av tall for å mestre fremmedspråk bedre. Elevene skal erfare at regning kommer i mange fasetter og møter oss daglig i situasjoner som de fleste mestrer. Klokkeslett, togruter, bestilling av ferie, å finne informasjon i kakediagrammer er bare noen eksempler på regning i dagliglivet, som er en fast del av all fremmedspråkundervisning. Gjennom veiledning og god tilbakemelding kan vi få mange elever til å erfare mestring i noe de ofte tror er utenfor deres rekkevidde.

I kompetansemålene for fremmedspråk er det konkrete målet for regning at elevene skal «forstå og bruke tall i praktiske situasjoner».[1] Mange lærere jeg har møtt gjennom faglig samarbeid, opplever dette som utfordrende fordi de tenker at regning betyr avansert matematikk, formler og abstrakt tekning. Av den grunn blir regning i fremmedspråk ofte sett på som en påtvunget aktivitet ved siden av selve språkundervisningen som føles kunstig og tidkrevende, og som ikke fremmer selve språkutviklingen til elevene.

Riktignok krever regning i fremmedspråk en del grunnleggende arbeid hvor elevene lærer seg både tall, enkle matematiske begreper samt begreper og formuleringer for å kunne bruke tall i den gitte situasjonen. Men dette kan ofte integreres i undervisningen på en morsom måte som gjør det naturlig for elevene å bruke regning på lik linje med annet ordforråd.

I denne delen av artikkelen ønsker jeg å dele noen av mine opplegg fra tyskundervisningen på åttende til tiende trinn. Som matematikk- og fremmedspråklærer ønsker jeg å flette reg-

Iris-Alexandra Knaupe
Lynghaug skole
iris.knaupe@bergen.kommune.no

ning inn i tyskundervisningen på en så naturlig måte som mulig. I tillegg ser jeg det som viktig å betrakte undervisningen som et treårig løp hvor kunnskapen skal utvides kontinuerlig.

Basert på kompetansemålene for fremmedspråk etter tiende trinn setter jeg følgende mål for tyskundervisningen:

1. Elevene skal lære seg å bruke relevante matematiske begreper i ulike situasjoner.
2. Elevene skal kjenne til måleenheter på tysk, som kan være forskjellige fra det de er vant med fra sitt eget land.
3. Elevene skal utvikle forståelse og evne til å kommunisere om tall, grafiske framstillinger, tabeller og statistikk.
4. Elevene skal utvikle et repertoar av matematiske termer på tysk knyttet til hverdagslivet og generelle og faglige emner.

På 8. trinn begynner man tidlig å integrere regning i fremmedspråk når man introduserer tallene fra 0 til 20 og etterhvert utvider til 1 000 000. Enkel addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon kan implementeres som spill som hverken krever mye tid eller forarbeid. Alt en trenger er mange terninger og konkurranseinnstilte elever! To elever spiller mot hverandre om å få flest poeng. Læreren går gjennom tall og enkle regnestykker først: «*Ich würfele eine zwei und eine drei. Ich habe eine fünf.*» «*Ich habe eine sechs. Ich gewinne*!» («Jeg kaster to og tre. Jeg har fem.» «Jeg har seks. Jeg vinner!») Læreren skriver disse formuleringer på tavlen slik at elevene kan sjekke at de sier det riktig. Så deler en ut to eller flere terninger til elevene, som begynner å spille. Dette er en fin måte å repetere tall på som kan brukes i ti minutter i starten av en time, eller som kan brukes som et avbrekk i løpet av timen. Mange elever blir veldig konkurranseinnstilt, og spillet blir ofte etterspurt i mine timer.

En kan også gjerne gi enkle regnestykker som et avbrekk i timen. Her gjelder det å holde regnestykkene på et moderat nivå slik at alle klarer å løse oppgavene og opplever mestring. Jeg deler gjerne etterhvert elevene inn i grupper og lar dem konkurrere i en *Tag-Team-Challenge*.

Eksempler her er:

– Addisjon: «*Wieviel ist* 22 + 30?» «22 + 30 = 52, *zweiundzwanzig plus dreißig ist gleich zweiundfünfzig.*»
– Subtraksjon: «*Wieviel ist* 24 – 5?» «24 – 5 = 19, *vierundzwanzig minus fünf ist gleich neunzehn.*»
– Multiplikasjon: «*Wieviel ist* 12 · 3?» «12 · 3 = 36, *zwölf mal drei ist gleich sechsunddreißig.*»
– Divisjon: «*Wieviel ist* 30 : 10?» «30 : 10 = 3, *dreißig geteilt durch zehn ist gleich drei.*“

Tyske måleenheter kan fint introdusere i forbindelse med undervisning om juletradisjoner i Tyskland, hvor mange er veldig glade i å bake året rundt. Elevene får undervisning i og kan sammenligne sider ved tradisjoner, skikker og levemåter i språklandet og i Norge. I tillegg får elevene en praktisk tilnærming til undervisningen som gir dem muligheten til å gi uttrykk for opplevelser knyttet til språklandets kultur. Elevene finner en oppskrift på julebakst i Tyskland, oversette den og baker julebaksten selv.

Eksempel: Plätzchen

– 125 Gramm Margarine, 125 Gramm Zucker, 1 EL Vanillezucker, 150 Gramm Vollkornmehl, 150 Gramm weißes Mehl und ein bisschen Zimt

– Rühre alle Zutaten zuammen. Leg den Teig für 30 Min. in den Kühlschrank. Den Teig ausrollen und Plätzchen ausstechen. Bei 190°C für 15 Min. backen.

Dato er en av de enkleste formene for kommunikasjon om tall i hverdagslige situasjoner og kan brukes på mange forskjellige måter.

– I begynnelsen av timen kan en spørre om datoen på tysk. «Welches Datum ist heute?» «Heute ist der 6. Dezember 2015.»
– En kan regne med dato. «Heute ist der 6. Dezember. Noch 18 Tage bis Weihnachten.» (Det er 6. desember i dag. Atten dager igjen til jul.)
– Årstall er en naturlig del av samtaler om hendelser eller personer. «Michael Schumacher wurde am 3. Januar 1969 geboren.» (Michael Schumacher ble født 3. januar 1969.)

Klokkeslett og tid er derimot ofte en liten utfordring på åttende trinn siden ikke alle elever klarer å lese en vanlig klokke. Elevene er så vant med digitale klokker at man ofte må repetere klokken på morsmålet før man introduserer tyske formuleringer for klokkeslett.

– «Wieviel Uhr ist es?» «Es ist zwanzig vor acht (07:40).» «Wann fängt die Schule an?» «Um acht Uhr (08:00). Also in zwanzig Minuten (20 min.).» (Hva er klokken? Den er ti over halv åtte. Når begynner skolen? Klokken 08.00. Altså om 20 min.)
– «Wann fährt der nächste Zug?» «Um 11:29 Uhr. Die Fahrt dauert 3 Stunden und 14 Minuten. Sie sind um 14:43 Uhr in Hamburg.» (Når går neste tog? Kl. 11.29. Togturen tar 3 timer og 14 min. Du er i Hamburg kl. 14.43.)

Også valuta kan introduseres på åttende trinn, for eksempel når det samtales om ferie i Tyskland eller Norge. Da kan elevene finne ut av priser for ulike ting som heiskort osv. Det kan gjerne lages et lite prosjekt hvor elevene kan jobbe i grupper og planlegge en feriereise til et valgfritt sted i Tyskland eller et annet tysktalende land. På denne måten får elevene lære om geografi, historie, valuta, reisemuligheter og generelt om fine steder i tysktalende land. Elevene kan så presentere hva de har kommet fram til, for klassen eller for en annen gruppe. På denne måten blir samtaler om tall, samt enkel regning, en del av det å lære tysk.

– «Das Buch kostet € 12,95 und die CD kostet € 9,95. Das macht € 22,90.» «Hier sind € 50.» «Danke, Sie bekommen € 27,10 zurück.» (Boken koster € 12,95, og CD-en koster € 9,95. Det blir € 22,90. Her er € 50. Tusen takk, du får € 27,10 tilbake.)
– «Zwei Skipässe, das macht € 264.» «Also, € 132 pro Person», flüstert Lukas. (To heiskort, det blir € 264. Altså € 132 per person, hvisker Lukas.)

På niende trinn kan tabeller introduseres i undervisningen. Jeg bruker gjerne tabeller når jeg underviser om geografi i Tyskland og for eksempel forteller om de største byene. Det er viktig at elevene jobber seg fram til formuleringene med veiledning av læreren, siden både tall og uttrykk for tabeller er forskjellige på norsk og tysk.

På tiende trinn kombinerer jeg gjerne kompetansemålet om bruk av tall med kompetansemål om å «bruke digitale verktøy og andre hjelpemidler».

Tyskklassen jobber for eksempel med temaet *Multikulti*, som tar opp immigrasjon til Tyskland og hvordan immigranter har integrert seg i Tyskland, samt preget den tyske kulturen siden 1960-tallet. Elevene leser autentiske tekster og finner informasjon i diagrammer og grafer for å prate om antall immigranter, hvor immigrantene kommer fra, og hvor de fleste immigranter er bosatt.

Et siste eksempel fra tiende trinn, og sikkert det vanskeligste innen regning i fremmedspråk, er prosentregning, som avslutter progresjonen av regning i språkfag. Av erfaring kan jeg si at det er viktig å repetere prosentregning med klassen før man begynner på oppgavene.

I temaet miljøvern sammenlikner elevene ikke bare miljøvern i Tyskland og Norge, men diskuterer også hvordan man kan forbedre resirkulering og minske bruk av energi og ressurser. Elevene regner blant annet ut hvor mye energi man sparer ved bruk av lavenergipærer i forhold til vanlige lyspærer.

Konklusjon

Konklusjon min om regning i fremmedspråk er at det kan være en gyllen mulighet til å gi elevene et nytt syn på nytten av regning. Mange elever opplever lite mestring i matematikktimer hvor man underviser matematikk på et mye høyere nivå, men alle elever kan med veiledning og gjennom bruk av spennende aktiviteter i fremmedspråkundervisningen oppleve mestring i regning i fremmedspråktimene. Ofte er det viktig å innføre regning på en morsom og spennende måte før man gjør elevene oppmerksom på at de mestrer regning på et nytt og fremmed språk. Ut fra læreplanen skal regning være en naturlig del av fremmedspråkundervisningen og trenger ikke være noen stor «greie», det kan være nok med ti minutter repetisjon av tall, spill osv. Derfor kan en gjerne bruke regning som et avbrekk, eller til muntlig repetisjon i starten av timen (dato, alder, antall elever osv.). For læreren gjelder det å være kreativ og ikke være redd for å inkludere regning i fremmedspråkundervisningen.

Note

1 Utdanningsdirektoratet, Kompetansemål for fremmedspråk etter 10. trinn. http://www.udir.no/kl06/FSP1-01/Kompetansemaal?arst=98844765&kmsn=-733456800, 09.12.2015.

Referanser

Utdanningsdirektoratet, Kompetansemål for fremmedspråk etter 10. trinn. http://www.udir.no/kl06/FSP1-01/Kompetansemaal?arst=98844765&kmsn=-733456800, 09.12.2015.

Kari Husebø

Regnebegreper i arbeidet med barskogen

Jeg er kontaktlærer for 26 herlige elever på 6. trinn, 17 gutter og ni jenter, og underviser i norsk, naturfag og matematikk. Skolen vår ligger nært knyttet til flotte naturområder. Muligheten til å være ute i naturen med elevene er befriende og gir nye muligheter for læring. Elevene blir mer delaktig i samtale, og urolige elever blir mer konsentrert. Jeg opplever at samtalen mellom lærer og elev blir mer likestilt og elevene undrer seg mer over det de opplever. Å ikke bare lese i en lærebok, og bruke ulike kilder på internett for å lære, men også å gå ut og kunne ta og føle på naturen kan gi elevene en viktig erfaring og dypere læring. Uteskole og praktisk arbeid inspirerer og motiverer elevene. Motiverte og undrende elever er grunnlaget for all læring.

I et naturfagtema om barskogen ønsket jeg å få nærmere innsikt i hvordan elevene brukte begreper knyttet til regning når de systematiserte og kategoriserte funn gjort i skogen. Elevene skulle lære mer om forskjellen på ulike bartrær, og samtidig få en positiv opplevelse i skogen. Planleggingen tok utgangspunkt i naturfagmål i LK06: «Elevene skal kunne planlegge og gjennomføre undersøkelser i minst ett naturområde, registrere observasjoner og systematisere resultatene.» Dette knyttet jeg opp mot regning som grunnleggende ferdighet i faget: «*Å kunne regne i naturfag er å innhente, bearbeide og framstille tallmateriale …*».

Utfordringen var om jeg klarte «å fange opp» hvordan elevene snakket rundt systematiseringen, og hvordan de ville bruke begrep knyttet til regning i faget. Ville elevene gå i dybden når de systematiserte funnene? For å få innsikt i elevenes læring og begrepsbruk, laget jeg et skjema hvor eleven skulle notere det de fant ut (se utdrag i figur 1). Kanskje kunne jeg også gjøre noen oppdagelser knyttet til regning i naturfag som jeg ikke hadde tenkt på, og som ville hjelpe meg med å finne ut hva elevene burde jobbe mer med i matematikk.

Kari Husebø
Liland skole
karhuseb@gmail.com

I skogen og systematisering

Med meg i gjennomføringen hadde jeg en gruppe studenter. Målet var å systematisere funn gjort i skogen, beskrive typiske trekk og si noe om likheter og ulikheter mellom dem. Klassen ble samlet i klasserommet og forklart hva som skulle skje. Studenten viste elevene skjema som elevene skulle bruke til systematisering, og alle ble forklart hva som kunne være lurt å ta med tilbake til klasserommet. Av erfaring er det lurt å presisere hva som er hensikten med å hente inn materiale for å unngå at elever kommer inn med store greiner i stedet for en

Gran	Typiske trekk	Ulikhet med furu	Likhet med furu
Furu	Typiske trekk	Ulikhet med gran	Likhet med gran
Lerk	Typiske trekk	Ulikhet med gran	Likhet med gran

Figur 1

bit av en grein.

Vi gikk samlet til det området vi skulle være i, og elevene gikk ivrig og engasjert i gang med arbeidet.

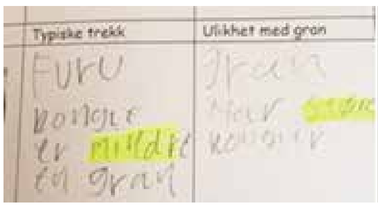
Vi oppdaget raskt at svært mange av elevene faktisk ikke visste forskjell på ulike typer bartrær. Dette gjorde at vi samlet klassen og tok en repetisjon av hva som var furu og gran. Da gruppene var ferdige, samlet vi klassen og gikk samlet inn på «Lerkeplassen» hvor vi studerte lerketreet. Elevene tok så med materiale derfra. Posene ble lagt åpne til lufting slik at de var klar til neste dags bruk.

Neste dag ble timen innledet med at faglige begrep ble gjennomgått. Det ble snakket om hva det vil si å *systematisere*, *beskrive*, og hva mener vi med *typiske trekk*. Mange elever kunne forklare dem. Elevene arbeidet så i grupper og noterte i hvert sitt skjema. Jeg har gruppert observasjoner fra dialogen underveis, begreper og beskrivelser som viser en oppbygging i språket for hvordan elevene beskrev sin systematisering. Min gjennomgang viser eksempler på ulikheter i hvor avansert språk elevene bruker.

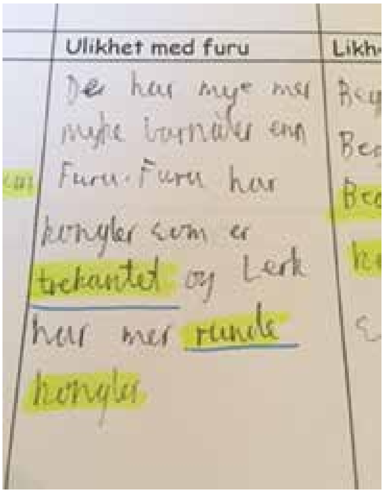
Enkelte klarer å gå i dybden på det de skulle studere og satt ord på det, mens andre viste en fattigere begrepsbruk.

Figur 2

Enkel begrepsbruk. I en gruppe sier en jente: «Denne (gran) har *nåler overalt*, mens denne (furu) har *litt mindre nåler.*» Eleven bruker begrepene mindre nåler om antall nåler, ikke om størrelsen på nålene. Da jeg gjennomgikk skjemaene så jeg at en elev hadde skrevet at konglene vokser *øverst på greinen*. Det kunne vært interessant å høre hva eleven mente med det. En annen gruppe beskrev først med enkle ord knyttet til regning som at konglene er *små* eller *lengre*. Som vi ser i figur 3: «Furukonglen er *mindre*.» «Gran har *større* kongler enn furu.» «Den har *mindre* nåler.» Mindre, større, korte og lange. Ordene de brukte var enkle.



Figur 3



Figur 4 (fra samme elev som figur 3)

Matematiske begrep. I skjema skriver en av elevene om ulikheten med furu:

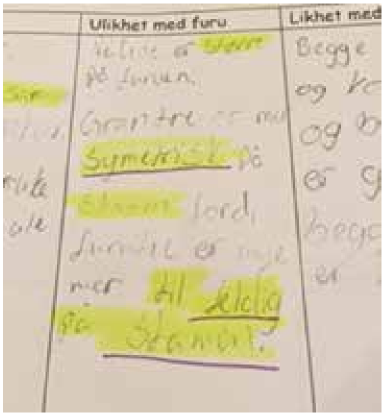
«Furukonglen er *trekantet* i forhold til den lerk som er *rund*. Eleven bruker her begreper knyttet til geometriske former for å beskrive ulikheten mellom gran, lerk og furu. Konglene vi plukket fra lerk var små og markant rund i formen. De ulike konglene var ulike i form og det er dette gutten beskriver som furukonglen er trekantet (figur 5).

Figur 5

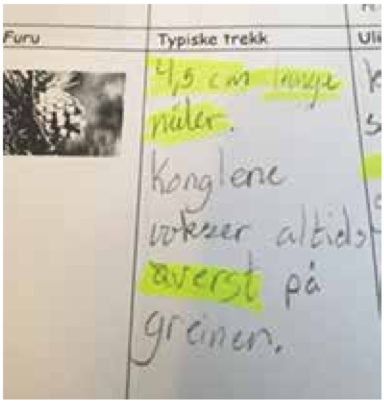
En av guttene på en annen gruppe sa: «Denne (holder i en grangrein) er *symmetrisk*.» Han ser på de andre i gruppen og de flakker med blikket. Det blir stille. Jeg spør han om han kan si litt mer om hva han mener når han sier at den er symmetrisk. Han nøler og blir usikker på hva han skal svare, så sier han: «Det betyr at den har mønster. Furu er litt mer tilfeldig laget rundt omkring med greinene.»

Gutten bruker ordet symmetri som et uttrykk for at nålene er symmetriske om greinen, dvs at greinen har symmetrilinje.

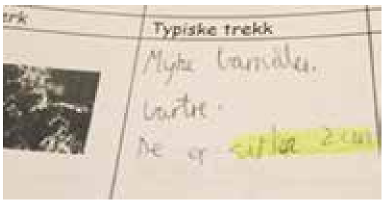
Alle på gruppen noterer dette uten at de går inn i en diskusjon om hva han mener med symmetri (figur 6). De gikk raskt videre, og jeg er usikker på om alle på gruppen ville hatt den samme forståelsen av begrepet symmetri.



Figur 6



Figur 7



Figur 8

På noen av gruppene ble måleenheter som cm tatt i bruk. Figur 7 viser bilde av skjema «Furu har *4,5 cm lange* nåler». Jeg vet ikke om de brukte linjal, men jeg så ingen linjaler fremme. Andre skrev at nålene på lerk er «sirka 2 cm».

Dypere forståelse. Når en gruppe med to jenter og to gutter studerte furu sier en jente: «Denne konglen ser ut som en rose sett ovenfra.» De andre ser på det hun peker på og følger interessert med. Hun sier og viser at det ser ut som om bladene er spunnet rundt hverandre. Den andre jenten ser det samme, og sammen tar de opp flere kongler og finner ut at det er lettest å se på furu- og lerkekonglene. Sammen diskuterer og vurderer de flere kongler. Gutten følger interessert med og sier at han ikke klarer å se det de prøver å vise. De viser han flere kongler, men han ser ikke det samme som dem. Da tegner den ene jenten «rosen» på pulten for å vise ham. Hun forklarer det hun ser med at «bladene ligger i lag rundt hverandre». Jeg ber henne da om å tegne og notere ned på skjema det de nå snakker om (se figur 9). Gutten klarer fremdeles ikke å se det de andre ser.

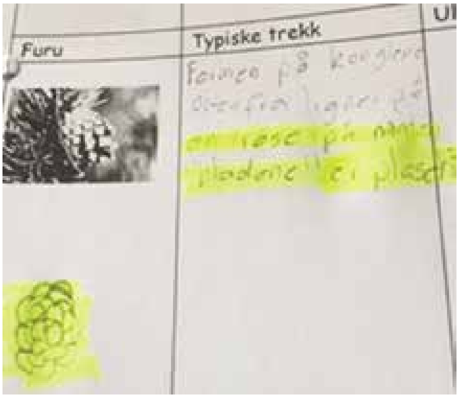
De noterer ned på arket, og går videre med arbeidet sitt.

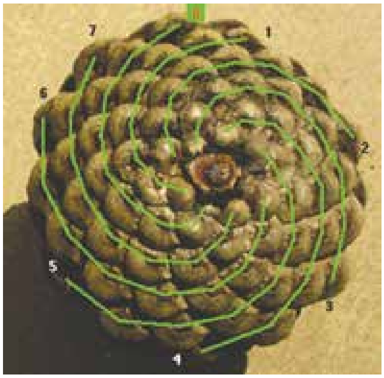
Har jenten oppdaget det samme som Italieneren Fibonacci oppdaget; at det er en matematisk oppbygging av mange elementer i naturen? Leonardo Fibonacci levde på 1100-tallet og var en Italiensk vitenskapsmann som regnes for å være den fremste europeiske matematiker i middelalderen. Han forsket på tall og så blant annet på hvordan ulike mønster og tall i system gikk igjen i ulike elementer fra naturen.

Oppsummering

På slutten av arbeidsøkten oppsummerte studenten timen sammen med elevene.

De reflekterte rundt typiske trekk og forskjeller mellom de ulike trærne og knyttet det opp mot målet. Elevene brukte begreper, de sammenlignet, de viste at de brukte sitt språk knyttet til regning uten at de på forhånd eller





Figur 9

i etterkant var seg dette bevisst. Elevene ga uttrykk for at de hadde hatt en gøy time.

Hadde økten gitt meg svar på det jeg ville ha innsikt i? Elevene gikk beriket ut av økten og arbeidet ga meg kunnskap om hvilke begreper elevene bruker. Mange elever hadde brukt begreper knyttet til regning, og de klarte å systematisere og sammenligne materialet vi hadde hentet inn. Etter gjennomføringen hadde jeg et stort ønske om å samtale med elevene om det jeg hadde sett og det elevene hadde skrevet ned. Jeg hadde lyst til å diskutere begrepene de hadde brukt med dem, for å høre om de selv mente at dette hadde noe med regning å gjøre. Hva mener de når de skriver at en kongle er trekantet? Hva mener de når de skriver at nålene er symmetriske- hva vil det si at noe er symmetrisk? Jeg ble også nysgjerrig på om de var seg

(fortsetter side 41)

Sindre Flesvig

Hva er benevningen i svaret?

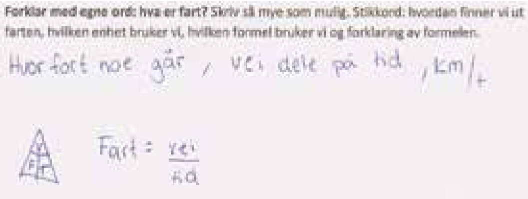
Mange elever svarer ofte med rett tallverdi i sine regneoppgaver, men feil benevning eller enhet. I matematikk har det ofte vært slik at man regner uten benevning og føyer til enheten bak svaret til slutt i svarsetningen. Ved regneoppgaver i naturfag har det vært vanligere å benytte seg av enhetene underveis i manipulasjonen av formlene og beholde dem helt frem til svarverdien. Fra mitt perspektiv som lærer i både naturfag og matematikk er det siste alternativet helt klart mest gunstig for forståelsen. Mange elever uttrykker at det er vanskelig og unødvendig å forholde seg til det, særlig hvis de får rett svar. Mange synes kanskje at det er vanskelig nok å manipulere formler med tallverdier, i tillegg til at de må ta hensyn til enheter. Det er jo helt vanlige matematiske regler som gjelder, også for enhetene.

I gjeldende læreplan, LK-06, er det fokus på grunnleggende ferdigheter i alle fag. Når man da skal regne i naturfag, kan altså matematiske ferdigheter påvirke naturfagkompetansen til elevene. *Vei, fart og tid* er et eget emne i både naturfag og matematikk på ungdomstrinnet. Fagene har relativt like oppgaver, med noe mer fokus på akselerasjon i naturfag. Elevene kan da bli «offer for» to ulike normer i fagene, selv om det altså er samme tema. Normen i naturfag er antageligvis at det legges opp til regning med enheter hele veien, kanskje i motsetning til normen i matematikk. Fra et naturfagperspektiv prøver man kanskje å forstå fenomenene grundig, mens man i matematikk muligens har et mer pragmatisk forhold til oppgaven. Keith Devlin sier at matematikken fra begynneropplæringen og ut videregående handler om å lære å «kjøre bilen», mens matematikken etter videregående handler om å forstå hvordan «bilen» er bygd opp, og kanskje konstruere sin egen «bil» på sikt. Det er nok vel ambisiøst å mene at man på ungdomstrinnet skal kunne forstå hvordan matematikken er bygd opp. Likevel er det kanskje ikke så store forskjeller på å «kjøre bilen» og å vite litt mer om hvordan den fungerer?

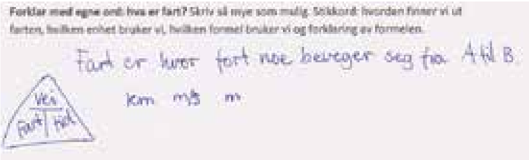
For å eksemplifisere skal vi møte to tiendetrinnselever, Pål og Ida. De prøver hver for seg å redegjøre for begrepene fart og akselerasjon. De regner også oppgaver for hvert av begrepene der de anvender definisjoner eller formler direkte, men også oppgaver der de må manipulere formlene. Oppgavene gjøres under et videointervju.

Begge elevene klarer å definere fart uttrykt med ord og presenterer vei-fart-og-tid-trekanten (figur 1 og 2). Noen relevante enheter blir også notert, i tillegg til enheter for avstand hos Pål. Disse er relevante for temaet, men er ikke en enhet for fart.

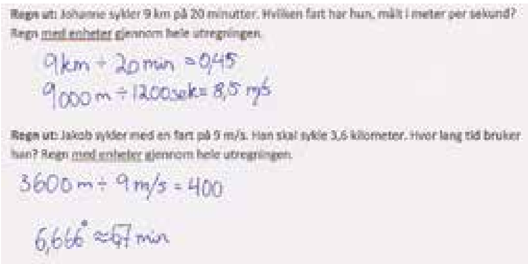
Sindre Flesvig
Høgskolen i Hedmark
sindre.flesvig@gmail.com



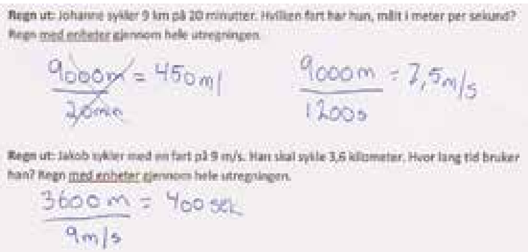
Figur 1: Hva er fart (Ida)



Figur 2: Hva er fart (Pål)



Figur 3: Pål regner oppgaver med fart



Figur 4: Ida regner oppgaver med fart

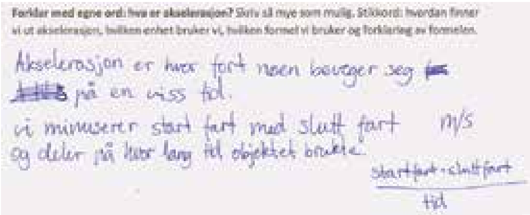
Pål mestrer begge oppgavene som omhandler utregning av fart (figur 3). Den ene oppgaven spør om tid når fart og vei er oppgitt. Det vil si, han mestrer å regne ut tallverdiene, men benevningen virker noe mer komplisert. Hans første utregning av fart har ingen enhet fordi han ser at han har brukt andre enheter enn oppgaven etterspør, i utregningen. Det er kilometer i stedet for meter og minutter i stedet for sekunder, og oppgaven skal besvares i meter per sekund. Pål stopper opp etter å ha notert tallverdien, og ser ingen umiddelbar kobling mellom enhetene han har brukt i utregningen, og hvilken enhet han da får i svaret, altså kilometer per minutt.

Ida har noe av den samme konflikten (figur 4). Hun har gjort om kilometer til meter, men ikke minutter til sekunder. Når hun skal skrive enheten i svaret, stopper hun opp når hun skal notere «min» (minutter) bak skråstreken (brøkstreken, deletegnet). Hun starter oppgaven forfra og løser den eksemplarisk, med korrekte enheter. To ting er særlig verdt å merke seg her. Det ene er at hun møter samme problem som Pål, og hun skriver ikke meter per minutt. Vi kan ikke vite om hun ser koblingen, men hun noterer den ikke ned og sier ikke noe annet enn at «oi, dette ble feil», når oppgaven spør om svaret oppgitt i meter per sekund. Det andre er at hun bruker brøkstrek når hun setter opp utregningen, men benytter skråstrek i enheten i svaret, og ikke brøkstrek. Det kan derfor tenkes at hun ikke behandler enhetene på samme måte som tallverdiene, men dette blir kun spekulasjoner på bakgrunn av at hun ikke er konsekvent.

Når det gjelder oppgave 3, er tolkningen av elevenes forståelse og fremgangsmåte mer komplisert, særlig med hensyn til et ønske om å bruke enhetene underveis i utregningen. Både Pål og Ida setter opp utregningen korrekt med én gang, men med variasjoner seg imellom. Pål benytter deletegn, mens Ida benytter brøkstrek. Begge er tydelige på at de har funnet en verdi som omhandler tid, altså sekunder. Det kan muligens være fordi de har lest oppgaveteksten og reflektert over den, og ikke fordi de har regnet med enheter underveis, noe ingen av dem ser ut til å ha gjort. Eksempel på fremgangsmåte kan være

$$\frac{m}{m/s} \rightarrow \frac{ms/s}{m/s} \rightarrow s/1 \rightarrow s\ .$$

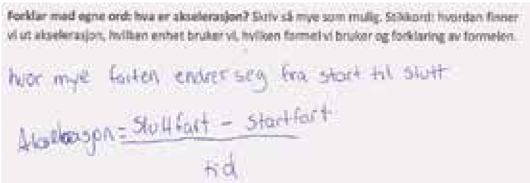
I målene for opplæringen i matematikk står det at de etter tiende trinn skal kunne utføre divisjon av brøker. I målene for opplæringen i naturfag står det at de etter tiende trinn skal kunne gjøre rede for uttrykkene fart og akselerasjon, så det er ingen tvil om at et tverrfaglig samarbeid er aktuelt. Kanskje vil det også være mindre forvirrende for elevene siden de ikke møter ulike krav for samme type oppgave, da de får en felles enighet om bruk av enheter i utregningen.


Forklar med egne ord: hva er akselerasjon? Skriv så mye som mulig. Stikkord: hvordan finner vi ut akselerasjon, hvilken enhet bruker vi, hvilken formel vi bruker og forklaring av formelen.

Akselerasjon er hvor fort noen beveger seg ~~~~ ~~~~ på en viss tid.
vi minuserer start fart med slutt fart m/s
og deler på hvor lang tid objektet brukte

$\frac{\text{startfart} - \text{sluttfart}}{\text{tid}}$

Figur 5: Pål forklarer akselerasjon

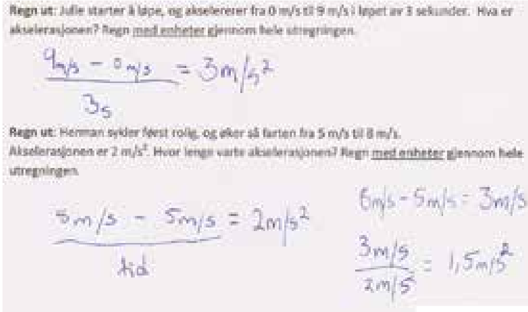

Forklar med egne ord: hva er akselerasjon? Skriv så mye som mulig. Stikkord: hvordan finner vi ut akselerasjon, hvilken enhet bruker vi, hvilken formel vi bruker og forklaring av formelen.

hvor mye farten endrer seg fra start til slutt

$\text{Akselerasjon} = \frac{\text{Sluttfart} - \text{Startfart}}{\text{tid}}$

Figur 6: Ida forklarer akselerasjon

Pål og Ida har ulik oppfatning av hva akselerasjon er, i alle fall ut fra det de har uttrykt skriftlig (figur 5 og 6). Ida uttrykker akselerasjon relativt presist, «hvor mye farten endrer seg fra start til slutt», i tillegg til at hun setter opp en formel for hvordan man regner ut akselerasjonen. Pål klarer ikke helt å sette ord på hva akselerasjon er, men setter opp formel og uttrykker også formelen med ord. Under utregning av akselerasjon bruker Ida hele veien enheter bak tallverdien, og skriver korrekt enhet i svaret. Likevel kan det hende hun skriver opp enheten for akselerasjon fordi den er memorert og hun vet at oppgaven skal ha enhet for akselerasjon i svaret. Hun trenger veiledning for å få rett enhet, og hun sier at hun bruker å tenke på at enheten i svaret skal stå til det oppgaven spør om, men uten å regne med enhetene underveis. De to tenker nok ikke på at $\frac{m/s}{s} \rightarrow \frac{m}{s^2}$ (utledet


Regn ut: Julie starter å løpe, og akselererer fra 0 m/s til 9 m/s i løpet av 3 sekunder. Hva er akselerasjonen? Regn med enheter gjennom hele utregningen.

$\frac{9\,m/s - 0\,m/s}{3\,s} = 3\,m/s^2$

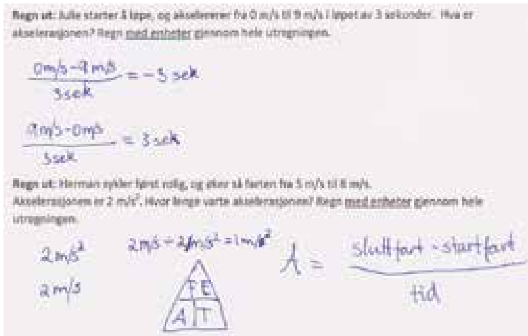
Regn ut: Herman sykler først rolig, og øker så farten fra 5 m/s til 8 m/s. Akselerasjonen er 2 m/s². Hvor lenge varte akselerasjonen? Regn med enheter gjennom hele utregningen.

$\frac{8\,m/s - 5\,m/s}{\text{tid}} = 2\,m/s^2$

$6\,m/s - 5\,m/s = 3\,m/s$

$\frac{3\,m/s}{2\,m/s} = 1{,}5\,m/s^2$

Figur 7: Ida besvarer oppgaver knyttet til akselerasjon


Regn ut: Julie starter å løpe, og akselererer fra 0 m/s til 9 m/s i løpet av 3 sekunder. Hva er akselerasjonen? Regn med enheter gjennom hele utregningen.

$\frac{0\,m/s - 9\,m/s}{3\,sek} = -3\,sek$

$\frac{9\,m/s - 0\,m/s}{3\,sek} = 3\,sek$

Regn ut: Herman sykler først rolig, og øker så farten fra 5 m/s til 8 m/s. Akselerasjonen er 2 m/s². Hvor lenge varte akselerasjonen? Regn med enheter gjennom hele utregningen.

$2\,m/s^2$

$2\,m/s$

$2\,m/s \div 2\,m/s^2 = 1\,m/s^2$

F E
A T

$\lambda = \frac{\text{sluttfart} - \text{startfart}}{\text{tid}}$

Figur 8: Pål besvarer oppgaver knyttet til akselerasjon

fra $\frac{m/s}{s} \rightarrow \frac{m/s}{s/1} \rightarrow \frac{m/s}{s \cdot s/s} \rightarrow \frac{m/s^2}{1} \rightarrow \frac{m}{s^2}$). Om det ikke er etablert noen normer om å regne med enheter underveis, er det kanskje ikke så rart at de kun svarer med enheten til slutt.

Pål regner også ut verdien korrekt for akselerasjonsoppgaven, men på andre forsøk. Han får først negativ verdi for akselerasjonen. Han evaluerer svaret, og på bakgrunn av sin forståelse av hva det spørres om i oppgaven, kommer frem til at det må være feil. Dette viser god refleksjon og er noe mange elever ofte glemmer.

Etter å ha prøvd seg frem og byttet plass på sluttfart og startfart får Pål korrekt svar på oppgaven, med unntak av enheten. Den skrives konsekvent som s (sekunder) i begge tilfellene, enda han selv mener at akselerasjon skal oppgis i m/s. Den riktige enheten er m/s^2. Han sier også

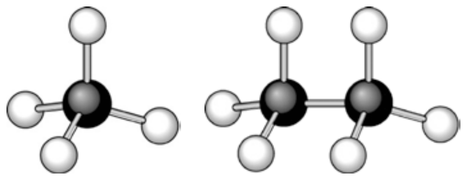
(fortsetter side 41)

Harald Kvåle Bakke

Undersøke mønster i hydrokarboner

«Hvorfor lærer vi dette?» «Kommer jeg noen gang til å få bruk for dette?» Jobber du som matematikklærer er det ikke utenkelig at du har hørt utsagn som de over. Mange elever synes det er vanskelig å se nytten av det fagstoffet de møter i matematikktimene. Det er derfor ønskelig å la elevene erfare situasjoner der matematikk kan være et verktøy til å forstå sammenhenger og mønstre både i samfunnet vårt og i naturen rundt oss. Å jobbe med regning i alle fag er en måte å la elevene erfare dette på. Denne praksisfortellingen gir et eksempel på hvordan elever i 10.klasse ved Lynghaug skole har brukt regning til å se og forstå mønstre innenfor karbonkjemien i naturfag.

Klassen hadde arbeidet med temaet hydrokarboner i en periode og mange elever kjente til flere ulike hydrokarboner og deres oppbygning. Elevene hadde allerede brukt molekylbyggesett og bygget kule-pinnemodeller av ulike alkaner, alkener og alkyner. Denne gangen var målet at elevene skulle få jobbe med stoffet en ekstra gang, og få en dypere forståelse. Istedenfor kun å kjenne til at metan har strukturformel CH_4, etan C_2H_6 osv., skulle elevene undersøke forskjellene mellom de ulike stoffene i rekken av hydrokarboner og forsøke å finne mønstre i disse forskjellene.



Klassen fikk utdelt molekylbyggesett og fikk i oppgave å bygge de fem første alkanene og å skrive strukturformel og kjemisk formel til disse. Deretter skulle elevene forsøke å se hvordan antall karbonatomer og hydrogenatomer økte fra ett alkan til det neste i rekken og prøve å finne en regel for dette mønsteret. Etter hvert forsøkte elevene det samme med alkener og alkyner. At antall hydrokarboner økte med to fra hydrokarbon til hydrokarbon, så elevene raskt.

Å kunne kjenne igjen, samtale om og videreføre strukturer i enkle tallmønstre, står nevnt allerede i kunnskapsløftets kompetansemål for 2. trinn. Etter 10. trinn skal elevene kunne lage funksjoner som beskriver numeriske sammenhenger. Å finne og arbeide med tallmønstre skal altså ikke være nytt for elevene. Å erfare dette i praktiske eksempler, er de kanskje ikke like vant med.

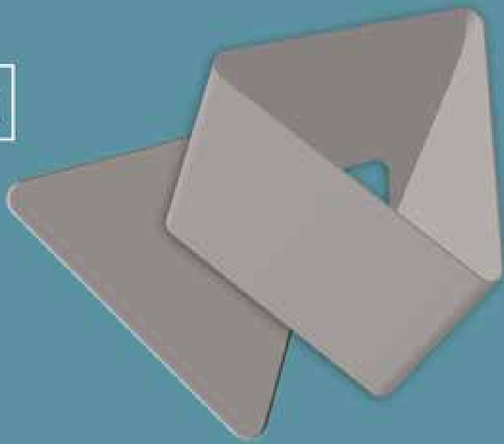
Mange elever fant raskt et mønster i hvordan antall atomer økte. Utfordringen videre

Harald Kvåle Bakke
Lynghaug skole
harald.bakke@bergen.kommune.no

ble da å se om de kunne finne en rekursiv og/eller eksplisitt formel for mønstrene. Begrepene rekursiv og eksplisitt var nye for elevene, og selv om det ga en fin anledning til en klassesamtale rundt disse, ble begrepene vanskelig å jobbe med for flere. Da var det lettere å forholde seg til funksjoner som var et begrep og tema elevene hadde jobbet med tidligere i semesteret. Å lage en funksjon, $f(n)$, for antall hydrogenatomer i alkan nr. n, viste seg å være lettere å forholde seg til. Mange elever fant og var enig i at antall hydrogenatomer var avhengig av plassen hydrokarbonet hadde i rekken. Flere elever kom da også fram til funksjonsuttrykket $f(n) = 2n + 2$.

Elevene arbeidet parvis eller i små grupper og fikk dermed anledning til å diskutere og prøve seg fram til ulike løsninger sammen. På slutten av økten presenterte elevene funksjoner for antall hydrogenatomer i både alkaner, alkener og alkyner.

Målet med økten var at elvene skulle sitte igjen med en dypere forståelse av oppbygningen av hydrokarboner enn de hadde etter å ha jobbet med stoffet tidligere. Elevene skulle ikke bare vite hvordan hydrokarbonene er bygget opp, men i tillegg ha en forståelse av mønstrene i denne oppbygningen. Flere elever synes det var nyttig å lage en regel som kunne gi dem den kjemiske formelen til hydrokarbonene. De likte å anvende matematikk til noe utenfor selve matematikkfaget.



Mike Naylor

Firere, seksere og friedmanstall

Morsomme oppgaver med operasjoner

Disse oppgavene handler om å velge operasjoner slik at et sett sifre gir et bestemt tall. Det finnes mange slike oppgaver, men her er tre av mine favoritter.

Fire firere

Ved å plassere operasjonssymboler mellom/rundt fire firere kan du lage så mange heltall som mulig fra 1 til …?

Eksempler:

$$
\begin{aligned}
1 &= 4/4 + 4 - 4\\
2 &= 4/4 + 4/4\\
3 &= (4 \cdot 4 - 4)/4\\
4 &= 4 \cdot 4\text{^}(4 - 4)\\
5 &= \sqrt{(4 \cdot 4)} + 4/4\\
6 &= 4!/4 \cdot (4/4)\\
7 &= 44/4 - 4
\end{aligned}
$$

Mike Naylor
Matematikkbølgen/
Amborneset Matematikkpark
mike@matematikkbolgen.com

Legg merke til at vi kan bruke ·, /, +, –, √, !, potens (^) og parenteser.

Mange tall kan lages på flere måter, og løsningene kan bli vanskeligere å finne når tallene blir større. Dette kan bli en spennende aktivitet i klasserommet. Lag en plakat med løsninger til hvert tall, og la elevene legge til løsninger over tid. Når plakatene begynner å fylles, vil løsninger som mangler, bli interessante og motiverende å lete etter. *Hvordan kan vi for eksempel lage* 37?

Tre like sifre gir 6 til svar

En morsom og gåtefull oppgave er å legge til operasjonssymboler til tre like sifre slik at resultatene blir 6.

$$
\begin{array}{lll}
0 & 0 & 0 = 6\\
1 & 1 & 1 = 6\\
2 & 2 & 2 = 6\\
3 & 3 & 3 = 6\\
4 & 4 & 4 = 6\\
5 & 5 & 5 = 6\\
6 & 6 & 6 = 6\\
7 & 7 & 7 = 6\\
8 & 8 & 8 = 6\\
9 & 9 & 9 = 6
\end{array}
$$

Noen sett med sifre er ganske lette, for eksempel $2 + 2 + 2 = 6$. Andre sifre er vanskelige, for eksempel 0, 1 og 8. Noen forslag til løsninger og diskusjon finnes til slutt i teksten. Ikke se før du har prøvd!

Friedmanstall

$$6455 = (6^4 - 5) \cdot 5$$

Et friedmanstall er et heltall som kan bli lik seg selv ved å sette inn operasjoner mellom egne sifre. For eksempel er tallene 121 og 127 Friedmanstall fordi $121 = 11^2$ og $127 = 2^7 - 1$. I disse tilfellene er operasjonene avgrenset til +, –, ·, /, parenteser og potens. Det vil si at √ og ! ikke kan brukes.

Friedmanstallene som er mindre enn 1000, er:

25, 121, 125, 126, 127, 128, 153, 216, 289, 343, 347, 625, 688 og 736.

For å vise at disse tallene er friedmanstall, må du se nøye etter egenskapene til tallene. Det gjelder spesielt faktorene. Du må bruke din tall- og operasjonsforståelse når du setter sammen delene for å få tallet. Dette er gode oppgaver for elever hvor diskusjoner rundt løsningsmetoder og egenskaper ved tall kan være interessante og verdifulle.

For eksempel, hva kan vi gjøre med 343? Med litt utprøving kan vi oppdage at $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$ eller 7^3, og vi finner en løsning $343 = (3 + 4)^3$. Men hva med 347, som er et primtall? Da må du lete etter tallene i nabolaget til 347, eller tenke på hvordan vi kan bruke sifrene til å lage et tall i nabolaget til 347. Kan du se svaret?

Utvidelse: Ordentlige friedmanstall er friedmanstall hvor sifrene er brukt i riktig rekkefølge. For eksempel er $343 = (3 + 4)^3$ og $127 = -1 + 2^7$ slike tall.

De 13 første ordentlige friedmanstallene er:

127, 343, 736, 1285, 2187, 2502, 2592, 2737, 3125, 3685, 3864, 3972 og 4096.

La oss bruke 1285 for å vise ett resonnement for å løse oppgaven. Primfaktorene til 1285 er 5 og 257. 5 er ett av sifrene i 1285. Det betyr at hvis vi kan lage 257 fra de andre tre sifrene i 1285 (1, 2 og 8), kan vi multiplisere dette tallet med 5. Sifrene 2 og 8 kan brukes for å lage $256 = 2^8$ … Aha! Legg til 1, og vi har alt vi trenger: $1285 = (1 + 2^8) \cdot 5$.

Ønsker du å finne flere friedmanstall? Søk etter «Friedman number» på internett, og du kan finne mange flere tall som er klar til bruk i oppgaver!

Noen løsninger på veien

Tre like sifre gir 6 til svar

For å løse 1 1 1 = 6 kan vi bruke fakultetsfunksjon: $(1 + 1 + 1)! = 6$. Men hva med 0 0 0 = 6? Husk at $0! = 1$. Da kan vi skrive $(0! + 0! + 0!)! = 6$. Kult?

Denne oppgaven gir oss gode muligheter til å diskutere hvorfor $0! = 1$. Når vi bruker fakultetsfunksjonen $n!$, multipliserer vi alle tallene fra 1 til n. Et eksempel: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Det kan ikke gjøres med 0!. For å forstå hva som skjer, er det nyttig å tenke på betydningen av fakultetsfunksjonen. Funksjonen beskriver hvor mange måter n ting kan plasseres på i en rekkefølge. Tre bokstaver kan for eksempel plasseres som ABC, ACB, BAC, BCA, CAB og CBA. Vi har tre valg for første bokstaven, deretter to valg for andre og ett for den siste: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Hva med null bokstaver? Det er nøyaktig én måte å gjøre det på, og denne måten er å skrive null bokstaver. $0! = 1$ har òg stor betydning i andre sammenhenger med kombinasjoner og permutasjoner, og flere formler ville ikke fungere uten denne definisjonen.

Her er noen løsninger til de andre sifrene (det fins flere):
$(2 + 2 + 2)$, $(3 \cdot 3 - 3)$, $(\sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4})$,
$(5 + 5/5)$, $(6 + 6 - 6)$, $(7 - 7/7)$, $(8 - \sqrt{\sqrt{8 + 8}})$
og $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3})$.

(fortsettes side 48)

Intervju med to lærere

Denne gangen har Tangentens stafett kommet til Hordaland, der Kari Seljenes Indrøy har kontaktet to engasjerte barnehagelærere. Gjennom intervjuer får vi innsikt i hva matematikklærere fra barnehage til videregående er opptatt av knyttet til matematikkundervisning. Kanskje kan tema som løftes fram inspirere andre til å skrive til Tangenten? Stafettpinnen er nå sendt videre.

Les også intervjuer i tidligere nummer av Tangenten.

Stefany Taule Lunde

Yrke: Førskolelærer i barnehage.
Aldersgruppe: 4-6 år

Hva ser du på som god matematikkundervisning eller tilrettelegging for matematikklæring i skolen/barnehagen?

God matematikklæring i barnehagen starter med å ta utgangspunkt i barnas nysgjerrighet. Det skal fenge barnas interesser, være gøy og spennende. Jeg ser det som viktig å ta i bruk konkreter for visuell støtte, slik at det ikke blir for abstrakt. Gjerne konkreter som barna selv kan relatere til, eksempelvis kan en i arbeid med tall og mengde, benytte legoklosser og modellkitt. God matematikklæring i barnehagen skal først og fremst være lystbetont, der en har en lekende tilnærming. Det bør gis mulighet for samtale, å stille spørsmål og å undre seg, sammen.

Hva kunne du tenke deg å prøve ut av matematikkaktiviteter eller aktiviteter som kan ha matematikk i seg på din arbeidsplass?

Jeg kunne tenke meg å prøve ut rebusløp med ulike oppgaver. Oppgaver der barna får ta i bruk hele kroppen, og gjerne med innslag av sanger, rim og regler.

Stefany Taule Lunde
Førskolelærer, Sæbø barnehage
stelun_89@hotmail.com

Torunn Haavaag Draugsvoll
Pedagogisk leder, Ågotnes barnehage
torunnhd@gmail.com

Har du en positiv erfaring med matematikkaktiviteter som du ønsker å dele?

Brettspillet «Junior Millionær» er for tiden svært populært hos oss. Andre aktiviteter er å forme tall med modelkitt, “tegne” tall på ryggen til hverandre. Det å måle høyden til hverandre ved bruk av sko, og å lage båter og hus med ispinner, er også veldig artig.

Hva synes du er mest spennende med arbeidet knyttet til matematikklæring?

Det mest spennende med matematikklæring i barnehagen er alle de mulighetene det gir. Det utfordrer den enkelte voksne til å være kreativ, tenker anerledes og kanskje på en helt ny måte enn det en har tenkt i utgangspunktet. Sammen med barnet blir en nødt til å være kreativ i prosessen, og lære av hverandre.

Hva kunne du tenke deg å lese om i Tangenten?

I Tangenten kunne jeg tenke meg å lese tanker og refleksjoner om hvordan en ser for seg matematikklæring i barnehagen i tiden fremover. Dette på bakgrunn av at det kommer en revidert rammeplan, som kanskje på en enda mer konkret og «skolerettet» måte kommer til å si noe om hva matematikklæring i barnehagen bør/ skal være. Mye av matematikklæringen i barnehagen i dag rettes mot forberedelse til skolen. Dette ser jeg som viktig, men for å kunne ivareta gleden ved matematikk blir det, slik jeg ser det, viktigere enn noen gang å ikke la matematikk som skoleforberedene aktivitet få et for stort fokus. Vi må sammen arbeidet for å synliggjøre matematikkens plass i barnehagen, ivareta den lekende tilnærmingen og holde fast ved at det først og fremst skal være lystbetont, vekke barnas nysgjerrighet, samtidig som det skal gi kunnskap. På den måten kan barn og voksne utforske matematikkens mange muligheter!

Torunn Haavaag Draugsvoll

Yrke: Førskolelærer i barnehage

Hva ser du på som god matematikkundervisning el. tilrettelegging for matematikklæring i barnehagen?

Matematiske aktiviteter skaper fokus og tilstedeværelse. Begrepene kan oppdages sammen med barna i gjennomføringen av dagen: Fysisk miljø, lek, aktiviteter og oppgaver, tur, måltid, garderobe og rutinesituasjoner, vil være med å gi barna erfaring med turtaking, rekkefølge, tall, antall, størrelse, struktur, linjer, former, mengder, sammenligning og sortering.

Det er en spennende aktivitet å oppdage hva spill, puslespill, eventyr, rim og regler, drama, sang og musikk, butikklek og trafikkbilde, kan inneholde av matematiske begreper.

Ved å motivere, engasjere og inspirere barna til å telle, finne mønster og lete etter symbol og matematiske begreper i hverdagen, er vi med å styrke barnas nysjerrighet.

Å sette ord på barnas matematiske oppdagelser og løsninger med riktige begrep innen matematikken, vil styrke barnas ordforråd.

Å være med å gjøre barna oppmerksom på hva de kan og oppmuntre dem til videre engasjement, vil gi dem erfaring og kunnskap de kan kjenne igjen i skolen.

Hva kunne du tenke deg å prøve ut av matematikkaktiviteter eller aktiviteter som kan ha matematikk i seg på din arbeidsplass?

Aktiviteter der barna, ved bruk av kroppen, kan gjøre seg erfaring med enkle matematiske begreper og sammenhenger – lengde/bredde, form, antall og mengde, størrelse, rekkefølge, likhet/ulikhet og vekt.

Å lage til et eget rom, der barna kan arbeide med forskjellige matematiske problemstillinger.

Har du en positiv erfaring med matematikkaktiviteter som du ønsker å dele?

La barna komme med eksempel på hvilket materiale som kan brukes for å løse matematiske oppgaver.

Konstruksjonslek med forskjellig materiale.

Bruke barn som målestokk – for eksempel for lengde, bredde, høyde, størrelse, mengde og vekt. Bruke naturmateriale som hjelpemiddel til å utføre matematiske oppgaver, for eksempel:

- Lage forskjellige former av greiner som legges på bakken og fylles med antall naturmateriale og sortere etter ulike kriterier
- Henge opp grunnformer i trærne og kaste et visst antall kongler igjennom
- Forme tall med kroppen
- Lage ulike mengder med et visst antall barn

Hva synes du er mest spennende med arbeidet knyttet til matematikklæring?

Å kunne oppdage former, symbol, tall,delta i tallbehandling og se muligheter sammen med barna.

Å observere engasjerte barn og oppleve øyeblikket når de ser sammenhenger og følge prossessen med å finne ut av og prøve ut nye muligheter.

Hva kunne du tenke deg å lese om i Tangenten?

Hvordan barn erfarer matematiske begreper med kroppen! Barn spesielt i førskolealder har fokus på fysiske utfordringer og vil gjerne utføre, fremføre og uttrykke forskjellige begreper de er opptatt av. Denne mestringen vil føre til bredere erfaringsgrunnlag og mer kunnskap.

(fortsatt fra side 27)

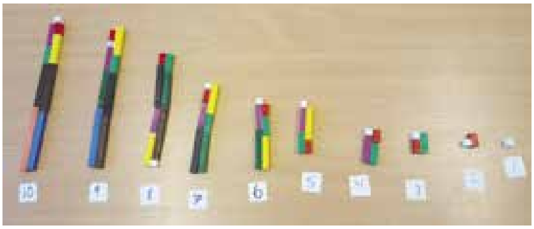
bevisst forholdet mellom uttrykket mindre og færre. Jeg ser tydelig viktigheten av å jobbe med ord og uttrykk knyttet til regning, slik at elevene etter hvert bruker ordene på en mer presis måte.

At en av elevene skulle oppdage gjentagende mønster i konglene hadde jeg ikke ventet skulle komme. Jeg tror at elevene ville likt godt er om vi hadde gått inn i Fibonaccis verden og sett på det jenten oppdaget med systemet i «rose» som hun kalte det. Jeg tror nok flere ville sett systemet dersom vi hadde jobbet videre med dette. Berikelsen i å kunne gripe øyeblikket som oppstår når en elev oppdager noe nytt og er på topp i sitt engasjement er en lærers største privilegium.

Tårnene som blir like høye

I Tangenten nr. 4 2015 gikk det ut en oppfordring til skoleklasser om å sende inn løsninger på oppgaven i rammen.

To klasser sendte inn løsning, 6A og 6C ved Munkerud skole. Begge klassene hadde funnet ut at det gikk greit å bruke staver (cuisenairestaver) for å illustrere tårnene, eller for å se om det kunne bygges to tog som var like lange. Klasse 6A illustrerte dette slik:



Klasse 6A

Ei eske med ti lekeklosser inneholder:
En terning (kloss) med sidekant 1 cm, en terning med sidekant 2 cm, en med sidekant 3 cm, en med sidekant 4 cm osv. opp til den største med sidekant 10 cm.
Barnet som eier klossene forsøker å bygge to tårn som er like høye.
Kan barnet klare dette når det vil bruke alle (terningene) (klossene)?
Vis hvorledes, eller forklar hvorfor dette ikke kan gjøres.
Hvis vi fjerner den største klossen, terningen med sidekant 10 cm, hva blir da svaret på problemet med å bygge to like høye tårn?
Hva om vi også fjerner terningen med sidekant 9 cm?
Hvorledes går «byggingen av to like høye tårn» dersom det i tillegg til de opprinnelige 10 terningene kommer en med sidekant 11 cm?
Undersøk dette problemet for andre tall og se om dere kan finne en regel/et mønster.
Bruk regelen/mønsteret til å svare på spørsmålet om det er mulig å bygge to like høye tårn dersom vi har ei eske med 20 ulike terninger i alle størrelser fra og med 1 til og med 20.
Klarer dere å grunngi at regelen dere har funnet er rett?
En naturlig utvidelse av oppgaven vil nå være denne:
Hvis vi kan bygge to like høye tårn når vi har 11 ulike terninger finn flest mulig måter å gjøre dette på.

Antall klosser/staver	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sum av høyden	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Like tårn?	Nei	Nei	Ja	Ja	Nei	Nei	Ja	Ja	Nei	Nei

Klasse 6C

Begge klassene overførte så illustrasjonene til en tabell.

På grunnlag av dette trekkes den konklusjonen at dersom summen av høydene er et partall, kan to like høye tårn bygges, men at det ikke går når det er et oddetall. Dette gir mønsteret to nei, så to ja og så to nei igjen. Regelen begrunnes med egenskaper ved summen av partall/oddetall. Dette er rett for begge klassenes vedkommende.

Skal det kunne bygges to like høye tårn, må summen være et partall. Det er en nødvendig betingelse, men er den tilstrekkelig? Vil der være nok klosser til å få dette til? Eksemplene tyder på dette, men det er ikke holdbart å argumentere ved å vise til mange eksempel. Spesielt betyr det i denne sammenhengen at det ikke kan slås fast at byggingen er mulig dersom summen er et partall. Sum partall er ikke et holdbart argument.

Når det gjelder umuligheten av å bygge to like høye tårn, er det tilstrekkelig å begrunne dette med at summen er et oddetall. Dette vises også indirekte på illustrasjonen over. Legg merke til at i figurene 1, 2, 5, 6, 9 og 10 har elevene bygget to tårn, det ene én kloss lengre enn det andre. Dette illustrerer at summen er et oddetall, og at det er umulig å få til to tårn som er like høye.

På grunnlag av nei/ja-mønsteret trekkes den konklusjonen at det er mulig å bygge to like høye tårn med 20 klosser. Hvilket er rett.

I denne oppgaven er det summer av typen 1 + 2 + 3 + 4 + … som er det essensielle. Dette er det samme som matematikere kaller trekanttall. For trekanttall nr. n, T_n, gjelder

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Begge klassene påstår at siden $T_{10} = 55$ og $20 = 2 \cdot 10$, så er $T_{20} = T_{10} + T_{10}$. Dette er feil, da

$$T_{10} + T_{10} = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 10) = 2 \cdot 55 = 110,$$

mens $T_{20} = 1 + 2 + 3 + \ldots + 20 = 210$.

Tilbake til spørsmålet om bygging av to tårn når summen av høydene er et partall. Det viser seg at dersom summen er et partall, så er dette også en tilstrekkelig betingelse for å få til byggingen. Ved å bruke klosser kan en begrunnelse være. Anta at summen av høydene til klossene er et partall, f.eks. $2k$. Lag et tårn på følgende måte: Begynn med den største klossen, fortsett med den nest største, deretter den tredje største, osv. Før eller senere vil det da fremkomme et tårn som er like høyt eller høyere enn halve summen, k. Dersom høyden til tårnet er lik halve summen, vil de resterende klossene også ha samme sum. Er tårnet høyere, så ta bort den siste klossen som var lagt på. Avstanden fra den nest siste klossen og opp til at tårnet får høyde k er mindre enn høyden til den klossen som er tatt bort. En kloss med denne høyden fins blant de resterende klossene. Bruk denne klossen, og tårnet har høyde k. Da vil også tårnet bygd med de resterende klossene ha høyde k.

Eksempelvis med 11 klosser. Summen av høydene til klossene er $T_{11} = 66$, halve summen er 33. Nå er 11 + 10 + 9 + 8 = 38 for høyt, mens 11 + 10 + 9 = 30 er for lavt. Det trengs en kloss med høyde 3 for å få til summen 33. Velg denne, dermed får en 11 + 10 + 9 + 3 = 33, og de resterende klossene gir et like høyt tårn: 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 2 + 1 = 33.

Dermed er følgende regel begrunnet:

> Dersom summen av høydene til klossene er et partall, kan det bygges to like høye tårn.

For å svare på om det er mulig å bygge to like høye tårn når det f.eks. er 100, 301 eller et hvilket som helst antall klosser, krever regelen over at først må summen av alle klossene regnes ut, deretter må pariteten avgjøres. Et naturlig spørsmål er om det er mulig å finne en regel som ikke krever utregning av summen, dvs. at det er unødvendig å beregne det aktuelle trekanttallet. Fins det en regel som barer tar utgangspunkt i antall klosser som foreligger?

Spørsmålet over kan formuleres slik: For hvilke n er trekanttall nr. n et partall?

Formelen for trekanttall n er $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$. Skal dette være et partall, må

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2} = 2k\ .$$

der k er ett eller annet helt tall. Litt algebra gir sammenhengen

$$n(n + 1) = 4k.$$

Nå er n og $(n + 1)$ to nabotall. Det betyr at ett av dem er partall og det andre er oddetall. Dette gir to muligheter:

1. Dersom n er partall, må 4 dele n; dvs. n er et tall i firegangen.
2. Dersom $(n + 1)$ er partall, må 4 dele dette tallet, dvs. at n må være et tall som er en mindre enn et tall i fire-gangen.

Dette gir regelen:

> Dersom antall klosser er i firegangen eller antallet er én mindre enn et tall i firegangen, kan det bygges to like høye tårn.

Tilbake til nei/ja-mønsteret som klassene har oppdaget at repeteres, og at det repeteres med en periode på fire. Dette innebærer at hvert 1., 5., 9., osv. tall er et nei-tall, og likeledes hvert 2., 6., 10., … tall. De resterende tallene, som er hvert 3., 7., 11., osv. og 4., 8., 12., osv., er ja-tall. Denne siste tallrekka gjenkjennes som tallene i firegangen, mens den nest siste er de tallene som er én mindre enn tallene i firegangen. Tilsvarende gjelder at nei-tallene er tall som er én mer eller to mer enn tall i firegangen. Dette indikerer at en regel kan være at dersom antall klosser er et tall i firegangen eller et tall som er én mindre enn tallene i firegangen, er det et ja-tall. At dette er rett, er vist over, men regelen kan også begrunnes uten forutsetningen at summen av høydene er et partall.

Anta at det er n klosser. Klossene kan representeres ved de første n naturlige tallene. Skriv tallene opp i stigende rekkefølge:

$$1, 2, 3, 4, \ldots, n-5, n-4, n-3, n-2, n-1, n.$$

Del inn i grupper på fire og fire. Begynn bakfra. For hver firergruppe gjelder at summen av det største og det minste tallet i gruppen er lik summen av de to midterste tallene i gruppen. Eksemplifisert ved de fire største tallene:

$$n + (n-3) = (n-1) + (n-2) = 2n - 3.$$

Hver av de organiserte firergruppene kan således settes sammen til to like summer (tårn). Inndelingen i firegrupper kan gi følgende sluttresultat:

1. Inndelingen går opp, dvs. ingen rest
2. Ett tall til rest; dvs. 1
3. To tall til rest; dvs. 1 og 2
4. Tre tall til rest; dvs. 1, 2 og 3

Alternativ 1: bare firer-grupper. Resultatet er to summer som er like store.

Med alternativ 2 eller 3 vil det være umulig å få til to like store summer.

Alternativ 4, derimot, vil gi to like store summer ved at 3 legges til den ene summen og 1 og 2 til den andre.

Dette er et nytt bevis for regelen:

> Dersom antall klosser er i firegangen eller antallet er én mindre enn et tall i firegangen, kan det bygges to like høye tårn.

Legg merke til at det i dette beviset ikke forutsettes at summen av alle høydene er et partall.

Det siste spørsmålet i oppgaven var hvor mange måter det kan bygges to like høye tårn på dersom det er 11 klosser til disposisjon. Klasse C fant 10 ulike måter, men de tror det er flere. Det har de helt rett i, for til sammen er det 35 ulike måter å gjøre dette på. Disse måtene vil ikke bli listet opp her. Leserne utfordres derimot til å finne alle 35.

En ny utvidelse av oppgaven kan være å se på mulighetene for å bygge tre like høye tårn. Hva med fire like høye? Og så videre. Svarene vil kanskje overaske.

De to klassene 6A og 6C ved Munkerud skole har jobbet godt med oppgaven og har svart så jevngodt at redaksjonen har bestemt at de begge er vinnere og deler prisen. Gratulerer!

(fortsatt fra side 30)

at «hvis noe akselererer i minus tre, da går det jo bakover». Dette er feil, i denne sammenhengen er det en negativ akselerasjon eller en oppbremsing.

Bedre forståelse av definisjonene, enhetene og fenomenene kan gjøre regneprosessen enklere. Nå er det riktignok slik at under utregningen kan man få veldig teoretiske størrelser, som kan være noe av grunnen til at matematikere ofte benytter enheter først i svaret. Likevel kan disse altså behandles med helt ordinære regneregler.

Elevene i disse to intervjusituasjonene anvendte ingen strategier som tegning, tabell, graf eller andre mer kreative representasjoner for å løse oppgavene. For at slike strategier skal kunne hjelpe, må elevene være kjent med dem og ha opplæring i å bruke dem. Verken Pål eller Ida anvendte slike strategier, så det er rimelig å anta at det ikke er deres mest effektive strategi, om noen av strategiene er kjent for dem i det hele tatt. Begge holdt seg stort sett til memorerte formler og algebraiske uttrykk, om vi tolker veifart-og-tid-trekanten som en algebraisk formel i et annet design. Ida sa at hun til en viss grad så for seg situasjonen i hodet. Begge to reflekterte over svaret i etterkant.

Det er ikke sikkert disse elevene ville løst oppgavene selv med en felles enighet om utregning mellom lærerne i matematikk og naturfag. En av grunnene til at disse oppgavene var utfordrende for Pål og Ida, kan være svak algebrakompetanse. Likevel håper jeg at denne artikkelen peker på et moment som elevene kan oppleve som et problem, og det er mitt ønske at et godt tverrfaglig samarbeid mellom matematikk og naturfag kan bidra til å gjøre utfordringen med riktige størrelser og enheter mindre.

Anita Valenta

Tallforståelse – beregning

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) beskriver matematisk kompetanse som sammensatt av fem komponenter: begrepsmessig forståelse, beregning, anvendelse (strategisk tenking), resonnering og engasjement. Disse fem komponentene ses tett sammenflettet og er avhengige av hverandre.

I en serie på fire artikler i Tangenten vil ulike aspekter ved tallforståelse på mellomtrinnet knyttet til hver av de fem komponentene av matematisk kompetanse bli presentert og drøftet. Aspektene er basert på forskning og utviklingsarbeid knyttet til matematikkdidaktiske prosjekt om arbeid med tall på mellomtrinnet. Artiklene vil vise hvordan tallforståelse kan komme til uttrykk i undervisning, dette blir eksemplifisert gjennom episoder fra 4.–7.trinn. I Valenta (2016) ble begrepsmessig forståelse diskutert. Denne artikkelen handler om beregning.

Beregning

handler om kunnskap om ulike matematiske prosedyrer/strategier, når og hvordan de kan brukes, og *å kunne utføre dem nøyaktig, fleksibelt og hensiktsmessig*. På engelsk heter denne komponenten av matematisk kompetanse *procedural fluency*. Boaler diskuterer i (2016) begrepet *fluency* knyttet til arbeid med regneoperasjoner, altså det som kalles *beregning* her, og påpeker at begrepet ikke handler om memorering og faktakunnskap, men om *å behandle tall og operasjoner fleksibelt*, veksle mellom ulike prosedyrer og representasjoner og foreta hensiktsmessige valg i en gitt situasjon. Det innebærer innsikt i ulike egenskaper ved og relasjoner mellom tall og operasjoner og evnen til å utnytte dem i arbeid med aritmetiske problem.

Tradisjonelt har standardalgoritmer for de ulike regneartene hatt en sentral plass i arbeid med tall i skolen. Forskning viser til flere problematiske sider ved det. En studie gjennomført av Kamii og Dominick (1997) viser at elever som er vant til en tradisjonell undervisning med fokus på algoritmer og øving på å bruke dem, gjør det dårligere når de skal regne ut ulike regnestykker enn elever som har arbeidet med å utvikle varierte strategier og bruke dem fleksibelt avhengig av de involverte tallene. Fosnot og Dolk (2001, 2002) påpeker at standardalgoritmene er blitt utviklet i en annen tid, da det ikke var noen digitale hjelpemidler, og at de er utviklet til å være så effektive som mulig. Effektiviteten i dem baserer seg blant annet på *å ikke betrakte de involverte tallene som helhet,*

Anita Valenta
Matematikksenteret
anita.valenta@matematikksenteret.no

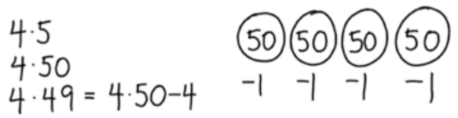
Artikkelen er del 2 i en serie på fire artikler.

men behandle siffer for siffer. En slik tilnærming kommer ofte i konflikt med utvikling av elevers forståelse for strategien som brukes, og elevene lærer algoritmer bare som regler og oppskrifter. En konsekvens av det kan være at elever slutter å prøve å finne en *måte å tenke på* som gir mening for dem. De slutter også å tenke på hva de ulike regneoperasjonene egentlig gjør med tallene, og de vurderer ikke svarene de får. Elever prøver bare å huske oppskriften og anvende den på riktig måte. Man kan si at elevers utvikling av tallforståelse kan stoppe opp i møte med algoritmer (Fosnot og Dolk, 2001). Dette medfører et spørsmål om hvorvidt standardalgoritmene bør arbeides med på skolen i det hele tatt, når både utviklingen av elevenes tallforståelse og samfunnsutviklingen tas i betraktning. På en annen side kan det argumenteres for at det er effektive prosedyrer som har blitt utviklet og vist seg å være nyttige gjennom historien. Det er dessuten mulig å nærme seg algoritmer på en annen måte, over lang tid, gjennom arbeid med elevers resonnering og forståelse, som en av de ulike strategiene det arbeides med (se Johnsen-Høines, 2006).

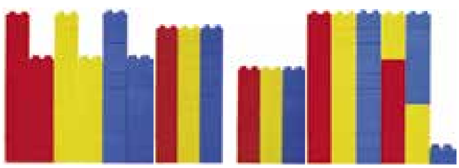
Denne artikkelen tar ikke stilling til om elever skal bli kjent med standardalgoritmer eller ikke. Det som er viktig, er at elever skal utvikle ulike strategier i arbeid med regneoperasjoner, kunne bruke dem fleksibelt og hensiktsmessig og at strategiene bygger på elevers resonnering (se for eksempel Anghileri, 2006; Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 1999). Utvikling og bruk av strategier skjer i samspill med ulike relasjoner, representasjoner og egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Estimering har en viktig rolle i prosessen (se for eksempel Dehane, 2011; Kilpatrick m.fl., 2001). Under estimering resonnerer man om den gitte operasjonen, man vurderer tallstørrelser og tar i bruk ulike egenskaper ved tall og operasjoner. Estimering er også viktig i arbeid med matematisk modellering og anvendelse.

Som Kilpatrick m.fl. (2001) diskuterer, er de ulike komponentene i matematisk kompetanse knyttet tett sammen og støtter hverandre. I diskusjoner om beregning er det viktig å se aspekter knyttet til begrepsmessig forståelse, resonnering og anvendelse som del av en helhet. Følgende aspekter kan sees som sentrale når det gjelder beregning (de har sammenheng de andre komponentene også):
Utvikling av varierte strategier handler om å kunne utvikle strategier i arbeid med regneoperasjoner. Fosnot og Dolk (2001, 2002) fremhever betydningen av at elever utvikler ulike strategier med utgangspunkt i regnefortellinger og illustrasjoner. Når strategier utvikles på den måten, er det enklere for elevene selv å vurdere hva som kan gjøres, og hva som ikke gir mening. Overganger mellom de ulike representasjonene er av stor betydning i denne utviklingen. Hvis en strategi utvikles for eksempel gjennom en regnefortelling, er det viktig at den også beskrives symbolsk. Det kan virke til at en bevissthet om fremgangsmåten generaliseres utover den gitte konteksten. Arbeid med tallmønster kan også være utgangspunkt for utvikling av variere strategier (se for eksempel Shumway, 2011; Parrish, 2010). Eksempler:

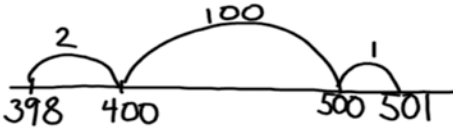
– For å regne ut antall drops i 4 poser med 49 drops, kan man utnytter at 49 drops er 1 færre enn 50. Da kan man regne ut $4 \cdot 49$ som $4 \cdot 50 - 4 \cdot 1$.



– Regne ut $3 \cdot 17$ ved å tenke på 17 som 17 klosser som deles opp i 10 og 7. Da kan $3 \cdot 17$ ses som $3 \cdot (10 + 7) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 7$



- Man kan tenke på 501 – 398 som differansen mellom tallene på tallinje og regne «bakover».
  501 – 398 = 1 + 100 + 2



- 12 : 4 = 3
  12 : 2 = 6
  12 : 1 = 12
  12 : ½ = ?
  Hva er likt, og hva er forskjellig i de tre første regnestykkene? Er det noen relasjoner mellom tallene? Hva kan svaret på det siste regnetykket være hvis vi skal følge mønsteret?

Bruk av varierte strategier består i å beherske ulike skriftlige og muntlige strategier i arbeid med tall og regneoperasjoner og å kunne bruke estimering og digitale hjelpemidler. I denne artikkelen skilles det ikke spesielt mellom muntlige og skriftlige strategier, siden det gjerne er den samme tenkingen som ligger i bunn, og det avhenger av tallene om det kan være nødvendig å notere noe underveis (se også Fosnot & Dolk, 2002; Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 1999). I de ulike regnestrategiene er det forskjellige egenskaper ved tall, posisjonssystemet og operasjoner som utnyttes. Eksempler:

- For å estimere 75 · 89 kan vi runde av 89 til 100 og se at svaret må være under 7500. Man kan resonnere videre at svaret er ca. 90 % av 7500 og må ligge i området 6500–7000.
- Noen forslag for mulige strategier/fremgangsmåter for å beregne 75 · 89 eksakt kan være:
  (10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5) ·89
  7 · (10 · 89) + (10 · 89) : 2
  (100 – 25) · 89, der 25 · 89 er en firedel av 100 · 89
  ¾ · (100 · 89)
  75 · (100 – 10 – 1) 7500 – 750 – 75
- I de forskjellige strategiene utnyttes egenskapene ved multiplikasjon og de involverte tallene, posisjonssystemet og ulike referansetall.
- Noen mulige strategier for å regne ut 127 + 206 der man utnytter posisjonssystemet samt assosiativ og kommutativ egenskap for addisjon, kan være:

  120 + 200 + 7 + 6 = 320 +13
  127 + 200 + 6 = 327 + 6
  206 +120 + 7 = 326 + 7
  130 + 206 – 3 = 336 – 3
  130 + 210 – 3 – 4 = 340 – 7

Valg av en hensiktsmessig strategi handler om å kunne vurdere hvilken strategi som kan være hensiktsmessig for det gitte regnestykket og for den gitte situasjonen. Selv om det kan være mange fremgangsmåter for å finne svar i et gitt regnestykke, er gjerne noen strategier mer hensiktsmessige enn andre for akkurat de gitte tallene. I mange situasjoner, spesielt de som er knyttet til dagliglivet, er det heller ikke så viktig med et helt nøyaktig svar, det holder med et estimat. Videre, i situasjoner der **nøyaktig svar er viktig**, der utregninger ikke står i fokus, og der tallene er «lite pene», kan bruk av kalkulator være mest hensiktsmessig. Eksempler:

- For å regne ut 0,25 · 36 kan det være hensiktsmessig å utnytte det som er spesielt med tallet 0, 25 – det at det er det samme som en firedel. 0,25 · 36 er slik det samme som en fjerdedel av 36, og det er 9.
- For å regne ut 17 · 98 kan det være lurt å utnytte at 98 er nær 100. Strategien blir da 17 · 100 – 17 · 2 = 1700 – 34.
- For å regne ut 235 – 197 kan en hensiktsmessig strategi være å øke begge tallene med 3. Da får man et enklere regnestykke 238 – 200, og differansen er fortsatt den samme.

En annen strategi som kanskje er like hensiktsmessig, er å ta 200 som referansetall og se på begge de involverte tallene ut fra det – differansen mellom 235 og 200 er 35, mellom 200 og 197 er det 3; differansen mellom 235 og 197 er da 35 + 3.

- Her er det lite hensiktsmessig å dele opp begge tallene ut fra posisjonssystemet (som i standardalgoritmen).
- For å finne ut hvor mange pakker drops man kan kjøpe for 100 kroner når hver pakke koster 11,90 kr, kan det være hensiktsmessig å runde av prisen og estimere.
- I situasjoner der man trenger et nøyaktig svar på regnestykker som 68 · 842 eller 134,24 : 51,2 er bruk av digitale hjelpemidler et naturlig valg.

Effektivitet og nøyaktighet er viktige elementer i arbeid med regneoperasjoner. Arbeid med matematiske problem krever ofte en del utregninger, og det kan være greit at man etter hvert kan utføre dem uten å være nødt til å tegne og telle. Effektivitet og nøyaktighet i beregning bygger på automatisering av enkle tallfakta, et spekter av referansetall og et bredt utvalg av strategier man kan velge mellom. Som Boaler (2016) diskuterer, er automatisering av enkle tallfakta som 9 + 5 = 14 og 12 · 10 = 120 viktig for videre arbeid med tall. Det er imidlertid viktig at læringen ikke handler om ren memorering. Erfaringer med tallfakta i ulike situasjoner, gjennom ulike representasjoner og med fokus på strukturer og relasjoner vil etter hvert føre til automatisering. Erfaringer med ulike strategier og diskusjoner om hvilke som kan være hensiktsmessige i en gitt situasjon, kan legge til rette for en gradvis effektivisering av valg av strategi for å løse et gitt problem og utnyttelsen av faktakunnskap. Eksempler:

- En effektiv strategi for å regne ut 128 : 8 kan være å se 128 som 12 tiere og 8 enere, og det skal deles på 8. Det gir 1 hel tier til hver. Da er det 48 enere igjen. 48 : 8 er 6 og svaret blir 10 + 6 = 16.
  I strategien gis divisjonen «deles på et antall personer» mening. Posisjonssystemet og veksling mellom tiere og enere utnyttes for å ta i bruk faktakunnskap og gjøre utregningen enklest mulig.
- Når man skal regne ut 75 · 89, kan det være en effektiv strategi å ta utgangspunkt i at 75 · 100 = 7500 og så subtrahere en tidel og en hundredel. 7500 – 750 – 75

  Da utnyttes strukturen av tallet 89 som 100 – 10 – 1. Det gjøres for å kunne utnytte at multiplikasjon med 100, 10 og 1 er (etter hvert) faktakunnskap. Utregningen blir nå enkel nok til at mange kan regne det ut i hodet.

Eksempler fra undervisning

Det er mye matematisk tenking, utforskning og diskusjon som skal til for å utvikle god kompetanse innenfor beregning. Undervisningen elever gis mulighet til å delta i, har stor betydning, og det stilles store krav til læreren i utforming av undervisning som legger til rette for at elever skal utvikle varierte strategier som de forstår og klarer å bruke hensiktsmessig og effektivt. Arbeid med å regne ut ulike regnestykker kan ikke bære preg av oppskrifter og øving. Det kjennetegnes av resonnering, estimering, bruk av ulike representasjoner, søking etter mønster, av diskusjon og argumentasjon. Aktivitetene som brukes i undervisningen må være nøye gjennomtenkte, regnestykkene og de involverte tallene valgt ut slik at de fremmer konkrete strategier eller ideer som ønskes diskutert.

I analysen av det faglige innholdet i episodene fra praksis nedenfor[1] belyses spesielt aspektene knyttet til beregning som kommer til uttrykk.

Skredder og skjerf

På sjette trinn ønsker læreren å diskutere divisjon med brøk med elevene. Han utformer følgende oppgave med tanke på det:

En skredder har 6 meter stoff og skal sy skjerf.

a) For hvert skjerf trenger han 1/2 meter stoff. Hvor mange skjerf kan han sy? Tegn og skriv et regnestykke som kan passe til regnefortellingen.
b) Enn hvis han skal sy en annen type skjerf som er slik at det trengs 1/4 meter stoff for hvert skjerf? Blir det flere eller færre skjerf enn i stad? Kan man finne ut hvor mange skjerf det blir, uten å regne på nytt? Hvordan? Hvilket regnestykke passer til denne regnefortellingen?
c) For en tredje type skjerf trengs det 3/4 meter stoff for hvert skjerf. Blir det flere eller færre skjerf enn i b), enn i a)? Kan man finne ut hvor mange skjerf det blir uten å regne (helt) på nytt? Hvordan? Hvilket regnestykke passer til denne regnefortellingen?

Læreren planlegger å presentere oppgaven muntlig, la elevene arbeide i grupper og ha en felles diskusjon etter hver deloppgave. Som sentrale momenter i diskusjonen ser han for seg ulike strategier og sammenhenger mellom disse. Videre har han som mål å få frem at dette er en kontekst som er aktuell for divisjon, og at de ulike strategiene **på ulike måter** skal representeres ved bruk av tegninger, tallinje og symboler. Spesielt ønsker han å diskutere hva som skjer med svaret på et divisjonsstykke når divisor minker eller **øker med en** gitt faktor, og hvordan relasjonen kan utnyttes når man skal dele med brøk.

Han noterer også et spørsmål som kan diskuteres til slutt:

a) Hva med regnestykket 10 : 5/4? Hvordan kan vi finne svaret på det? Kan vi tenke oss en regnefortelling som passer til det regnestykket, og som vi kan bruke til å finne svaret? (Hvis stille, tipse om skredder. Men så spørre om det kan være noen andre situasjoner.)

Hensikten med opplegget er at elevene skal *utvikle varierte strategier* i arbeidet med deling med brøk. Læreren velger en oppgave som legger til rette for at utviklingen skjer med utgangspunkt i en regnefortelling. Han velger tallene slik at det er samme dividend hele tiden, og at det blir ulike relasjoner mellom divisorer som han ønsker at elevene skal ta i bruk i utviklingen av strategier: ¼ er halvparten av ½, ¾ *er tre ganger større enn* ¼. *Videre kan relasjoner mellom* ½ *og* 1 (*at* ½ *er halvparten av tallet 1)* og ¼ og 1 (at ¼ er fire ganger mindre enn 1) være interessante å utnytte og diskutere med elevene.

Under arbeidet med deloppgave a) bruker elevene ulike strategier for å komme frem til at det blir 12 skjerf, men er usikre på om hvilket regnestykke som kan passe til situasjonen. Flere foreslår at det er $6 \cdot 2 = 12$, siden det beskriver strategien de har brukt, men kjenner ikke igjen selve situasjonen som en (målings-)divisjon **6 : ½** = 12. For å hjelpe elevene med å kjenne igjen at det er en divisjonssituasjon, spør læreren om hvilket regnestykke det ville vært om skredderen hadde 6 meter stoff og skulle sy skjerf på 2 meter. Noen elever foreslår regnestykket $2 \cdot \_ = 6$, andre foreslår $6 : 2 = \_$. I samtalen med elevene innser læreren at elevene ikke har arbeidet nok med divisjon som målingsdivisjon til at regnefortellingen oppleves som en naturlig inngang til diskusjon om divisjon. Han velger å ikke presse videre på det i den økta, men heller å vende tilbake til det senere.

I videre arbeid med deloppgave b) og c) diskuteres ikke divisjon mer. Elevene resonnerer innenfor konteksten med skredder og skjerf og bruker tegninger. De viser at antall skjerf i b) er dobbelt så stort som i a), og at antallet kan finnes ved å multiplisere hele lengden med 4. I c) viser de at antallet er en tredjedel av antallet i b).

Det er viktige sammenhenger som diskuteres i timen. Regnefortellingen abstraheres etter hvert til «uendelig små skjerf» som da gir «uendelig mange skjerf», og elevene inviteres til resonnering knyttet til viktige matematiske ideer. Men siden regnefortellingen og de ulike strategiene ikke blir knyttet til divisjon og generalisert på den måten utover situasjonen med skredder og skjerf, legger ikke timen opp til utvikling av varierte strategier innenfor divisjon i den grad det var planlagt på forhånd. Grunnen til det var elevers utrygghet med ulike representasjoner av divisjon, målingsdivisjon i dette tilfelle.

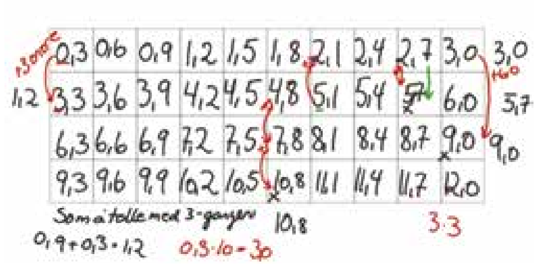
Eksempelet viser tydelig hvordan begrepsmessig forståelse og beregning er knyttet tett sammen og avhenger av hverandre. Det viser også at læreren bruker skjønn i hvor hvor langt han utvider området for den matematiske aktiviteten, og hvordan han noen ganger må la stoff kunne bli hentet opp ved senere anledning.

12·149

På femte trinn presenterer læreren en streng av relaterte regnestykker (se f.eks. Fosnot & Dolk, 2002), og hensikten er **å** diskutere ulike strategier innen multiplikasjon. Oppgavestrengen timen er utformet rundt, er:

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 150 \\ 10 \cdot 150 \\ 12 \cdot 150 \\ 12 \cdot 149 \end{array}$$

For hvert regnestykke diskuteres det ulike måter å tenke på og sammenhenger mellom strategiene og regnestykkene. Strengen er utformet for å fremheve spesielt bruk av den distributive egenskapen gjennom sammenhengen mellom de første to stykkene og det tredje: $12 \cdot 149 = (10 + 2) \cdot 150 = 10 \cdot 150 + 2 \cdot 150$. I tillegg til den distributive egenskapen utnyttes her posisjonssystemet og multiplikasjon med 10, og strategien er egentlig den samme som er utgangspunktet i standardalgoritmen for multiplikasjon.



Strategien der man bruker det tredje for å regne ut det fjerde regnestykket,

$12 \cdot 149 = 12 \cdot (150 - 1) = 12 \cdot 150 - 12 \cdot 1$,

er også basert på den distributive egenskapen, men her utnyttes ikke posisjonssystemet, men 150 som et referansetall og regnestykket $12 \cdot 150$ som faktakunnskap.

I episoden er *bruk av ulike strategier* er et sentralt aspekt. Videre diskuteres *valg av en hensiktsmessig strategi* ved at strategier der man utnytter relasjoner mellom de involverte tallene og situasjonen der noen regnestykker allerede er kjent, fremheves.

Telle i kor med 0,3 fra 0,3

På syvende trinn teller elevene i kor fra 0,3 i steg på 0,3. Læreren noterer tellingen på tavla, rad for rad, med ti tall i hver rad. Læreren stopper opp flere ganger underveis i tellingen, og ulike relasjoner og mønster som kommer frem, diskuteres og noteres på tavla.

Telling i kor kan bidra til automatisering av enkle tallfakta og dermed utvikling av *effektivitet og nøyaktighet*. Aktiviteten er videre en øving i bruk av hoderegning, og diskusjoner underveis om mønster og relasjoner som elevene legger merke til i tabellen, kan brukes til å fremheve *bruk av ulike strategier* og sammenhenger mellom dem (mer om aktiviteten kan leses i f.eks. Shumway, 2011).

Beregning er viktig for utvikling av elevers tallforståelse og videre arbeid med matematikk, men det er viktig å huske at den er tett knyttet til de andre komponentene av matematisk kompetanse – begrepsmessig forståelse, resonnering, anvendelse og engasjement, og at de ulike komponentene «vokser» sammen. Det betyr at det ikke er slik at «bare elevene blir flinke til å regne, så kommer forståelsen etter hvert», noe man ofte kan høre. «Flink til å regne» innebærer mye mer enn å kunne følge et gitt oppsett. Beregningskompetansen er kompleks, og dens utvikling krever mye innsats både fra lærer og elever. Utforskning, resonnering og rike matematiske samtaler kan ikke være forbeholdt bare noen spesielle grublere og lignende. De må kjennetegne arbeid med det som ofte betraktes som de kjedeligste oppgavene i matematikk – de som går ut på å regne ut noen regnestykker.

Note

1 Eksemplene fra praksis er utviklet innen prosjektet «Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning» ved Matematikksenteret, og filmene eksemplene er hentet fra er lagt ut på: http://www.matematikksenteret.no/content/4793/Innholdsside. Aktivitetene er fra filmene med tilsvarende overskrift. På siden kan det også leses mer om de ulike typene aktiviteter som diskuteres her.

Referanser

Angileri, J. (2006). *Teaching Number Sense*, 2nd edn. London: Continuum.

Boiler, J. (2016). Fluency without fear. *Tangenten: tidsskrift for matematikk i grunnskolen, 24*(1), 17–24.

Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L., Levi, L., & Empson, S.B. (1999). *Children´s mathematics. Cognitively guided instruction.* Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. OUP USA.

Fosnot, C.T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division.* Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Fosnot, C.T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: constructing fractions, decimals, and percents.* Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Johnsen-Høines, M. (2006). *Begynneropplæringen*. Bergen: Caspar Forlag.

Kamii, C., & Dominick, A. (1997). To Teach or Not to Teach Algorithms. *Journal of Mathematical Behavoir, 16*(1), 51–61.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* J. Washington, National Research Council. DC: National Academy Press.

Parrish, S. (2010). *Number talks. Helping children build mental math and computation strategies*. Scholastic Inc.

Shumway, J.F. (2011). *Number sense routines: Building numerical literacy every day in grades K-3*. Stenhouse Publishers

Valenta, A. (2016). Tallforståelse – begrepsmessig forståelse. *Tangenten: tidsskrift for matematikk i grunnskolen, 27*(1), 10–16.

(fortsatt fra side 34)

Friedmanstall

Noen kan løses veldig raskt bare ved å se på faktorene, mens andre trenger litt mer tenkning. Her er en liste med primfaktorisering av friedmanstall mindre enn 1000.

$25 = 5^2$, $121 = 11^2$, $125 = 5^3$, $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$, 127 er primtall, $128 = 2^8$, $153 = 3^2 \cdot 17$, $216 = 6^3$, $289 = 17^2$, $343 = 7^3$, 347 er primtall, $625 = 5^4$, $688 = 2^4 \cdot 43$, $736 = 2^5 \cdot 23$.

Lykke til!

Gudrun Berg Ildstad

Formativt arbeid på matematikkprøver

Skriftlige tilbakemeldinger på elevenes prøver og innlevering er en sentral del av (matematikk) lærerens arbeidsdag. Lærere skriver gjerne tilbakemeldinger og kommentarer med den beste hensikt for å motivere, involvere og føre eleven mot videre læring. Likevel kan kommentarene og tilbakemeldingene bli gitt på en rekke ulike måter med et stort spenn med hensyn til hva elevene faktisk lærer av. I min hovedoppgave fra Høgskolen i Sør-Trøndelag gjennomførte jeg en kvalitativ studie der jeg undersøkte ulike typer tilbakemeldinger og hvordan de påvirket åttendeklasseelevers involvering i etterarbeid, oppfatning av nyttighet og videre læring i matematikkfaget.

Summative tester i formativt arbeid: bruk av kun kommentarer

Motivasjonen og inspirasjonen til min forskning har i stor grad basert seg på Black, Harrison, Marchall og Wiliam (2003) sine studier på å bruke summative tester formativt ved å holde igjen karakter og poeng til etter at elevene har arbeidet formativt med resultatet sitt. Black et al. (2003) fant i denne studien betydelige forskjeller på elevenes involvering, spesielt ved at sosial sammenligning og rangering i klasserommet minket, mens oppgave-involvering økte. Samme funn er påpekt allerede i 1987 og 1988 av Ruth Butler: Tilbakemeldinger med kun kommentarer og uten numeriske resultater minsker sosial sammenligning og ego-involvering hos elevene, og øker oppgave-involveringen.

Likevel bringer bruk av «kun kommentarer» med seg både muligheter og utfordringer. En av de kanskje største utfordringene er den store forskjellen i lærere og elevers oppfatninger. Maclellan (2001) gjennomførte en studie om elevers og læreres ulike oppfatning av tilbakemeldinger. En klar tendens i studien var at lærerne opplevde tilbakemeldingene de skrev, som mye mer nyttige enn det elevene opplevde. Eksempelvis fant han (Maclellan, 2001) at 5 prosent av elevene, men 50 prosent av lærerne, mente tilbakemeldingen «ofte» muliggjorde forståelse av vurderingen, «noen ganger» henholdsvis 62 prosent (elever) og 40 prosent (lærere), og «aldri» 30 prosent (elever) og 10 prosent (lærere). Havenes, Smith, Dysthe og Ludvigsen (2012) gjorde lignende funn i sin toårige norske undersøkelse. De fant, i tillegg til ulik oppfatning av nytteverdi, at lærerne trodde at elevene brukte mye lengre tid på å lese og arbeide med tilbakemeldingene deres enn elevene sa de gjorde.

Aspektet med opplevelse av nytteverdi er spesielt sentralt i prosessen ved tilbakemeldin-

Gudrun Berg Ildstad
Dyrløkkeåsen skole
gudrun.ildstad@frogn.kommune.no

ger, fordi tilbakemeldingene bare er nyttige og støttende for læring dersom eleven opplever dem som nettopp støttende og nyttige (Rakoczy et al., 2013). Hva som står i kommentarene, er samtidig spesielt viktig for denne opplevelsen, noe som bringer meg over på hva forskningen trekker frem som nyttige og mindre nyttige typer kommentarer.

Typer kommentarer: tre nøkkelspørsmål og fire nivåer

Hovedprinsippet for å oppnå et godt miljø for nyttige tilbakemeldinger, mener Hattie og Timperley (2007), er at tilbakemeldingene svarer på tre nøkkelspørsmål: Hvor skal eleven? (*feed up*), hvordan gjør eleven det? (*feed back*), og hvordan skal eleven komme seg dit? (*feed forward*). Det optimale vil være om både lærere og elever søker svar på disse tre nøkkelspørsmålene. Videre trekker Hattie og Timperley (2007) frem at tilbakemeldingene kan rette seg mot fire ulike nivåer som har ulik innvirkning på tilbakemeldingens nytteverdi: tilbakemelding om oppgaven (rett eller feil), om prosessen (strategier for å finne egne feil, eller løsningsstrategier), om selvregulering (engasjement, kontroll og selvtillit, videre utfordringer og spørsmål), og om selvet (knytter seg til eleven som person, ros). De (Hattie & Timperley, 2007) mener at tilbakemelding om oppgaven kan være effektivt for læring på oppgavenivå, men ikke nødvendigvis generaliserbar. Tilbakemelding om prosessen kan ha en litt høyere innvirkning på læringen, mens tilbakemeldinger om selvregulering har størst mulighet for å påvirke læringen. Eksempler er spørsmål som «Hva vil skje dersom …?» eller tips som «Prøv å bruke samme løsningsstrategi her som du brukte i oppgave 3». Tilbakemeldinger om selvet har minst eller ingen innvirkning på den videre læringen og kan i noen tilfeller svekke den. Likevel er denne typen tilbakemeldinger den mest populære å bruke (Brophy, 1981; Butler, 1987; Hattie & Timperley, 2007).

Om typer ros

Ettersom bruk av ros og tilbakemeldinger om eleven som person er en så mye brukt metode i lærerens tilbakemeldingspraksis, vil jeg også skrive litt om denne type tilbakemelding. På samme måte som kommentarene kan ros bli gitt til eleven på forskjellige måter. Først den mest populære typen, den ugrunnete og generelle rosen (Brophy, 1981; Butler, 1987). Denne typen knytter seg altså til tilbakemeldinger om selvet (Hattie & Timperley, 2007), for eksempel generelle fraser som «veldig bra» eller «så flink du er». Ros for selvet, for intelligens eller talent, kan føre til at elevene oppfatter sine evner i matematikk som medfødte. Dette kalles en fastsatt evneutvikling (Butler, 1987; Dweck, 2007). Elever som sliter eller lærer saktere enn andre, kan da oppfatte at øvelse ikke nødvendigvis vil hjelpe. Elever som klarer seg bra i matematikk, kan bli mer egoinvolverte, de kan bli redde for å feile og dermed unnvike vanskeligere oppgaver (Dweck, 2007). Den andre typen jeg vil trekke frem, er ros for innsats eller kvalitet. Eksempler kan være «flott, her viser du god oversikt i utregningene dine» eller «fortsett dette gode arbeidet». Ros for innsats eller kvalitet kan være nyttig for videre læring, motivere og la elevene få en oppfatning av at øvelse *gjør* mester, altså en trinnvis evneutvikling (Brophy, 1981; Butler, 1987; Dweck, 2007).

Om avsatt tid til arbeid med tilbakemeldinger

Avsatt tid i klasserommet til arbeid med tilbakemeldinger kan minske flere utfordringer med tilbakemeldingene (Sadler, 2010; Black et al., 2003; Hodgen & Wiliam, 2006). For det første blir elevene «tvunget» til å lese og arbeide med kommentarene de har fått. Dette kan minske utfordringen med at elevene ikke leser over og jobber med kommentarene sine så mye som lærere tror (Havenes et al., 2012). Å sette av tid i klasserommet kan for det andre minske utfordringen med spriket mellom hva lærere og elever opplever som nyttige tilbakemeldinger. Det er lettere å skape dialog mellom lærer og elev om nytteverdi, gi elevene anledning til å spørre dersom de ikke forstår kommentarene, og dermed å la lærere fange opp hva elevene synes er vanskelig med ulike kommentarer og tilbakemeldinger. For det tredje åpner en arbeidstime for mer samarbeid i elevgruppen, de kan diskutere løsningsstrategier og svar eller hjelpe hverandre med forståelse. Denne sosiale aktiviteten kan derimot påvirke læringen negativt dersom sosial sammenligning og rangering preger klassemiljøet. Bruk av tilbakemeldinger med bare kommentarer og *uten* numeriske resultater blir dermed igjen sentralt.

Design av studien

I min studie undersøkte jeg en åttendeklasse gjennom to perioder med matematikkprøver. Jeg gjennomførte en intervensjonsstudie der jeg endret på elevenes vanlige tilbakemeldingspraksis, gjennomførte uvante arbeidsmåter og ga elevene andre typer tilbakemeldinger enn de var vant med. Hensikten var å undersøkte hvilken innvirkning innblandingen hadde individuelt og kollektivt i klassemiljøet, og hvordan elevene selv opplevde tilbakemeldingene og arbeidsmåtene.

Tilbakemeldingene ble utformet på et individuelt pc-skrevet ark med nummererte «sidekommentarer» for hver oppgave, og med en sluttkommentar på et par linjer nederst. I sluttkommentarene prøvde jeg å fange opp de tre nøkkelspørsmålene Hattie og Timperley (2007) nevner, mens jeg i sidekommentarene prøvde å legge vekt på de tre nivåene oppgave, prosess og selvregulering, og å gi ros for innsats eller kvalitet i elevenes løsninger. Det ble satt av en hel skoletime til å jobbe med tilbakemeldingene de hadde fått, der de fikk tilbake prøven sammen med kommentararket i begynnelsen av timen. Elevene fikk beskjed om å lese gjennom arket sitt selvstendig før de eventuelt kunne samarbeide med andre. I første periode fikk elevene ulike typer kommentarer sammen med poengsum. I andre periode fikk de kun kommentarer, og poengsummen ble skjult til etter arbeidsøkten. At poengsummen ikke var med i andre periode, fikk elevene ikke vite på forhånd. Jeg samlet datamateriell gjennom observasjon, og intervjuer og spørreundersøkelser etter hver av de to periodene.

Tre sentrale funn fra min studie

I undersøkelsen min fant jeg mye samsvar med tidligere forskning og vil spesielt trekke frem tre aspekter ved tilbakemeldingene som jeg oppfatter som relevante og interessante: 1) Bruk av kun kommentarer og avsatt arbeidstime; 2) Typer kommentarer som oppfattes som nyttige; og 3) Et eget pc-skrevet tilbakemeldingsark.

1: Bruk av kun kommentarer og avsatt arbeidstime

Som nevnt viser tidligere forskning nyttig innvirkning på læring ved bruk av kun kommentarer der det numeriske resultater er skjult (Black et al., 2003; Butler, 1987;1988). Mine resultater bygger opp under den reduserte sosiale sammenligningen i klasserommet. Ved første periode diskuterte elevene i høy grad sine numeriske resultater med hverandre. I andre periode hadde de ikke dette enkle sammenligningsgrunnlaget, og svært interessant var det at de heller valgte å sammenligne løsninger og svar med hverandre.

Jeg var forberedt på å motta kommentarer fra elevene og eventuelt kritikk på at poengsummen var fjernet, men overraskende nok var denne antagelsen helt feil. Elevene var helt stille ved mottakelsen av kun kommentarer, de leste gjennom kommentarene sine og begynte på oppgavene de hadde fått uten at én elev lurte på hvor poengsummen var blitt av. I intervjuene fikk jeg noen forklaringer på denne litt overraskende responsen:

> Bra. Fordi om jeg hadde bare fått karakter så hadde jeg bare kommet til å se på dem oppgavene jeg fikk feil på. Jeg hadde ikke kommet til å sett på hvorfor jeg fikk feil på

> dem, og … jeg hadde ikke kommet til å lære noe av det egentlig (intervju, Beate (utsagn 1)).
>
> Fordi at det var poengsum, så snakker alle sammen om hvordan poengsum man har fått, og gjør egentlig ikke noe. Så ser ikke så mye på sine egne oppgaver og sjekker opp hvorfor de er feil og sånn, bare går rundt og spør hva folk har fått (intervju, Beate (utsagn 2)).
>
> Nei, eller jeg synes det var bra at det ikke var poengsum, for da jobber jeg bedre, synes jeg. I stedet for å tenke sånn, hvis du får bra, så tenker du at du trenger ikke øve, og hvis du får dårlig, så vil du ikke øve, og da er du skuffet over poengsummen (intervju, Bendik).

«Beate» og «Bendik» gir reflekterte og interessante forklaringer og underbygger aspekter som forskningen viser til. I utsagn 1 legger «Beate» vekt på den ulike oppfatningen av hva lærerne tror elevene gjør, og hva elevene kanskje faktisk gjør, i utsagn 2 på den sosiale sammenligningen. «Bendik» sitt utsagn er også svært interessant idet han vektlegger hvordan numeriske resultater påvirker innsatsen negativt enten du scorer høyt eller lavt.

Beates utsagn 2 bygger også opp under at en arbeidstime fungerer bedre når de numeriske resultatene er skjult, slik at den sosiale sammenligningen minker. Å sette av tid i undervisningen til arbeid med egne prøveresultater ble også godt mottatt av elevene. I intervjuet med «Ada» trekker hun frem et annet sentralt poeng med denne arbeidsmåten:

> … nå fikk vi jobbet med det etterpå og da, og da hjelper det jo ganske mye å huske på. Men hvis du bare ser gjennom det og ser at her står det bare «her har du tatt pluss i stedet for minus» og sånn, så er det ikke like enkelt å huske på, men nå når jeg fikk jobbet med å ta gange og dele først, i stedet for pluss og minus, så ble det også mye mer enkelt å huske på (intervju, Ada).

2: Typer kommentarer som oppfattes som nyttige

Et annet sentralt element i studien min har vært bruk av spesifikke typer kommentarer. Her har jeg undersøkt hva elevene ser på som mer og mindre nyttige typer. Kommentartypene er inspirert av og hentet fra blant annet Shute (2008), Black et al. (2003) og Hodgen og Wiliam (2006). Kommentartypene som ble best mottatt, og som elevene trakk frem som gjennomgående nyttige og motiverende å lese og arbeide med i de to periodene jeg undersøkte, var:

- **Flagging av feil:** å gjøre eleven oppmerksom på at det er feil i besvarelsen, men ikke hvor eller nødvendigvis hvor mange. Eksempel: «Blant disse fem oppgavene er det to feil, finn dem og rett det opp».
- **Utdypende om oppgave:** å forklare misoppfatninger ved tekst eller figurer. Eksempel: bruk av tallinje for å forklare regning med negative tall.
- **Strategiske hint/spørsmål:** å rette seg mot elevens logikk, løsninger fra andre oppgaver eller matematikk i hverdagen. Eksempel: «Hvorfor tror du det heter primtallfaktorisering, og hvilke av tallene 1, 2 og 3 skal derfor ikke med i primtallfaktoriseringen?»
- **Sammenligne strategier:** å la elevene sammenligne, forklare og snakke med hverandre, gjerne i allerede oppsatte grupper, om hverandres og egne strategier. Eksempel: «Sett deg sammen med elev A, sammenlign og forklar hverandres strategier. Hva er fordeler og ulemper med de to strategiene?»

De fire typene jeg presenterer her, kan også ses i sammenheng med Hattie og Timperleys (2007) karakteristika for nyttige tilbakemeldinger. Kommentarene vil hovedsakelig svare på *feed back* og *feed forward* og rette seg mot tilbakemeldinger om oppgaven, om prosessen og selvregulering. Det er også naturlig å eventuelt legge inn ros for kvalitet eller ros for innsats i denne typer kommentarer. Her vil jeg trekke inn at er dette en god mulighet til å arbeide med tilpasset opplæring, da hver elev har fått kommentarer og oppgaver tilpasset sitt nåværende nivå i matematikkfaget.

3: Et eget pc-skrevet tilbakemeldingsark

Som nevnt ga jeg elevene et eget pc-skrevet individuelt tilbakemeldingsark. Jeg var i utgangspunktet ikke ute etter å undersøke hvordan elevene opplevde denne litt annerledes utformingen, men det ble likevel naturlig å spørre elevene om det siden det var noe annerledes enn deres vanlige praksis (med kommentarer på prøvearket). Litt overraskende, og interessant nok, ble tilbakemeldingsarket trukket frem som positivt av 17 av 21 elever. 3 elever var likegyldige, og bare 1 elev var negativ. Tre hovedgrunner til denne litt overraskende positive responsen fikk jeg fra spørreundersøkelsen:

- Føler meg mer sett og tatt tid til fra læreren
- Det blir bedre plass til å forklare
- Det blir lettere å lese og jeg får mer lyst til å lese det

I tillegg til hva elevene i min studie trekker frem, blir dette aspektet nevnt som positivt også i tidligere forskning:

- Streker, piler, spørsmåltegn og andre korte tegn lærere lager, kan være uforståelige for elever (Santos & Pinto, 2009)
- Eleven kan mislike å få arbeidet sitt «ødelagt» av noen andres røde penn (Botten, 1999)

Selv vil jeg trekke frem at dette kan gi bedre pedagogisk kontroll ved at læreren og elevene kan få en digital kopi og dermed oversikt over hvilke kommentarer som er gitt. Metoden er nok mer tidkrevende enn kommentarer på elevenes besvarelser, men dersom man ønsker å gi elevene utdypende tilbakemeldinger og tilpasse mot hver elev, vil et eget ark kunne være hensiktsmessig med tanke på oversiktlighet og plass. Derimot vil jeg påpeke at man vil miste de enkleste referansepunktene dersom læreren vil peke på et lite aspekt ved elevens oppgave. Det kan føre til mer forklaring og skrift, og elevene kan oppleve flere ark som mer rot.

Konklusjon

Som en konklusjon mener jeg at målet med tilbakemeldingen bør være å motivere og involvere eleven i formativt arbeid på egne innleveringer, prøver, svar og løsninger. I min kvalitative undersøkelse opplevde jeg høy positivitet for arbeidsmetoden og motiverte og involverte elever når jeg avventet med de numeriske resultatene for å minske sosial sammenligning, brukte en arbeidstime til arbeid med kommentarene for å sikre at elevene faktisk leste og jobbet med tilbakemeldingene sine, undersøkte kommentartyper og fant hvilke typer elevene foretrakk, og bruke et eget pc-skrevet individuelt tilbakemeldingsark slik at elevene opplevde oversiktlighet og en følelse av å bli brukt god tid på.

Jeg ønsker ikke å komme med noen fasit her, og selvsagt er det positive og negative sider ved flere av metodene i denne studien. Jeg ønsker å komme med tanker og muligheter til leseren for å oppnå målet med formative tilbakemeldinger som motiverer og involverer elevene mer i det formative arbeid.

Referanser

Black, P., & Wiliam, D. (2003). In praise of educational research. *British Educational Research Journal, 29*(5), 623–637.

Botten, G. (1999) *Meningsfull matematikk*. Bergen: Caspar Forlag.

Brophy, J.E. (1981). Teacher praise: A functional analysis. *Review of Educational Research, 51*, 5–32.

Butler, R. (1987). Task-involving and ego-involving properties of evaluation: Effects of different feedback conditions on motivational perceptions, interest, and performance. *Journal of Educational Psychology, 79*(4), 474–482.

Butler, R. (1988). Enhancing and undermining intrinsic motivation: The effects of task-involving and ego-involving evaluation on interest and performance. *British Journal of Educational Psychology, 58*, 1–14.

Dweck, C., & Poulsson, P. H. (2007). *Mental vekst: Et positivt tankemønster – den nye psykologien for å lykkes*. Oslo: Damm.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research, 77*, 81–112.

Havenes, A., Smith, K., Dysthe, O., & Ludvigsen, K. (2012). Formative assessment and feedback: Making learning visible. *Studies in Educational Evaluation, 38*, 21–27.

Hodgen, J. & Wiliam, D. (2006). *Mathematics inside the black box – Assessment for learning in the mathematical classroom.* nferNelson

Maclellan, E. (2001). Assessment for learning: the differing perceptions of tutor and student. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 26*(4), 307–318.

Rakoczy, K., Harks, B., Klieme, E., Blum, W. & Hochweber (2013). Written feedback in mathematics: Mediated by students' perception, moderated by goal orientation. *Learning and Instruction, 27*, 63–73.

Sadler, R., (2010). Beyond feedback: Developing student capability in complex appraisal. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 35*, 535–550.

Santos, L. & Pinto, J. (2007). Lights and shadows of feedback in mathematics learning. *Proceeding of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (1)*, 49–56.

Shute, V.J. (2008). Focus on formative feedback. *Review of Educational Research, 78*, 153–189.

Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen
Realfagbygget A4, NTNU · 7491 Trondheim · +47 73 55 11 42 · ms@matematikksenteret.no

Visjon og strategier 2015–2020

Matematikksenteret

Meningsfull matematikk for alle

– et samspill mellom praksis, utvikling og forskning

Matematikksenteret vil bidra til at matematikkopplæringen tar utgangspunkt i barn og unges tenkning og bygger på deres interesser, bakgrunn, erfaringer og kunnskap.

Målet er at barn og unge skal utvikle en matematisk kompetanse som består av fem komponenter:

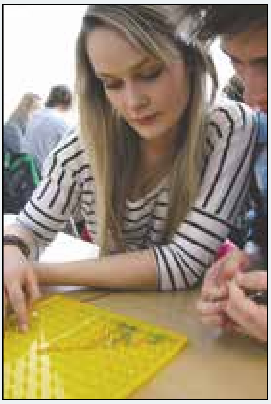
1. FORSTÅELSE
Du kan bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom matematiske begreper og ideer.

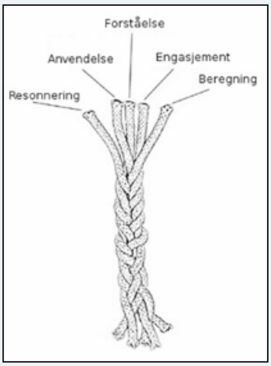
2. BEREGNING
Du kan utføre prosedyrer effektivt, nøyaktig og fleksibelt.

3. ANVENDELSE
Du kan gjenkjenne og formulere matematiske problemstillinger og utvikle strategier for å løse problemene.

4. RESONNERING
Du kan forklare og begrunne løsningsstrategiene du har brukt for å løse problemet.

5. ENGASJEMENT
Du ser på matematikk som nyttig og verdifullt, som noe du kan gjøre – dersom du er villig til arbeide med det.





Matematikksenteret vil arbeide for å fremme en matematikkundervisning hvor elevene blir møtt med høye forventninger. Læreren leder arbeidet mot læringsmålet for timen og legger til rette for et godt læringsmiljø. Elevene får arbeide med kognitivt krevende oppgaver som fremmer resonnering og forståelse, og de får diskutere forskjellige løsningsstrategier med hverandre. Feil anses som en naturlig del av læringsprosessen. Da kan elevene erfare at matematikk er engasjerende, utfordrende og meningsfullt.

Matematikksenterets virksomhet skal være et samspill mellom praksis, utvikling og forskning. Senteret skal utvikle ressurser og modeller for kompetanseheving som målgruppene kan benytte og bli inspirert av. Ressursene skal utvikles på grunnlag av praksis- og forskningsbasert kunnskap, og alle ressursene skal være kvalitetssikret.

For å lykkes med dette, må Matematikksenteret ha tett kontakt med praksisfeltet. Denne kontakten vil senteret ivareta gjennom utviklingsprosjekter og annet samarbeid med barnehager og skoler.

Samfunnsoppdrag

Matematikksenteret skal bidra til at den nasjonale utdanningspolitikken blir iverksatt og gjennomført slik at barn, unge og voksne kan få en likeverdig og tilpasset opplæring av høy kvalitet i et inkluderende fellesskap.

Matematikksenteret skal gjennom sin virksomhet som nasjonalt ressurssenter bidra til økt kvalitet i matematikkopplæringen. Senteret skal bidra til økt motivasjon og interesse for faget. Senteret skal videre bidra til å styrke kompetansen i regning som grunnleggende ferdighet i barnehagen og grunnopplæringen.

Mål

- Matematikksenteret fremmer en forskningsbasert forståelse av hva som er god læring og undervisning i matematikk.
- Matematikksenteret støtter barnehager og skoler i utvikling av god matematikklæring.
- Matematikksenteret støtter barnehager og skoler i kunnskapsbasert utvikling av gode holdninger, økt motivasjon og interesse for matematikk.
- Matematikksenteret bidrar til styrket kompetanse i den grunnleggende ferdigheten å kunne regne i alle fag.

Strategier på utøvende nivå

- Vi skal ha kontakt og samarbeid med praksisfeltet.
- Vi skal ha kontakt og samarbeid med andre nasjonale sentre, universiteter og høgskoler og andre relevante samarbeidspartnere.
- Vi skal initiere og gjennomføre forsknings- og utviklingsprosjekter.
- Vi skal utvikle og spre gode ressurser og modeller for kompetanseutvikling.
- Vi skal arrangere egne konferanser og bidra på relevante konferanser.
- Vi skal være synlige i media og delaktige i offentlig debatt.
- Vi skal være proaktive overfor politikere.
- Vi skal arbeide målbevisst med å utvikle gjensidig respekt, god kommunikasjon og godt samarbeid med overordnet enhet.

Strategier på organisasjonsnivå

- Vi skal ha en bevisst ansettelsespolitikk for å sikre en god balanse mellom forskere og praktikere.
- Vi skal være oppdatert på forskningslitteratur og ha kontakt og samarbeid med forskningsmiljøer.
- Vi skal være oppdatert på det som skjer i barnehage og skole og ha tett kontakt og samarbeid med praksisfeltet.
- Vi skal være oppdatert på det som skjer i høyere utdanning.
- Vi skal fremme en kultur for utvikling og deling av kunnskap og erfaring.
- Vi skal legge til rette for et godt fysisk, sosialt og faglig arbeidsmiljø.
- Vi skal ha høy kompetanse på administrasjon og ledelse.

Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning – bruk av ressurser til utvikling av egen praksis

Gjennom arbeid med matematikk i skolen skal elevene utvikle en helhetlig matematisk kompetanse kjennetegnet ved begrepsforståelse, fleksibilitet i arbeidet med matematiske problem, utforskning og resonnering samt utvikling av en positiv innstilling til faget. Dette stiller høye krav til elever, men enda høyere krav til matematikklærere. Matematikkundervisningen skal ta utgangspunkt i det stadig voksende forskningsfeltet matematikkdidaktikk og legge opp til at elevene kan utvikle en robust matematisk kompetanse. Lærerne bør engasjere seg i elevens tenkning, stille spørsmål, observere og vurdere elevenes resonnement, språk og argumentasjon, og de bør fremme forståelse, læring og motivasjon hos elevene. En slik undervisning kaller vi *ambisiøs matematikkundervisning*.

Prosjektet «Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning»[1] (MAM) er et treårig prosjekt ved Matematikksenteret med oppstart i 2015. Målet er å utvikle en modell med tilhørende ressurser for skolebasert etterutdanningskurs av matematikklærere på mellomtrinnet.

For at lærerne skal utvikle praksisene, prinsippene (se figur 1) og den matematiske kunnskapen som ligger til grunn for ambisiøs matematikkundervisning, tar vi utgangspunkt i bestemte undervisningsaktiviteter: telle i kor, kvikkbilder, oppgavestrenger, problemløsning og spill. Disse undervisningsaktivitetene er utviklet spesielt med tanke på lærernes utvikling av ambisiøs matematikkundervisning og kan betraktes som «bærere» av viktige prinsipper og praksiser. Gjennom utprøving av aktivitetene, utforskning og refleksjon, skal lærere utvikle rutiner og kompetanse innen ambisiøs matematikkundervisning som kan generaliseres videre til arbeid med andre typer aktiviteter, matematiske temaer og trinn.

De viktigste prinsippene for ambisiøs matematikkundervisning er:

- Elever er opptatt av å skape mening.
- Undervisning innebærer at man lærer av sine elever.
- Alle elever bør få lik mulighet til å lære viktige matematiske ideer og tenkemåter samtidig som det tas hensyn til forskjeller mellom elevene.
- Ambisiøs undervisning tar utgangspunkt i tydelige undervisningsmål.
- Lærere er en del av et skolemiljø og bør være lojale mot fellesskapet. Samtidig bør de hele tiden reflektere over skolens rolle i samfunnet og ta del i utviklingen av skolen.

Undervisningspraksiser som er spesielt viktige for ambisiøs undervisning, er å

- lede undervisningen frem mot læringsmålet
- få frem og gi respons på elevenes resonnering
- få elevene til å orientere seg mot hverandres ideer og mot læringsmålet
- sette høye krav til elevenes deltakelse
- vurdere elevenes forståelse
- bruke matematiske representasjoner

Figur 1

Modellen og ressursene som utvikles innen MAM-prosjektet vil, i tillegg til skolebasert etterutdanning, kunne brukes innen lærerutdanning og videreutdanning av lærere. Ressursene som utvikles, er først og fremst ment til bruk i utvikling av matematikkundervisning ved skoler sammen med veiledere fra universiteter/høgskoler. En enkelt lærer eller en gruppe

Eksempler på prinsipper for samarbeid:

- Det er viktig at vi alle er åpne for nye ideer og tanker, at vi er nysgjerrige på matematikk, matematikkundervisning og elevers tenkning og læring. Ingen av oss har «riktige svar», og det er alltid mer å lære.
- Observasjon av andres undervisning og å åpne egen undervisning for andre er verdifullt for læring og videre utvikling av egen undervisningskompetanse.
- Aktiv deltakelse er en forutsetning for den enkeltes læring, og det er viktig for felleskapet at alle kommer med innspill og tanker, at man viser respekt for andres innspill og er villig til å utfordre både egen og andres forståelse.
- Vi skal være «kritiske venner» for hverandre, og sammen skal vi prøve å gå i dybden på ulike spørsmål knyttet til matematikk, matematikklæring og -undervisning.
- For å utvikle et felleskap som fremmer læring og utvikling, er det viktig at vi alle stiller godt forberedt til møtene. Videre er det viktig at man er med på alle møtene, og at tida som er satt av, respekteres. På den måten legges det grunnlag for utvikling av et godt læringsmiljø for alle.

Figur 2

lærere kan også bruke ressursene på egen hånd.

På bakgrunn av utprøving av ressursene lærere har vi utarbeidet en veiledning[2] for hvordan en gruppe lærere på mellomtrinnet kan utvikle egen matematikkundervisning med utgangspunkt i ressursene. Nedenfor presenteres et utdrag av denne veiledningen, om oppstart og første økt.

Ta gjerne kontakt med prosjektlederen Svein Hallvard Torkildsen (svein.torkildsen@matematikksenteret.no) for spørsmål, kommentarer og andre innspill knyttet til bruk av ressurser innen MAM-prosjektet.

Starte opp arbeidet

Når en gruppe lærere skal begynne et samarbeid om utvikling av ambisiøs matematikkundervisning, kan det være viktig at alle deltakere blir enige i noen prinsipper for samarbeidet.

- Diskuter i gruppa forventninger til arbeidet, forventninger til en selv og andre deltakere. Bli enige om hvordan dere ønsker å ha det i gruppa, ved å ta utgangspunkt i eksemplene på prinsippene i figur 2. Hva kan de bety i praksis? Er det noe dere vil ta bort eller omformulere? Noen dere ønsker å legge til?
- Diskuter begrepet «ambisiøs matematikkundervisning», prinsippene og undervisningspraksisene som kjennetegner en slik undervisning. Hva kan de bety i praksis? Hva kan være utfordrende?
- Arbeidet videre bør organiseres i form av økter. Legger man opp til én økt per måned, kan man rekke 8-10 økter på et år. Hver økt består av en del individuelt arbeid, en del arbeid innen lærergruppa, så utprøving med elevene og arbeid i lærergruppa igjen. De siste tre delene kan gjennomføres i løpet av en dag (3-4 timer) eller fordeles over flere dager. Lag en timeplan for fellesarbeidet som kan passe for alle, og som er slik at man får tid til individuelt arbeid som skal gjøres mellom øktene. Dere bør avtale om utprøvingen skal skje med samme trinn eller elevgruppe hele tiden, eller om dere skal variere det fra gang til gang. Utprøvingene varer gjerne 20-40 minutter, avhengig av aktiviteten.

Økt 1

Individuelt arbeid:

- Les artikkelen *Barns strategier i arbeid med tall*, og marker deler som du finner spesielt-viktige/relevante/interessante.
- Velg fem elever i din klasse, og observer strategier de bruker i arbeid med tall og regneoperasjoner. Tenk over deres fremgangsmåter ut fra strategiene som beskri-

ves i artikkelen.
- Les artikkelen *Telle i kor*. Se på filmene og følgedokumentene knyttet til å telle i kor-aktiviteten. Se også på planleggingsdokumentet for «Telle i kor med 120 fra 120».

Gruppearbeid I:

Ta utgangspunkt i momenter fra artikkelen dere har markert under lesing, og diskuter dem i lys av observasjoner dere har gjort i egen klasse. Finn sammenhenger mellom det som står i artikkelen og prinsipper og praksiser for ambisiøs matematikkundervisning. Dere skal sammen planlegge en Telle i kor-aktivitet som kan passe for den elevgruppa dere har tenkt å prøve ut aktiviteten med. Ta utgangspunkt i malen for planleggingen (lagt ut på hjemmesiden), og diskuter dere fram til enighet om de ulike momentene som skisseres der. Hva skal være det faglige målet for tellingen? Hvilket tall bør man starte på, hvilke steg skal brukes, hvordan skal det skrives, hvor skal det stoppes for diskusjonen? Osv.

Velg til slutt hvem av dere som skal prøve ut aktiviteten. Det kan være en fordel at dere prøver å gjennomføre aktiviteten i par. De øvrige lærerne bør observere og ta notater underveis.

Utprøving med elevene:

- En Telle i kor-aktivitet tar gjerne 20-25 min. En eller to lærerne leder diskusjonen, andre observerer, tar notater og bidrar underveis hvis «time-out» er blitt avtalt på forhånd.

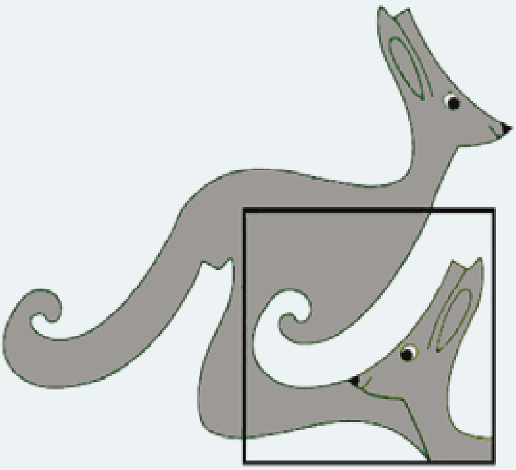
Gruppearbeid II:
- Diskusjon om utprøvingen med utgangspunkt i det som var planlagt: Ble timen slik dere hadde tenkt under planleggingen? Hvorfor? Hvorfor ikke? Hvilke muligheter for læring fikk elevene? Klarte dere å lede diskusjonen mot det faglige målet samtidig som dere spilte videre på elevers innspill? Hva var utfordrende for dere? Hva var utfordrende for elevene? Hva var overraskende? Hvilke erfaringer vil dere ta med dere videre?

Noter

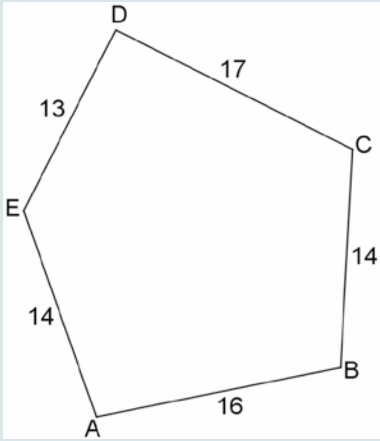
1 Mer om prosjektet kan leses på www.matematikksenteret.no. Forsiden > Grunnskole > Kompetanseheving > Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning

2 Lagt ut på Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning > Bruk av ressurser

KENGURUSIDENE



Figuren viser femkanten ABCDE. Sidelengdene er vist på figuren. Egil tegner fem sirkler med sentrum i hvert av hjørnene i femkanten. Hver sirkel tangerer de to nabosirklene.
I hvilket hjørne av femkanten finner vi sentrum



til den største sirkelen?

A) A B) B C) C D) D E) E

Nykomlingen

Anne-Gunn Svorkmo

En nykomling er i denne sammenhengen en oppgave eller en oppgaveidé som tidligere ikke har vært med i Kengurukonkurransen. Jeg har vist fram og diskutert oppgaven med flere kolleger, og mange av dem har heller ikke løst en slik oppgave. Så det er kanskje ikke bare i kengurusammenheng at dette er en nykomling. Har du sett oppgaven i rammen eller noe som ligner, tidligere?

Når en litt annerledes og noe ukjent oppgavetype dukker opp, er det interessant å observere egen tilnærmingsmåte. Hvordan starte? Er det mulig å resonnere seg fram til en løsning, eller må man regne? I oppgaven spørres det ikke etter hvor stor den største sirkelen er, men bare hvilken av de fem sirklene som er størst. Hvilke spørsmål kan dukke opp underveis? Er det flere måter å løse oppgaven på? Er det én eller flere mulige løsninger? Hva hvis …?

En første tilnærming kan være «gjett og sjekk» eller at jeg eventuelt formulerer en hypotese. Hvis du skulle gjette, hvilket hjørne ser du for deg at den største sirkelen kan tegnes i? I hjørne A, B, C, D eller E? Hvorfor? Begrunn og forklar.

En hypotese kan for eksempel være: Jeg tror at sirkelen i hjørne C, kaller sirkelen for c, er den største av de fem sirklene. En

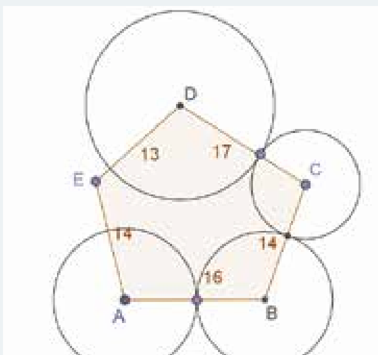


Fig.1

begrunnelse kan være at CD har den lengste sidelengden i femkanten og sidelengden til BC er lengre enn sidelengden til DE. GeoGebra egner seg til å sjekke ut om hypotesen stemmer. Etter å ha tegnet fire sirkler i hvert sitt hjørne, ser jeg at hypotesen ikke kan stemme. Jeg ser også at en femte sirkel, sirkel e, ikke vil passe inn før jeg har justert på sirklene (se figur 1). Avstanden fra hjørne E til sirkellinja til sirkel d er ikke like lang som avstanden fra E til sirkellinja a. For å kunne tegne den siste sirkelen, sirkel e, må sirkel d gjøres mindre og sirkel a større. Når sirkel i a blir større, må både sirkel i b og d bli mindre. Sirkel c blir nå større. Når jeg tilpasser sirklene, ser jeg hva som skjer. Det er sirkelen i hjørne A som blir den største (se figur 2)!

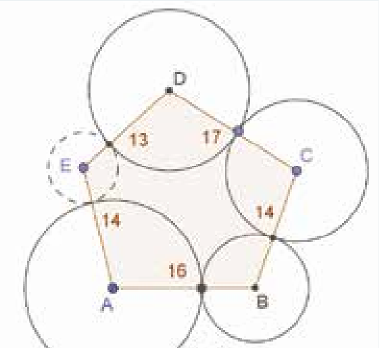


Fig.2

Jeg har funnet en løsning ved prøving og feiling, men oppgaven må da være mulig å løse på andre måter? Hva hvis jeg sammenligner størrelsene på radien til de fem sirklene? Jeg kaller radius i sirkelen med sentrum i A for a og gjør tilsvarende for de andre sirklene. Radien i sirkel a og b er 16 til sammen, dvs. $a + b = 16$.

Videre er:

$b + c = 14$, $c + d = 17$, $d + e = 13$, $e + a = 14$.

Ettersom $a + b = 16$ og $b + c = 14$, må $a > c$. På samme måte kan jeg si at $d > b$, $c > e$, $a > d$ og $b > e$, som igjen betyr at $a > d > b$ og $a > c > e$. Konklusjonen er at radius a, dvs. sirkelen med sentrum i A, er størst av de fem sirklene.

Forslag til videre arbeid

Hvis du skal lage en femkant med andre mål på sidelengdene enn dem som er oppgitt i originaloppgaven (16, 14, 17, 13 og 14), hvilke mål på sidelengdene har femkanten din da? I tillegg kan det være et krav at den største sirkelen skal kunne tegnes i et bestemt hjørne, for eksempel hjørne D. Hvordan ser denne femkanten ut?

Hva hvis du skal lage en femkant som ikke har en løsning? Det vil si at det ikke er mulig å tegne fem sirkler som tangerer hverandre, eller at det finnes mer enn én løsning. Hvilke mål har sidelengdene på denne femkanten?

Hva hvis vi bytter ut femkanten med firkanter og stiller oss de samme spørsmålene? Eller hva med trekanter?

Denne oppgaven, som jeg har kalt «Nykomlingen», er en av mange spennende oppgaver som finnes i de tre oppgavesettene fra årets Kengurukonkurranse. Oppgavene er tilgjengelig for alle på Matematikksenteret sine nettsider i slutten av april.

LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
Matematisk institutt UiO
Postboks 1053 Blindern
0316 OSLO

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det overordnede målet for Landslaget for matematikk i skolen er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i grunnskolen, den videregående skole og på universitet/høyskole.

Landslaget skal stimulere til kontakt og samarbeid mellom lærere på ulike utdanningsnivåer og mellom lærere og andre som er opptatt av matematikk.

Styret for LAMIS

Leder
Tone Skori, Akershus
Barnetrinnet
Renate Jensen, Hordaland
Ungdomstrinnet
Kari-Anne Bjørnø Karlsen, Østfold
Gerd Nilsen, Hedmark
Videregående skole
Torgeir Nilsen, Nordland
Høgskole/universitet
Marianne Maugesten, Østfold
Varamedlem
Hege Fjærvoll, Nordland

Medlemskontingent 2015

450 kr for enkeltmedlem m/Tangenten
200 kr for husstandsmedlemmer
300 kr for studenter m/Tangenten
975 kr for skoler/institusjoner m/Tangenten

Organisasjonssekretær

Gro Berg
gro@lamis.no
41562324

Årsmøtet 2016

LAMIS årsmøte 2016 avholdes i Ålesund på **Radisson Blu hotel**, **lørdag 6. august kl 15.00–17.00**.

Saker som ønskes behandlet på årsmøtet må sendes styret ved leder (tone.skori@lamis.no) **innen 10. juni**.

ÅLESUND 2016 · MAIEMATIKK MELLOM FJORD OG FJELL ·

Lederen har ordet
Tone Skori

Så er dette skoleåret også snart unnagjort. Før det er ordentlig sommerferie, så er det mye som foregår på en skole i mai og juni, som blant annet prøver av ulike slag og matematikkeksamen for utvalgte 10. klassinger, elever på videregående skoler og studenter på høgskoler/universitet. Jeg ønsker alle lykke til!

LAMIS som organisasjon vil bidra til å gjøre matematikk til et fag som oppleves som interessant, nyttig og spennende. Hva skal til for å få til dette? Jeg har ikke noen fasit svar, men har lyst til å komme med noen argumenter/begrunnelser for hva lærere og elever må gjøre for at faget skal oppleves som interessant, nyttig og spennende.

For det første så må ikke vi lærere klage på hverandre, og lurer på hva elevene lærer på trinnene under der vi selv ikke underviser. Vi har de elevene vi har fått og vi har den tiden vi har, slik er det. Det første vi som lærere må gjøre er å bli kjent med de elevene og finne ut hvilket nivå og hva de kan, slik at vi kan hjelpe dem videre i sin utvikling. Jeg tror at vi som lærere må jobbe mye mer med at elevene skal opp nå matematiskkompetanse, som Kilpatric, Swafford & Findell, 2001 beskrive som et tau bestående av fem tråder. De fem trådene er forståelse, beregning/metodebeherskelse, anvendelse/strategisk kompetanse, resonnering og engasjement/motivasjon. I tillegg må elevene jobbe mye mer med problemløsningsoppgaver og mindre med ferdighetsoppgaver gjennom hele skoleløpet, fordi vi ikke i dag vet hvilke yrker vi trenger i framtiden. Læreplanen LK06 legger mye vekt på problemløsning. En siste ting jeg vil påpeke er, at når elevene starter på ungdomsskolen så får mange av dem høre at nå er det alvor, for på 10. trinn er det eksamen. Jeg tror og mener at vi som lærere mister mange av elevene allerede der, for det er ikke eksamen som skal styre undervisningen, og fordi alle ikke kommer opp til matematikkeksamen på 10. trinn.

I skrivende stund nærmer uke 11seg og LAMIS håper mange skoler har arrangert matematikkdag på skolene sine, der de bruker matematikkhefter laget av lokallag i LAMIS. Årets hefte ble laget av Oslo/Akershus med hjelp fra Notodden/Kongsberg og Vestfold. Det er første året heftet er digitalt. Har du ikke sett heftet enda så gå inn på www.lamis.no og les beskrivelse på hvordan få heftet.

Nå foregår semifinalen- og finalen i UngeAbel på Gardermoen. Det er 18 fylker som er representert, men i år har det vært færre klasser fra fylkene som har vært med. LAMIS vil gjerne ha med flere skoler og klasser fra hvert fylke, så fint om du sprer dette til skolen din og andre lærerkollegarer du har. I år, som i fjor, så skal fylkesvinnerne ha en faglig fordypningsoppgave med matematikk i fokus. Det er mulig å bruke ulike metoder og strategier for å løse oppgaven. Utfordringen for klassen blir å se på de ulike metodene og strategiene, sammenlikne dem og å lage både en prosesslogg som viser hvordan klassen har arbeidet med oppgaven og en faglig rapport som viser hva klassen har funnet ut av.

På hjemmesida vår ligger det råd om til læreren om hvordan det kan være gunstig å organisere arbeidet slik at alle elever kan bidra til klassens arbeid. Prosessloggen og fagrapporten

(fortsettes side 75)

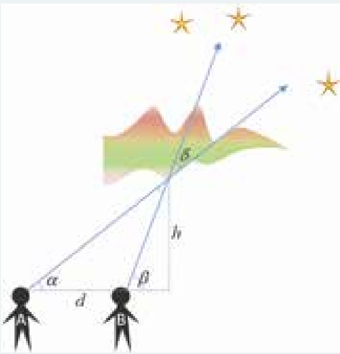
Høyt oppe og langt borte
Anne Bruvold

Rødt sørlys tatt fra Swifts Creek, Australia.

Nordlys er et vakkert fenomen som ofte dekorerer vinterhimmelen i Tromsø, og til tider dekker hele himmelen med grønne lekende lysbånd. I Midt-Norge dekkes sjelden hele himmelen, men nordlyset sees ikke så sjeldent på himmelen mot nord. Det sies at nordlys over Tromsø kan sees i Trøndelag. Kan det det? Før vi går inn på geometrien her, skal vi se litt på nordlyset.

Kort fortalt er nordlys et fenomen som oppstår når ladde partikler fra sola (solvind) fanges inn av jordas magnetfelt og ledes ned mot jorda i ovaler rundt de magnetiske polene. Lyset oppstår når disse partiklene støter borti atomer og molekyler i vår atmosfære. Når atomene og molekylene i atmosfæren blir truffet av partiklene fra solvinden blir de tilført energi. Denne energien kan enten fjernes ved at atomene og molekylene kolliderer med andre, eller ved å sende ut lys. Det siste lager lyset i nordlyset.

Sett fra bakken kan det være vanskelig å vurdere høyden på nordlyset. Med en vid horisont kan det lett virke som om nordlyset kommer helt ned mot bakken. Den faktiske høyden til nordlyset ble bestemt av Carl Størmer ved hjelp av triangulering i første halvdel av 1900 tallet.



Trianguleringen ble gjort ved å ta bilde av nordlyset fra to forskjellige steder og se hvordan samme strukturer i nordlyset lå i forhold til stjernene, som illustrert i figuren. Vinkelen $\delta = \beta - \alpha$ ble beregnet ut fra bildene og høyden *h* beregnet ut fra trekantberegninger og de to trekantene.

I dag vet vi at nordlyset i all hovedsak befinner seg i en høyde fra 100 km og opp til 3–400 km, og i ekstreme tilfeller høyere. Nordlyset kan også gå ned mot 80 km. Til sammenlikning går vanlige passasjerfly i en høyde på 10 km, og den Internasjonale romstasjonen er i en høyde på 350–455 km.

Fargen på nordlyset henger sammen med høyden:

Rødt nordlys befinner seg øverst og sendes ut av oksygen og er høyre enn 200 km.

Den karakteristiske *grønne* fargen sendes ut av oksygen i en høyde på mellom 100 og 200 km.

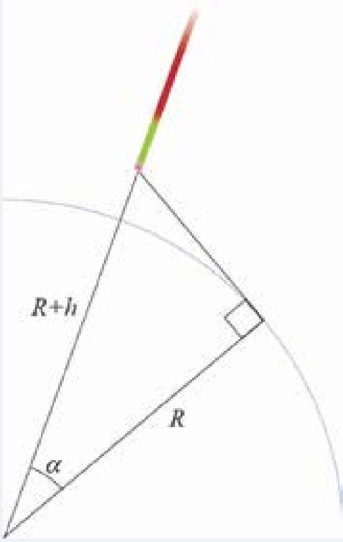
Rød-lilla som kan sees som et tynt bånd nederst under et kraftig nordlysutbrudd, sendes ut av nitrogen i en høyde på mellom 80 og 100 km.

Så tilbake til hvor langt unna vi kan se nordlys over Tromsø. Når vi skal regne ut hvor langt unna vi kan se nordlyset over Tromsø, må vi ta hensyn til jordas krumning. For enkelhetsskyld ser vi bort fra at jorda er flattrykt ved polene

Anne Bruvold
Nordnorsk vitensenter
Lokallagsleder i LAMIS Tromsø
anne@nordnorsk.vitensenter.no

og at jordas atmosfære bøyer lys. Det nordlyset vi ser som er lengst borte, er nordlys som er i horisonten. Siden horisonten er tangentplanet til sirkelen som er jordkloden, får vi en rettvinklet trekant og beregninger som kan gjøres med enkel trigonometri.

I figuren er R radien til jorda, h



høyden til nordlyset og α vinkelen mellom punktet rett under nordlyset (eks Tromsø) og et punkt hvor nordlyset er i horisonten. Den blå kurven er jorda. NB! Høyden til nordlyset i figuren er ikke i rett skala i forhold til radius av sirkelen.

Siden cosinus til en vinkel er hosliggende katet delt på hypotenusen, får vi

$$\cos(\alpha) = R/(R + h).$$

Setter vi inn $R = 6\,371$ km og $h = 85$ km for den lilla delen nederst i kraftig nordlys, ser vi at lilla nordlys over Tromsø kan ses 9,3° unna eller, hvis vi fortsatt antar en sfærisk jord, 1 035 km unna.

Avstanden D i antall km er funnet ut fra forholdet

$$D/\alpha = 2\pi R/360°.$$

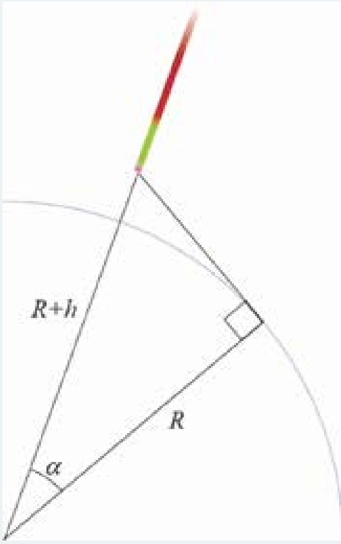
Det lar seg gjøre å finne antall km i luftlinje mellom Tromsø og Trondheim ved hjelp av sfærisk trigonometri, men det er lettere å bruke online kalkulatoren http://www.distancefromto.net/. Denne forteller at det er 788 km i luftlinje fra Tromsø til Trondheim. I Trondheim vil derfor den lilla bunnen av et kraftig nordlys sees litt over horisonten i Trondheim. Oslo ligger 1 149 km unna Tromsø og vil ikke kunne se den lilla bunnen.

Med regneark kan det regnes ut hvor langt unna de ulike fargene i nordlyset over Tromsø kan sees (tabell 1).

Jo høyere oppe noe er, jo lengre unna kan vi se det. Siden det røde nordlyset er høyest, er det det som ses lengst borte.

I Tromsø er det grønne nordlyset det som ses oftest og det røde trer mer fram hvis man tar bilde av nordlyset – fordi kameraene er mer følsomme for rødt lys enn øynene våre.

I Mellom-Europa ses det røde nordlyset oftere enn det grønne fordi den grønne delen er under horisonten. Dette siste gjorde at nordlyset i tidligere tider ble oppfattet som glød av fjerne branner. I dag vil lysforurensning fra byer begrense mulighetene for å se det svake røde lyset fra fjernt nordlys.



	h (km)	α (°)	Maks avstand (km)
Lilla nedre grense	85	9,3	1035
Grønn nedre grense	100	10,1	1121
Rød nedre grense	200	14,2	1576
Rød øvre grense	400	19,8	2201

Fra Tromsø til ...	km
Trondheim	788
Oslo	1149
Berlin	1928

Tabell 1

Realfag for fremtiden

Kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen

Vi må etablere en ny realfagskultur i Norge. Da må det være lov å være god – og vi må sikre at alle norske 15-åringer kan regne når de går ut av ungdomsskolen. Matematikklæreren er helt avgjørende for å nå dette målet.

I fremtiden vil vi ikke i samme grad kunne lene oss på inntekter fra olje og gass. Vi må utvikle ny grønn teknologi, og vi må skape nye arbeidsplasser. Det er vårt ansvar å gjøre dagens barn og unge best mulig rustet for de viktige oppgavene som venter dem. I dag går én av fem elever ut av ungdomsskolen uten å kunne regne skikkelig. Dette er en utfordring vi må ta på alvor. Derfor la regjeringen frem en ny, nasjonal realfagsstrategi i fjor høst. Strategien har fått navnet «Tett på realfag» for å synliggjøre at barn og unge skal være nettopp *tett på* matematikk, naturfag og teknologi fra de begynner i barnehagen, til de går ut av videregående skole.

LAMIS gjør en viktig jobb

Navnet på strategien skal også gjenspeile at det er de som er tettest på barn og unge, enten det er i samlingsstunden i barnehagen eller i klasserommet på skolen, som ser hva som må til og som virkelig kan gjøre en forskjell. Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS) har gjennom flere år styrket matematikkfaget og vist at matematikk er interessant, spennende og nyttig. Jeg besøkte selv sommerkurset til LAMIS sommeren 2014, og ble imponert over hvor mange engasjerte og dyktige lærere som bruker en uke av ferien for å lære mer, utveksle erfaringer og knytte kontakter. Det å tilby et nettverk for matematikklærere er viktig og helt i tråd med den nye realfagsstrategien. LAMIS er opprettet av lærere, for lærere. Det er lærerne, som står i klasserommet hver dag, som vet best hvilket behov de har for faglig påfyll. Over 10 000 lærere har søkt om å ta videreutdanning neste år, og matematikk er det faget med desidert flest søkere. Nesten 3000 lærere har søkt om videreutdanning i matematikk, og vi vil strekke oss langt for at så mange som mulig får tilbud om studieplass.

Ny tiltaksplan for realfag

Som kunnskapsminister er det mitt ansvar å legge best mulig til rette for en sterk og god realfagskultur i skolen. Derfor la vi i fjor frem en ny realfagsstrategi som gjelder til 2019. Og derfor vil Kunnskapsdepartementet gi ut årlige tiltaksplaner for realfag i denne perioden. Tiltaksplanen for 2016 ble sendt ut til skoler og barnehager og publisert på Kunnskapsdepartementets og Utdanningsdirektoratets nettsider i februar i år. Tiltaksplanen har forslag til konkrete verktøy som kan løfte realfagssatsingen i skoler og barnehager, og jeg håper mange av dere tar den i bruk. Den enkelte kommune har ansvaret for å følge opp realfagsstrategien og tiltaksplanen sammen med ledelsen på skolen. Og til slutt er det dere – som møter barna og de unge – som kan sette mange av tiltakene ut i live.

Realfag i høyere utdanning

Den nye realfagsstrategien er mer spisset enn tidligere strategier. Det betyr ikke at vi ikke legger vekt på realfagssatsing også i høyere utdanning. Vi må synliggjøre at realfag er spennende og gir mange jobbmuligheter. Det er også et mål å få flere jenter til å studere realfag. Kjernefysiker og blogger Sunniva Rose, fysiker og programleder Selda Ekiz og sivilingeniør Tale Sundlisæter er alle eksempler på unge kvinner som har valgt en realfaglig karriere, noen av dem på tross av advarsler mot å gjøre nettopp dette.

Flere i toppsjiktet

I strategien er ett av målene at flere barn og unge skal prestere på høyt og avansert nivå i realfag. Norge har færre elever i toppsjiktet i matematikk enn alle de nordiske landene unntatt Sverige. Kun ni prosent av elevene i Norge presterte på de to høyeste nivåene i matematikk i den siste PISA-undersøkelsen, og bare syv prosent av elevene presterte på de øverste nivåene i naturfag. Ett av de nye realfagstiltakene i 2016 er etablering av regionale talentsentre for elever som ønsker påfyll og større utfordringer i matematikk, naturfag og teknologi. Talentsentrene vil bli plassert i tilknytning til noen av landets vitensentre. Plasseringen av sentrene blir avgjort i løpet av våren. Regjeringen ønsker å skape en positiv realfagskultur der det er lov å være god.

LAMIS arrangerer hvert år matematikkonkurransen Unge-Abel for niendeklassinger. Dette er et flott initiativ som bidrar til økt oppmerksomhet om realfag. Ikke minst gir det også unge realfagstalenter noe å strekke seg etter. Nylig var jeg i Trondheim, hvor jeg hadde gleden av å overrekke diplom og premier til vinnerne av Niels Henrik Abels matematikkonkurranse for elever i videregående skole. Weronika Wrzos-Kaminska fra Nadderud videregående skole i Bærum gikk til topps i konkurransen, etterfulgt av Marius Stensrud fra Ski og Bruno Kacper Mlodozeniec fra Kristiansand.

Hvordan overleve på Mars?

Vi trenger flere unge realfagshelter i årene som kommer. Vi står som kjent overfor store utfordringer. Oljealderen har passert toppen her hjemme, samtidig som klimaendringene gjør at vi må få til et grønt skifte. Vi trenger realistene for å finne løsningene. I den Oscar-nominerte filmen *The Martian* blir Matt Damons rollefigur forlatt på Mars. Han må overleve på en planet der ingenting gror. Han har heldigvis en doktorgrad i botanikk, ellers hadde det blitt en veldig kort film. Hovedpersonen bruker sin realfagskunnskap til det fulle, og som han sier: «In the face of overwhelming odds, I'm left with only one option – I'm gonna have to science the s… out of this.» Og det gjør han.

Nå har vi her på jorden et vesentlig bedre utgangspunkt enn Mars, men det er ingen tvil om at også vi må finne naturvitenskapelige løsninger for å sikre dagens barn og unge et godt liv i fremtiden. Da trenger vi flere elever som gjør det bra i matematikk og naturfag. Vi trenger flere foreldre som bidrar på hjemmebane. Og ikke minst trenger vi flere lærere som støtter og utfordrer elevene på skolen. Som matematikklærer gjør du en utrolig viktig jobb – og er med på å legge grunnlaget for det samfunnet vi skal ha i fremtiden.

Matematikk mellom fjord og fjell – Ålesund 5.–7. august

Årets sommerkurskomité er stolt over å ønske velkommen til konferansen Matematikk mellom fjord og fjell i Ålesund. Uttrykket «mellom fjord og fjell» gir assosiasjoner til variasjon og mangfold. Blant høye fjell, dype fjorder, små og store øyer, fiskebuer og skipsverft finner du jugendbyen Ålesund med sine mange spir, tårn og vakre ornamenter. Variasjon og mangfold ble også utgangspunktet da vi skulle legge planer for konferansen, for vi mener at matematikken rommer mye. Vi kunne ikke velge oss ett fokusområde eller finne den røde tråden. Vi ville ha alt.

LAMIS sommerkurs er Norges viktigste møteplass for alle som er opptatt av god matematikkundervisning i barnehage, grunnskole, videregående og universitet/høyskole. På sommerkurset kan vi møtes til utveksling av kunnskap og erfaringer og ikke minst få mulighet til dialog og debatt mellom de ulike undervisningsinstitusjonene.

Programmet er spennende og kan friste med fire flotte plenumsforedragholdere og en miks av varierte og aktuelle verksteder som gir deg praktiske ideer og tanker til egen undervisningshverdag.

Mona Røsseland
TIMSS og PISA – en konsekvensanalyse. Hvordan ligger Norge an i disse internasjonale undersøkelsene, hva tester de, og hvilken betydning skal de ha i norsk utdanningspolitikk?

Peter Weng Professionhøjskolen Metropol, København
Tidlig intervensjon til elever i matematikvanskeligheder

Med utgangspunkt i to publikasjoner, Matematikvanskeligheder – tidlig intervention *(Lindenskov og Weng, 2013), og Matematikvanskeligheder på de ældste klassetrin (Lindenskov, Tonnesen og Weng, 2016)* vil opplegget fokusere på hvordan man gjennom en tidlig intervensjon både kan forebygge og avhjelpe matematikvanskeligheter hos elever med særlige behov i matematikk. Det vil si elever som er enten lavt- eller høytflyvende i matematikk.

Arne Kåre Topphol

Førsteamanuensis og leder ved Institutt for realfag, HVO. Er med i forskningsprosjektet The function of special education (SPEED), ledet av Peder Haug (Høgskulen i Volda) og Thomas Nordahl (Høgskolen i Hedmark).

Sigbjørn Hals

Lektor ved Måløy vidaregåande skule, der han underviser i matematikk og fysikk. Han har tidligere vært ressursperson for Matematikksenteret og har lang erfaring som kursholder rundt om i landet. Sigbjørn ble tildelt Holmboeprisen i 2011. «Sjøstjerna Synne – Historia om ei jente som (nesten) alle trudde hadde dyskalkuli.»

Intet sommerkurs uten kultur og moro. I tillegg til matematikkafé, gode foredrag og verksteder vil dere få være med på blant annet «matematisk trappeløp» og en uforglemmelig aften på byens

Teaterfabrikk. Foruten god ålesundsk mat, omgivelser og historie byr vi også på sprelsk og underholdende servering.

Som sagt ville vi ha litt av alt, og dermed kan du velge mellom mange gode **verksteder** som nok vil gi både praktiske ideer til din undervisning og tanker til refleksjon og diskusjon.

Siv Svendsen er lektor i matematikk ved Høgskolen i Sørøst-Norge. I dette verkstedet skal vi ta på oss «matematikkbrillene» og se hvordan vi kan sette et matematisk preg på allerede eksisterende barnehageaktiviteter. Vi skal innom geometri, statistikk, kombinatorikk og måling. Deltakerne får konkrete aktiviteter og opplegg som de kan bruke direkte i sin egen barnehage. I tillegg benytter vi materiale som koster lite. Verkstedet passer også godt for de som jobber i småskolen.

Geir Olaf Pettersen og **Monica Volden** arbeider ved UiT Norges arktiske universitet – ILP, barnehagelærerutdanningen. De stiller spørsmål som: «Hva betyr en skoleforberedende aktivitet, og finnes det alternativer til arbeidsarkene noen barnehager bruker?» I dette verkstedet ønsker vi å fokusere på arbeidsmåter og regnefortellinger. Hvilke regnefortellinger er egnet for bruk i barnehagen, og i hvilke situasjoner? Hva er en lett regnefortelling, og hva er en vanskelig? Verkstedet vil være en blanding av forelesning og praktiske øvelser, og det er like aktuelt for deg som jobber på småskoletrinnet.

Robert Åsenhus arbeider på Matematikksenteret og utvikler LIM (læringsstøttende prøver i matematikk) som skal komme i Udir sin prøvebank høsten 2016. Dette er prøver som skal avdekke misoppfatninger og manglende begrepsforståelse i matematikk. Verkstedet vil presentere prøvene og demonstrere hvilke misoppfatninger vi kartlegger. Vi ser også på produksjon av multiple-choice-oppgaver og hvordan oppgavene er laget.

Svein H. Torkildsen jobber på Matematikksenteret og vil vise aktiviteter som er utarbeidet i prosjektet Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning (MAM-prosjektet). Det faglige innholdet i aktivitetene er tallforståelse. Kommunikasjonen mellom læreren og elevene har en sentral rolle i alle aktivitetene og skal fremme elevenes læring og forståelse og gjøre matematikkundervisningen mer meningsfull for elevene. Elevene får mulighet til å delta i fellesskapet ut fra sine egne forutsetninger, og får erfaring med at matematikk er mer enn husketegler og algoritmer.

Antje Meier er høyskolelektor ved Høgskulen i Volda. Gjennom en fortelling vil hun vise at en praktisk problemstilling gir rom for utforsking og løsning med både matematikk fra ungdomsskole (geometri) og videregående (geometri, trigonometri og modellering). Et vidt spekter av verktøy kan brukes i løsningsprosessen, fra konkreter som skistaver, papir og blyant og enkel kalkulator til digitale verktøy som Excel og GeoGebra.

Mye av det vi lærer på skolen, i utdanning, bøker eller kurs tar vi for gitt uten å reflektere over om det er rett, eller hvorfor det er slik. En del av den typen kunnskap fra ulike fagfelt kan være grunnlag for etterprøving i en matematikktime. Vi skal reflektere over didaktiske muligheter og utfordringer som kan være knyttet til slike tverrfaglige oppgaver.

Mette Andresen er førsteamanuensis i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Bergen.

Målet er, med utgangspunkt i konkrete undervisningsopplegg, å diskutere og delvis prøve ut problemløsningsmetoder på problemstillinger hentet innenfra og utenfra matematikken.

Presentasjon av forskningsprosjektet «Elevstrategier».

Anne-Mari Jensen arbeider på matematikksenteret.

Med utgangspunkt i data om forventet tidevann (astronomisk tidevann) på et sted, skal vi lage en trigonometrisk funksjon som en modell for tidevannet. Alle parameterne i modellen må tolkes – hva betyr de, og hvilken måleenhet har de? Til slutt kan vi kontrollere mot data vi finner på nettet – hvordan er vår modell i forhold til meteorologenes modeller, som er laget over en mye lengre periode (18,6 år)?

Bjørn Smestad er høyskolelektor på Høgskolen i Oslo og Akershus.

Hvordan kan vi jobbe med geometriske begreper på måter som gjør at elevene både kan bruke fantasien og se at begrepene er viktige i den virkelige verdenen utenfor klasserommet? I dette verkstedet skal vi gjennom ulike aktiviteter blant annet fabulere om hvordan de geometriske formene påvirker livene våre: Hvordan er det å sykle på en sykkel hvor hjulene ikke er ordentlig runde – kanskje ellipser? Må papirarkene vi bruker, være rektangulære? Hvordan ser bygninger ut hvis gulvene ikke er flate og vinklene ikke er rette? Og hva er det med sirkelen som gjør at vi ofte lager sirkelrunde kumlokk?

Marianne Johansen er lærer i dagslys og multikunstner resten av døgnet. Hun har i mange år jobbet med crossover-prosjekter innen matematikk/kunst og håndverk.

Deltakerne får smaksprøver av kursrekka «Myk matematikk», der deltagerne lærer å strikke/hekle tre-, fir-, fem- og sekskantlapper som kan settes sammen til dekorative 2D- og 3D-figurer og motiver, f.eks. platonske og arkimediske legemer, flexagonputer, Fibonacci-, Sierpinskij-, Pascal- og Penrose-tepper og sjal.

Evert Dean er leder for DIM-prosjektet.

Universitetet i Agder, Ve skole og Samfundets skole deltar i samarbeidsprosjektet «Digital interaktiv matematikkundervisning (DIM)», som gjennomføres med tre ungdomsskoleklasser www.dim2015-18.no

I DIM-prosjektet anvender vi realistiske kontekster for å utvikle et rikt læringsmiljø i matematikk ved å kombinere interaktive digitale enheter, simuleringer, video og digitale kommunikasjonsformer. På dette verkstedet får vi se hvordan digitale hjelpemidler kan gi større muligheter for å skape lærende felleskap i klassen, eksempler på utforskende og rike matematikkoppgaver (inquiry), og hvordan digitalt verktøy kan gi fleksibilitet i løsningsmetoder. Deltakerne vil selv få prøve noen av matematikkoppgavene som har vært testet ut i skoleåret 2015/16.

Susanne Stengrundet arbeider på Matematikksenteret.

I dette verkstedet jobber vi med forståelsen av sentrale begreper i geometri. Hvilke egenskaper kjennetegner et rektangel? Hva må vi ta hensyn til når vi tegner rektangler i GeoGebra? Vi ser på sammenhengen mellom figurer og formler, som for elevene ofte bare er noe de må pugge. I dette verkstedet jobber vi blant annet med to vinduer og lager enkle figurer i 3D-vinduet.

Jan Ronny Birkeland vil snakke om praktisk problemløsning ved hjelp av GeoGebra, og vil ta utgangspunkt i matematikkdagsheftet 2016. Ved å bruke materiale som sprettballer, biler og non-stop kan vi finne fram til funksjoner og formler.

Anne Nakken, Beate Nergård. Beate Nergård er høyskolelektor på DMMH og Anne Nakken er prosjektmedarbeider på Matematikksenteret. Gjennom lek med en pappeske i barnehage og småskole kan vi gi barna erfaringer med matematiske begreper. I verkstedet vil vi vise hvordan barna lærer matematikk gjennom tilrettelagt lek med esken, og hvordan en kan stimulere barnas matematiske tenkning. Verkstedet vil inneholde noe teori og forskningsbakgrunn, samt mange praktiske ideer til matematisk lek.

Astrid Wara arbeider på Nordnorsk vitensenter i Tromsø.

Vi møter et stadig sterkere press på kompetansemål og måloppnåelse i både barnehage og skole. Kan vi ivareta barnehagens egenart og lekne tilnærming til læring i møte med nye krav?

Gjennom eksempler på aktiviteter ønsker hun å diskutere hva som kan være gode matematikkøkter. Hva skal til for å få med hele personalet, og er det nok å ha matematikkbriller på? Verkstedet baserer seg på erfaringer gjort gjennom kompetansehevingsprosjektet Matematikk i barnehagen – utforsking, lek og forståelse, et samarbeidsprosjekt mellom barnehager i Tromsø, UiT – Norges arktiske universitet, Matematikksenteret og Nordnorsk vitensenter.

Frode Opsvik er førstelektor på Høgskulen i Volda.

I læreplanverket er ett av kompetansemålene at elevene etter annet årstrinn skal kunne «utvikle, bruke og samtale om varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifra tall og vurdere hvor sannsynlige svarene er». Verkstedet har som mål å utdype hva dette kompetansemålet innebærer, og vise aktiviteter og arbeidsformer som kan videreutvikle elevenes regnestrategier.

Oda T. Burheim lærer på Charlottenlund barneskole.

Er med på forskningsprosjektet LaUDiM (Language Use and Development in the Mathematics Classroom). Hovedmålet med prosjektet LaUDiM er å få større kunnskap om læringsmiljøets betydning for utvikling av de yngste elevenes matematiske tenkning og forståelse, samt deres evne til å framstille matematikk både muntlig og skriftlig. Dette innebærer også evnen til å diskutere matematikk og til å argumentere for å begrunne hvorfor noe er riktig eller ikke. Det er også et mål å utvikle kunnskap om hvordan lærere kan legge til rette for et miljø som støtter og stimulerer elevenes utvikling av helhetlig matematisk kompetanse. På verkstedet vil vi bli presentert et undervisningsopplegg i geometri.

Et sommerkurs med mangfold og variasjon er det vi presenterer i Ålesund altså. Her skal det være noe for enhver smak, interesse og behov. På lamis.no kan du gå inn og se nærmere på hvilke verksteder som passer best for deg. Legg da merke til at de gjerne er aktuelle for flere årstrinn, barnehager og skoleslag.

Praktisk informasjon

Program og annen informasjon ligger på www.lamis.no, og påmeldingen åpner i begynnelsen av april 2016. Deltagerne bestiller overnatting selv, og vi har forhandlet frem gode priser med Radisson Blu Hotel, Ålesund. Informasjon om bestilling finner du på www.lamis.no. Det er viktig at du bestiller hotellrom innenfor den fremforhandlede fristen 30. mai slik at du sikrer deg den gode prisen vi har fått med hotellet.

(fortsatt fra side XX)

skal utgjøre en selvstendig enhet som gir juryen full innsikt i klassens arbeid og de resultatene klassen har kommet fram til. I tillegg til rapporten skal fylkesvinnerne lage en utstilling og gjøre en muntlig fremføring. Vinneren av den norske finalen skal delta i den Nordisk finale, som i år skal foregår på Island i slutten av mai.

I år er sommerkurset i Ålesund 5.–7. august. Dette er en flott arena for å møte likesinnede som er opptatt av matematikk fra barnehage og opp til høgskole/universitetsnivå, så jeg håper på å se mange nye og gamle deltakere i Ålesund. Påmeldingen er åpen, så gå inn på www.lamis.no og sjekk ut.

Ønsker alle en god sommerferie når den tid kommer.