Korden

Kulturmøter som ressurs

I LK06 og i nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanning har et flerkulturelt perspektiv fått plass. I de fleste fagplanene, med få unntak, er flerkulturelt samfunn og kulturmøter beskrevet som ressurs – som mulighet for læring. Det er forstemmende at matematikk er ett av unntakene. I matematikkplanen i LK06 erikke det flerkulturelle nevnt. I retningslinjene for matematikkfaget i grunnskolelærerutdanningen er kultur nevnt som noe vi må ta hensyn til når vi tilrettelegger undervisning. Planen for norskfaget i de nasjonale retningslinjene er mer offensiv. Her heter det blant annet: *Noreg er eit fleirkulturelt samfunn i endring, og kva som er norsk, må heile tida definerast på nytt i tråd med denne utviklinga. Gjennom språkopplæringa spelar norskfaget ei viktig rolle i integreringa av minoritetselevar, men faget skal også utvikle ei kulturforståing som tar den fleirkulturelle røynda på alvor.* Her har matematikkmiljøet noe å lære. Vi kan bli mer offensive og se matematikk som et fag i endring, som kan utrykkes på forskjellige måter, og der vi kan lære av hverandre og få dypere forståelse gjennom å være nysgjerrig undersøkende til hverandres språk og kultur. Også vi har et kulturelt samfunnsoppdrag.

Å være i en kultur og å møte andres kultur er viktig for læring og utvikling. Det gjelder både individets og felleskapets læring. Eksempelvis har plassverdisystemet spredt seg gjennom kulturmøter, og anvendes nå i de fleste kulturer. Kanskje av den grunn blir matematikk ofte sett på som et internasjonalt felles språk? Mye er felleseie innenfor matematikk. Men ikke alt. Hvilken kulturell og språklig bakgrunn en har, får betydning for begrepsforståelse. Eksempelvis er forskjellen mellom det metriske målesystemet og målesystemene i USA stor. Hvilke målesystemer vi har vokst opp med, virker inn på hvordan vi tenker måling. For elever som flytter mellom kulturer, vil forskjeller kunne ha betydning for hvordan de lærer og bruker matematikk. Ulike språk og kulturer som er representert i samme klasse, kan ha betydning for klassens matematikklæring.

Dette nummeret av Tangenten har en stor spennvidde knyttet til temaet «Flerkulturelle klasserom». Heftet er Tangentens bidrag til å sette fokus på et spennende og utfordrende tema som har hatt lite fokus i norsk matematikkundervisning. Redaksjonen ønsker flere artikler om temaet. Det trengs mer forskning og mer erfaringsutveksling om hvordan vi kan danne miljøer der flerkulturelle møter virker som ressurs i matematikkundervisningen – og der matematikkundervisning kan bidra til (fler)kulturell forståelse.

Toril Eskeland Rangnes

Ann Synnøve Steinfjell

Fortelling som redskap

Balto (1997) viser til at fortellinger brukes i samisk kultur for å overføre kunnskap og verdier til den oppvoksende slekt. I reindriftsfamilier forteller man eksempelvis barna at de ikke må leke med glør. De må ikke veive med pinner som er glødende i enden. Barnas reinkalver kan brenne øynene sine og bli blinde. Man vil ikke at barna skal leke med glør fordi de kan brenne seg selv, andre i nærheten, eller sette fyr på ting ved at glør havner på avveie. Barn som har egne reinkalver vil ikke for noe i verden risikere at kalvene blindes. De vet godt at en kalv ikke greier seg dersom den ikke er frisk og rask, den vil dø eller bli tatt av rovdyr. Barna vil derfor motstå fristelsen ved bålet. Man tyr til en fortelling om blindede reinkalver i stedet for direkte å forby lek med glør ved å gi de «egentlige» grunnene. Man ønsker å stimulere til at barnet selv skal ta en beslutning om å gjøre det rette. Fortellingen har en åndelig eller verdimessig og normativ dimensjon; man skal oppføre seg rett for om mulig unngå at noe ondt skjer en.

Det bor samiske elever i nesten hele Norge. Det kan være mange elever i klassen, eller bare en. De samiske elevene som bor i såkalte samiske kjerneområder, følger KL06 Samisk. Den samiske kulturen har en sterk muntlig tradisjon. Kulturen har blitt videreført blant annet gjennom fortellinger, joiker, ordtak og samtaler.

Ann Synnøve Steinfjell
Matematihka allaskuvlaoahpaheaddji/
høyskolelærer i matematikk
Sámi allaskuvla/Samisk høgskole
Ann-Synnove.Steinfjell@samiskhs.no

KL06 Samisk har, som den norske KL06, formulert prinsipper i opplæringa. Det første punkt i den samiske læringsplakaten slår fast at den samiske skolen og lærebedriften skal legge til rette for at elevene/lærlingene får en kvalitetsmessig god opplæring med basis i samisk språk, kultur og samfunnsliv[1].

Det er laget parallelle læreplaner som gjelder for samiske elever i en rekke fag. Matematikk er ikke et av disse fagene. Likefullt gjelder det internasjonale lovverket, erklæringene og konvensjonene som ligger til grunn for første punkt i den samiske læringsplakaten, for all undervisning samiske elever i kommunene i forvaltningsområdet for samisk språk får. Dette gjelder også matematikk.

Dette innebærer at samiske elever skal få oppgaver som er hentet fra deres dagligliv og kultur, og samiske oppdragelses- og læringsformer skal prege opplæringa. Hva dette er, varierer fra distrikt til distrikt. I det følgende tar jeg utgangspunkt i fletting (ruvdet[2]) som er vanlige i det nordsamiske området. Teknikken brukes også i andre samiske områder.

I denne artikkelen ser jeg på hvordan fortelling kan brukes for å lære en algoritme. Konkret ser jeg på en algoritme for fletting, og hvordan den kan brukes for å lære seg å flette. Forhåpentligvis vil lærere bli inspirert til å finne fortellinger som passer for andre algoritmer.

Teoretisk grunnlag for å bruke fortelling og ruvdet i skolen

Skovsmose og Aalrø (2006) fremhever betydningen av elevenes bakgrunn og forgrunn i relasjon til deres læring. Elever som har svake skoleprestasjoner har ikke nødvendigvis annerledes evner og anlegg enn andre, de kan ha motstand mot læring. Denne motstanden, eller også deres positive motivasjon, har rot i elevens liv og forventninger til framtiden. Elevenes bakgrunn betyr i denne sammenhengen hvordan eleven ser og tolker sitt eget liv, oppvekst, miljø, kultur og sosial situasjon som grunnlag for læringsaktiviteter. Bakgrunn er både individuell og kollektiv forståelse for situasjon og livshistorie. Forgrunn viser til hvordan eleven ser for seg livet sitt i framtiden. Det er ikke bare snakk om hvilke formelle muligheter eleven har, men hvordan hun eller han selv ser framtida i lys av den politiske, kulturelle, økonomiske og personlige situasjonen. Elevenes motivasjon er knyttet til hvordan de ser det aktuelt for fremtidig liv (Skovsmose & Alrø, 2006).

Nystad (2006) har studert samiske gutter og menns valg med henblikk på skolegang. Hun har sett på valg elever må gjøre. Mange i materialet hennes opplever at valget om eventuelt å ta utdanning dreier seg om å beholde eller miste nærkontakt med kulturen sin. De som har valgt å ta utdanning, føler seg som gjester i sitt tidligere nærmiljø og i forskjellig arbeid som eksempelvis i reindrifta eller andejakta. De vet at den kunnskapen de mener de kommer til å trenge i framtida, får de hjemme, eller i alle fall på andre arenaer enn på skolen. Skolekunnskap kan i verste fall føre dem vekk fra det livet, forgrunnen, som de er opplært til og ønsker å være i (ibid).

Det er nærliggende å tro at en del av bakgrunnen for svake skoleprestasjoner kan være at samiske elever ikke kjenner seg igjen i skolehverdagen, og derfor ikke går inn i læringsprosesser med liv og lyst. Erfaringer og forskning fra yup`ikfolket i Alaska (Lipka, Andrew-Ihrke, & Yanez, 2013) viser at omlegging til matematikkundervisning med basis i egen kultur, har gitt statistisk signifikant forbedring av elevenes matematikkresultater. Omleggingen har skjedd gjennom et langvarig samarbeid mellom Universitetet i Alaska, Fairbanks, og en gruppe lærere, lærerutdannere og eldre yup`iker. Nutti (2012; 2011; 2007) har lagt grunnlaget for en slik omlegging i samisk matematikkundervisning ved sin forskning på hva samisk matematikk er og hvordan man i skolen kan kunne ta i bruk kulturelt basert matematikklæring, både når det gjelder innhold og arbeidsmåter.

Samiske elever fortjener en undervisning som tar utgangspunkt i deres kultur og samfunnsliv slik nasjonalt og internasjonalt lovverk lovfester. (Dette gjelder selvsagt også elever fra andre kulturer.) Bruker en små fortellinger og konkrete ting fra kulturen, kan man gjøre matematikkundervisningen mer relevant for elevene. Slik kan de tilbys en mulighet til å være engasjerte i læringen, en kan unngå at de opplever lærestoffet som irrelevant for egen bakgrunn og eget framtidshåp.

Ruvdet kan framstå som et eksempel på en mulig innfallsvinkel til blant annet generalisering i matematikkfaget. Det er bare mulig å ruvdet med garnantall delelig på fire. Det enkleste båndet har fire garntråder, det neste åtte osv. Man kan på en måte si at ruvdet-bånd kan fire-gangen. Ved å ha en oppgave der elevene helt konkret kan utforske og se hva det innebærer, vil det bli lettere å forstå hva n i uttrykket $4n$ betyr. Man kan også lage generelle uttrykk for de forskjellige stegene i fletteprosessen.

Ruvdet, eller fletting generelt, er ofte et kvinnelig domene, slik er det nok også ennå i 2013. Flere jenter enn gutter har ferdigheter i fletting hjemmefra. Som lærer er det viktig å planlegge undervisningen slik at alle lever, både jenter og gutter, får erfare mestring og oppleve at de kan støtte andre i deres læring.

Fortelling som metode for å lære algoritmer

Algoritmer brukes til å løse regneoppgaver, men også for å gjennomføre andre ting. En algoritme er et entydig sett med instrukser for å løse en oppgave. Her tar jeg opp algoritmen for å flette med fire garntråder, ruvdet. Flettingen er mulig dersom garntrådantallet er delelig på fire, og resultatet av ruvdet blir et rundt bånd. Andre flettinger gir andre slags bånd, blant annet gir vanlig fletting med 3 tråder et flatt bånd eller flette. Det finnes mange ulike fletteteknikker. Fokus i denne artikkelen er ikke teknikken i seg selv, men hvordan man kan bruke en fortelling til å undervise om en framgangsmåte eller algoritme.

Fortellingen i rammen ved siden av kan benyttes til å lære et barn ruvdet. Fortellingen kan varieres ved at stedet den knyttes til byttes ut slik at det blir kjent for barna, man kan bruke barnas og vennenes navn, og man kan forklare hvor garntrådene skal plasseres ved at man må sette seg mellom de andre for å varme seg fordi man har vært ute i kulda. Dette kan gi barna en ramme for fletteprosessen som er enklere å huske enn en skjematisk framstilling.

Barn som har lært ruvdet via fortellingen i Bilde 1, kan lettere gjenkalle fortellinga fra minnet. De står kanskje ikke på bar bakke neste gang de vil ruvdet, selv om det er lenge siden sist og de ikke husker hele fortellinga ordrett.

Følgende fortelling formidler ruvdet-algoritmen til barna:

Du skal gå på besøk til naboens lavvu. Du kommer inn der, og du går over de andre og setter deg midt mellom dem som sitter der, så går du hjem igjen (under de andre trådene), fordi du skulle jo ikke flytte inn der.

Når du kommer hjem setter du deg nærmest bålet. (Ytterste tråd i venstre hånd føres over to tråder mot høyre, og under en tilbake mot venstre.)

Neste gang kommer naboen på besøk til dere, det er den som sitter nærmest teltduken som kommer, fordi det var hans/hennes tur å komme på besøk til dere. Han/hun setter seg imellom folkene i nabolavvoen, og drar så hjem igjen. Hjemme setter han/hun seg nærmest bålet. (Ytterste tråd i høyre hånd føres over to tråder mot venstre, og under en tilbake mot høyre.)

Så drar en fra din lavvo på besøk, det er den som er nærmest lavvoduken som får dra denne gangen. (Ytterste tråd i venstre hånd føres over to tråder mot høyre, og under en tilbake mot venstre.)

Så er det den neste fra nabolavvoen sin tur å besøke dere, fordi den har venta så lenge. (Ytterste tråd i høyre hånd føres over to tråder mot venstre, og under en tilbake mot høyre.)

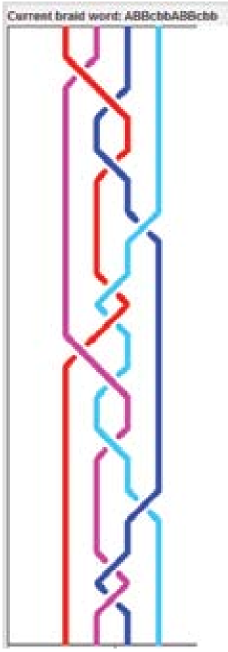
Etter det må naboen komme til dere, før det endelig er din tur til å gå på besøk igjen. (Tråden er i samme posisjon som i utgangspunktet.)

I tillegg kan de kjenne igjen produktet og vet hvordan resultatet skal bli. Om båndet ikke blir sånn som det skal, så oppdager de at de har gjort noe galt, og kan ta grep for å rette det opp.

Ruvdet-algoritmen kan også illustreres ved å tegne garntrådforflytningene. Det finnes også nettverktøy man kan bruke for å tegne slike braid groups, se Bilde 1 (Dehornoy & Fromentin, 2013).

Zazkis og Liljedahl (2009) viser til flere typer fortellinger som kan brukes i matematikkundervisningen: 1) rammefortellinger, der matematikken har fått en fortelling som ramme, 2) fortellinger som delvis selv inneholder matematikken, eller 3) fortellinger der matematikken er innvevd i handlingen. De beskriver det siste som best for matematikklæringen. Lavvufortellingen om flettealgoritmen er en slik fortelling. Derfor kan fortellingen fungere som en støtte for barnas hukommelse fram til algoritmen er automatisert. Zazkis og Liljedahl (ibid) oppfordrer til å ta i bruk eksisterende fortellinger i skolen for å lette barns matematikklæring. Der man ikke har eksisterende fortellinger, kan man lage egne fortellinger tilpasset elevmassen.

En didaktisk utvikling i tråd med det jeg har beskrevet her, vil stille krav til lærerens faglighet, og også til at lærere får videreutdanning og kurs om arbeidsmåte og matematikkinnhold i samiske kultur. Det kan kreve omstilling for lærere, men også for elever og foreldre som har en forventning om hva matematikklæring skal være. Samisk skole må kunne forklare og forsvare en slik omlegging, den må også forsvare at det kan ta tid før man ser resultater på statistikkene. Ved å endre skolen slik at den virkelig tar utgangspunkt i samisk kultur, slik jeg har kommet med et eksempel på i denne artikkelen, ønsker man ikke bare å oppfylle internasjonalt lovverk. Det er et mål å oppnå bedre resultater i det faglige utbyttet for de samiske elevene. Elevene skal utvikle trygghet i at egen kultur er bra nok og kan brukes i alle situasjoner.



Bilde 1: Skjematisk fremstilling av ruvdet med fire, laget med web-applet: http://math.unicaen.fr/~tressapp/

Noter

1 Grunnlaget til punktet i læringsplakaten (KL06 Samisk) finner en i FNs verdenserklæring om menneskerettigheter av 1948, ILO-konvensjon nr.169 Om urbefolkninger og stammefolk i selvstendige stater, FNs konvensjon om barnets rettigheter, artikkel 30, Grunnlovens § 110a, Oppl.l. § 1-2 og kap. 6, og læreplanverkets generelle del.

2 Det samiske ordet ruvdet er et verb i infinitiv. Denne formen brukes i hele artikkelen, selv der det brukes som et substantiv.

Referanser

Balto, A. (1997). *Samisk barneoppdragelse i endring.* Oslo: Ad notam Gyldendal.

Dehornoy, P., & Fromentin, J. (2013). Braid applet, main page. Hentet fra http://www.math.unicaen.fr/~tressapp/index.html.

Francois, K., & Pinxten, R. (2013). Multimathemacy. Hentet fra http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG10/WG10_Francois.pdf.

Fyhn, A. B. (2011). Noe som følger et mønster. Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2011/fyhn-0211.pdf.

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge, L. C. (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMMS 2011.* Oslo: Akademika forlag,.

Lipka, J., Andrew-Ihrke, D., & Yanez, E. E. (2013). Yup`ik-folkets verdensforståelse og skolens matematikk. I A. Fyhn (Red). *Kultur og matematikk. Kultuvra ja matematihkka*. Bergen: Caspar forlag.

Nutti, Y. J. (2007). *Matematiskt tankesätt inom den samiska kulturen utifrån samiska slöjdares och renskötares berättelser.* Licenciatuppsats ved Institutionen för Pedagogik och lärande, Luleå tekniska universitet.

Nutti, Y. J. (2011). *Ripsteg mot spetskunskap i samisk matematiklärares perspektiv på transformeringsaktiviteter i samisk förskola och sameskola.* Doktoravhandling, Institutionen för Pedagogik och lärande, Luleå tekniska universitet.

Nutti, Y. J. (2012). Förändringsarbete för en kulturelt baserad samisk matematikundervisning. *Tangenten*, 2012(2), 48-52.

Prinsipper for opplæringen i kunnskapsløftet – samisk. (2007). www.udir.no: Utdanningsdirektoratet. Hentet fra http://www.udir.no/Upload/larerplaner/Fastsatte_lareplaner_for_Kunnskapsloeftet/Samiske/5/prinsipper_for_opplaringen_samisk.pdf?epslanguage=no.

Skovsmose, O., & Alrø, H. (2006). Læring mellom dialog, intention, refleksion og kritik. I O. Skovsmose og M. Blomhøj (red). *Kunne det tænkes? om matematiklæring.* (s. 127–138). Albertslund: Malling Beck.

Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2009). *Teaching mathematics as storytelling.* Sense publishers.

Per Ødegaard

For alle – uansett kulturbakgrunn

> Sosiologen Lapeyronnie henviser til at særlig mange innvandrerbarn opplever skolen som et sted hvor de lider nederlag og utsettes for ydmykelser. Fra «Volden øker i franske skoler», Bergens Tidende/Politiken 21.02.10.

Å være god på noe kan være avgjørende for å lykkes på skolen – hvis læreren ser det og gjør noe med det. I denne artikkelen gis det et eksempel på hvordan minoritetsspråklige ungdommer blomstret opp nettopp fordi noen så hva de var gode på. For noen år siden underviste jeg unge minoritetsspråklige i matematikk på grunnskolenivå. I tillegg til at de måtte tilegne seg det relativt avanserte matematikkspråket, slet de også med norsken. Mange av disse elevene mistet gnisten og troen på sine egne evner og ferdigheter. I løpet av skoleåret ble noen av disse elevene spurt om de ville delta på et synge- og danseprosjekt i regi av Stiftelsen Fargespill. Øvingene skulle foregå i skoletiden, så de måtte ha faglærernes tillatelse for å kunne delta. Jeg kjente sterkt på følelsen av at to av elevene mine som slet mest med matematikkfaget, ikke burde tas ut av matematikktimene. Tvert i mot mente jeg at de burde få tilbud om mer matematikk.

Per Ødegaard
Pensjonert lektor i matematikk
odegaard336@yahoo.no

De fikk lov, selv om jeg var skeptisk til om det kunne ha noe for seg. Elevene fikk roller i Fargespill, og de framførte offentlig det de hadde trent på og arbeidet med. De fikk overveldende positiv kritikk i media. De fikk også delta med et innslag fra Hordaland ved kong Haralds 75-årsdag.

De to elevene fra min klasse vendte deretter tilbake til den tradisjonelle skoledagen. Men noe hadde skjedd med dem. De så ikke lenger fortvilet ned i matematikkboken og led. De så opp, møtte blikket mitt med noe som liknet stolthet og som uuttalt fortalte meg: «Jeg er god på noe, jeg, og jeg kan sikkert bli god i skolefagene også.» De ble de, og jeg måtte ydmykt erkjenne at nå tilegnet de seg også matematikk lettere. Den økte motivasjonen og den positive innstillingen til skolen ble en konsekvens av at noen hadde sett hva de var gode på, utviklet dette og gitt dem økt selvtillit og motivasjon for skolearbeid. Dette kan kanskje fortelle oss at en løsning på å lære mer i et fag ikke nødvendigvis ligger i å foreskrive mer av noe som ikke har vist seg å ha effekt.

Jeg mener at lærerne bør bryte metalæringen som sier at elever lærer mer med ekstraundervisning gitt i tradisjonelle skoleomgivelser. De vil ikke alltid ha utbytte av mer av det som ikke har fungert. Jeg mener læreren må bruke tid på å se etter hva eleven er god på, og utvikle dette på en positiv måte slik at det gir eleven tillit til egne evner. Først da kan de utfordres på nye faglige områder. Jeg antar at dette ikke er spesifikt for elever med minoritetsspråklig bakgrunn, men at alle elever som sliter i ett eller flere fag, kan bedre sine resultater om noen først utvikler deres sterke sider.

Grunnskoleopplæring for voksne ble et satsingsområde i skolen på slutten av 1980- årene. For å ivareta voksnes realkompetanse og deres hverdagskunnskaper ble det utviklet egne læreplaner og egen grunnskoleeksamen for denne gruppen. Seinere ble L97 også gjort gjeldende for voksne, men det ble utarbeidet en veiledning for lærere som arbeidet på dette feltet, mens den spesielle eksamenen ble opprettholdt. Da kunnskapsløftet, LK06, ble innført, skulle alle elever arbeide mot kompetansemålene som var beskrevet i planen. Egen eksamen ble riktignok opprettholdt helt fram til årets grunnskoleeksamen i 2013. Da måtte de minoritetsspråklige elevene som ville ta grunnskoleeksamen i matematikk, benytte den vanlige tiendeklasseeksamenen.

Omkring årtusenskiftet ble det stadig færre elever med norsk opprinnelse som ikke hadde fått eksamen på grunnskolenivå, og per i dag er denne gruppen helt fraværende. Elevene som i dag følger grunnskolerettet matematikkopplæring for voksne, har minoritetsspråklig bakgrunn. Har de fått opplæring i grunnleggende norsk, tilbys de tradisjonell grunnskoleopplæring i to til tre år med rett til å avlegge eksamen. Med relativt begrensede norskkunnskaper skal de altså tilegne seg grunnskolens kompetansemål på langt kortere tid enn elever med norsk bakgrunn.

Min erfaring er at svært mange av elevene i denne gruppen opplever at de faglige nederlagene står i kø og er medvirkende til å bryte ned selvbildet. Stoffmengden er formidabel sett i sammenheng med tiden de har til rådighet. Uten tid til fordypning og ettertanke må læreren haste videre til neste omfattende kompetansemål. Resultatet blir som regel sviktende matematikkunnskaper og dårlige eksamensprestasjoner.

Matematikk har sitt eget språk, men det er samtidig sterkt – noen vil si nærmest uløselig – knyttet til det språket faget formidles i. Minoritetsspråklige elever kan derfor ha en ekstra utfordring når de skal lære seg matematikk. I læreplanen er lesing og skriving betegnet som grunnleggende ferdigheter, og det understrekes at elevene skal lese og skrive også i matematikkfaget. En reaksjon blant lærerne på de svake matematikkresultatene hos minoritetsspråklige elever har vært å gi disse elevene flere oppgaver uten kontekst – vi kan kalle det «nakne oppgaver». Da får de vist at de kan regne, har omkvedet vært. Men det er slett ikke sikkert at flere nakne oppgaver vil hjelpe. I Sverige har man undersøkt hva språk, andrespråk, leseforståelse og kontekst har å si for hvor godt en elev kan løse en matematikkoppgave (Myndigheten för skolutvecling, 2008). Et kort eksempel fra denne undersøkelsen belyser dette. Den «nakne» oppgaven: Regn ut $\frac{30}{0,6}$. Oppgaven gitt i en kontekst: «En sekk med tørrfôr veier 30 kg. Hvor lenge rekker sekken hvis en valp spiser 0,6 kg hver dag?» Overraskende for mange klarte flere elever oppgaven gitt i kontekst enn den nakne varianten. Likevel har denne oppgaven etter min mening et forbedringspotensial sett med minoritetsspråklige øyne. En forbedret utgave kan være: «En sekk med hundemat veier 30 kg. En hund spiser 0,6 kg mat hver dag. Hvor mange dager har hunden mat?» Min erfaring er at så vel lærebøker som eksamensoppgaver bør bearbeides slik at språket letter tilgangen til problemstillingene. Matematikklærere som har opplæringsansvar for elever med minoritetsspråklig bakgrunn, bør være spesielt oppatt av hvordan små nyanser i språket kan lette – eller vanskeliggjøre – tilegnelsen av teksten i en matematikkoppgave (Ødegaard, 2009; Löwing & Kilborn, 2008).

I tillegg til å arbeide konstruktivt på de to ovennevnte områdene, kan det være nyttig å undersøke hvilken faglig ballast disse elevene møter vår opplæring med. Selv uten formell faglig opplæring fra hjemlandet kan de ha kunnskaper – spesielt innenfor geometri – som både kan lette introduksjonen til skolegeometrien og gi dem en følelse av at også matematikkunnskaper de har med seg hjemmefra, er verdifulle. I etnomatematikken beskrives forholdet mellom matematikk og kultur. Matematikk kommer til uttrykk på forskjellige måter i ulike kulturer, og lærerne kan for eksempel undersøke hvordan håndverk i minoritetsspråklige kulturer kan gi praktiske eksempler på matematikk som i sin tur kan beskrives i mer formell vestlig matematikk.

Høsten 2010 fikk Kunnskapsdepartementet overlevert en utredning om skolematematikken som hadde tittelen «Matematikk for alle … men alle behøver ikke kunne alt». (Kunnskapsdepartementets arbeidsgruppe, Oslo/Trondheim/NTNU 2010). Hovedtesen i utredningen var at matematikkfaget burde deles opp i en noe mindre omfattende, grunnleggende del, og en del der elevene kunne velge fordypning. Dette er helt i tråd med Einar og Sidsel Skaalviks undersøkelse om elevers syn på hva som motiverer dem. Ett av funnene deres var at motivasjonen til elevene blir mindre hvert eneste år fra fjerde til tiende klasse (Skaalvik & Skaalvik, 2009). I en stor artikkel i Dagsavisen sier Einar Skaalvik:

> Jeg skulle ønske en del av fagene hadde et mindre kjernepensum, som er felles for alle elever enn det vi har i dag. Sagt på en annen måte: Elever som for eksempel ikke mestrer matematikk skal kunne velge bort deler av matematikk i bytte mot et fag som interesserer dem mer. Elever som liker matematikk, kan dypdykke i faget. (Dagsavisen 6.1.2011.)

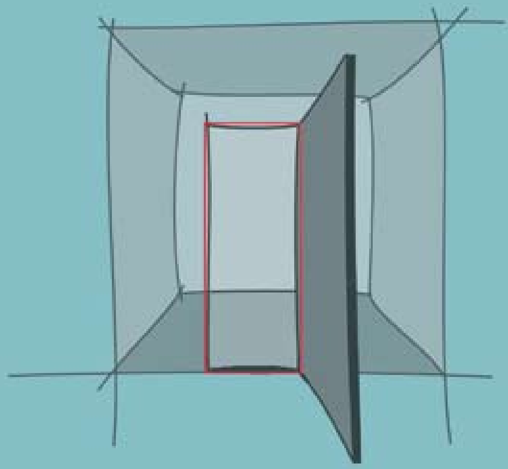
Det er alarmerende at den minoritetsspråklige elevgruppen som har fulgt voksenopplæringen, jevnt over har fått karakteren1 eller 2. Opplæringen må sies å være mislykket når om lag 70 % får de dårligste karakterene. Resultatene fra årets eksamen er historisk dårlige (34,4 % fikk 1, mens 39,3 % fikk 2). I år får altså 73,7 % de to dårligste karakterene (Utdanningsdirektoratet 2013). Slik sett kan opplæringen slik den fungerer i dag, anses som bortkastet. Derfor er det urovekkende at utredningen fra den departementale arbeidsgruppen som foreslo nettopp en oppdeling av faget, havnet i statsrådens skuffe. Der ligger nok fortsatt der og støver ned. Hvorfor har ikke Kunnskapsdepartementet igangsatt forsøk med mer tilrettelagt opplæring for denne sårbare gruppen? Da kunne det bli tid til å se elevenes sterke sider, gjøre dem tryggere og mer motivert, arbeide grundigere med å flette norsk og matematikkspråket sammen og arbeide med etnomatematikken. Kunnskapene kunne få befeste seg dersom elevene slapp å forgape seg på alt for mye faglig stoff. Det kunne resultert i at de grunnleggende matematikkunnskapene ble styrket, og at elevene kom til videregående med større muligheter til å lykkes.

I år måtte minoritetsspråklige voksne elever framstille seg til samme eksamen som de vanlige tiendeklasseelevene. Matematikkeksamenen inneholdt en oppgave om X-Fighters (en motorsykkelsport). Sikkert en interessant og motiverende oppgave for vanlige tiendeklasseelever. Hvorvidt arbeidsomme muslimske kvinner i 40-årene i det hele tatt skjønte rammen for oppgaven, er usikkert. Da det var egne eksamensoppgaver for gruppen, var det lagt vekt på å presentere matematiske problemstillinger i en gjenkjennbar kontekst og nøye bearbeidete tekstformuleringer. Elevene kunne dessuten velge blant likeverdige oppgaver. Det er på tide å ta grep slik at minoritetsspråklige voksenelever kan bli bedre motivert, og dagens opplæring og eksamen bør revurderes.

Min konklusjon på problemstillingene som er reist i denne artikkelen, er tosidig. Den består av en fagdidaktisk del og en skoleorganisatorisk del. For det første: Det er viktig å se elevene – og det gjelder alle elever – og utvikle deres sterke sider ved å gi dem selvsikkerhet og motivasjon. Språket har stor betydning for forståelsen av det

(fortsettes side 33)

Glimt fra klasserommet



Jarirat Srinatpat Sæther

Lysfest

Er Norge et land med flerkulturelt mangfold? Ja! Ifølge Statistisk sentralbyrå (2013) finnes det i Norge innbyggere med innvandrerbakgrunn som kommer fra hele 219 ulike land og selvstyrte regioner. Folk innvandrer til Norge av forskjellige grunner. Mange kommer som flyktninger, arbeidssøkende eller for å få utdanning. Det er omlag 655 000 personer med innvandrerbakgrunn bosatt i Norge. Av disse er 108 000 født i Norge med to innvandrerforeldre, mens 547 000 har kommet som innvandrere fra andre land. Til sammen utgjør de 13,1 prosent av befolkningen i Norge.

Norge er kjent for å ha et godt utdanningssystem, og det er mange elever fra forskjellige land som går på skole her. På mange skoler finner vi internasjonale miljøer i klasserommene. Men ønsker vi et flerkulturelt klasserom? Har vi lyst til å åpne klasserommet for verden? Alt elever, foreldre og morsmålslærere har med seg av tradisjoner og kulturer fra andre land, kan ha et potensial i norske klasserom. Hvordan kan vi bruke kulturer og tradisjoner fra andre land til å undervise i geometri? Er det mulig å skape et flerkulturelt klasserom gjennom matematikkundervisning?

Når skolen ønsker å ta vare på kulturtradisjoner i hele samfunnet, kan det være nyttig å lytte til opplæringsloven, som sier at «opplæringa skal bidra til å utvide kjennskapen til og forståinga av den nasjonale kulturarven og vår felles internasjonale kulturtradisjon» (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Jarirat Srinatpat Sæther
Morsmålslærer i Stjørdal kommune
jarirat@hotmail.com

Lysfesten Loy Krathong

Selv kommer jeg fra Thailand, der vi feirer lysfesten «Loy Krathong» i november. Jeg savnet denne lysfesten og fikk plutselig muligheten til å ta den med til klasserommet slik at også elevene kunne lære noe om denne vakre og gamle tradisjonen. Festen feires årlig ved fullmåne ved slutten av den tolvte måneden i Thailands månekalender. I Norge er dette vanligvis i november måned, og da renner det mye vann i elvene. Loy Krathong betyr noe slikt som «flytende krone» og henspiller på de vakre lotusblomstene laget i papir eller bananblader med blomster, røykelse og et lite stearinlys som sjøsettes i løpet av festlighetene. Lange rekker med slike lysende blomster kan ses den natten på elva eller på vannet. I buddhistisk tradisjon i Thailand feires festen for å uttrykke takknemmelighet og respekt overfor vannet eller vannets gudinne. Samtidig vil vi frambringe en unnskyldning til vannet fordi vi mennesker bruker det og forurenser det. Den lysende blomsten som seiler av gårde på vannet, kan også symbolisere at vi sender sorg, sykdom og ulykke bort fra livet vårt, og at vi ønsker oss lykke tilbake.

Om lotusblomsten

Figur 1

Lotus er en plante som vokser i vannet. Den har røttene i jordbunnen, og blomstene og bladene flyter på vannflaten. Kronbladene har forskjellige farger. Bladene er runde og ligner på sirkler. Blomstene kalles vannlilje eller nøkkerose på norsk. Lotusblomsten er en viktig og hellig blomst for buddhister. Figur 2 viser at lotusblomstene har en sentral plass i buddhismen.

Figur 2

Vårt opplegg

Nima Moussa Aden, Abdullahi Elmi Ibrahim og Orasa Kasirerk var sammen med meg da vi gjennomførte prosjektet i en praksisperiode på barnetrinnet. Grethe Nina Hestholm var vår prosjektlærer. Vi inkluderte flere fag i opplegget: matematikk, kunst og håndverk, musikk, engelsk, RLE og samfunnsfag. Vi ønsket også å utvikle elevenes sosial kompetanse gjennom gruppearbeidet i klassen. En bred kulturell forståelse ser jeg som grunnleggende for et inkluderende sosialt felleskap. Undervisningen om Loy Krathong er tilrettelagt nettopp for å utvikle elevens kulturelle kompetanse slik at de kan forstå og delta i et multikulturelt samfunn, og slik at de kan utvikle kunnskap om forskjellig kulturelle uttrykksformer.

Punktvis skisse av gjennomføringen av opplegget:

- Hilsning på forskjellige språk der elevene gjentok etter lærerne
- Powerpointpresentasjon: kart, fakta om Thailand, om lysfesten, sang (brukte YouTube) og geometri (sirkel, rektangel og symmetri). Elevene stilte spørsmål underveisSang lysfestsang på engelsk
- Brettet lotusblomster
- Thai folkedans med sang
- Fortsatte brettingen, deretter rydding
- Samling i sirkel: Læreren stilte seg i midten og sa at hun var sentrum av sirkelen, og ba alle elevene om å plassere seg like langt fra midten
- Ønskestund
- Avslutning og oppsummering

Geometri i opplegget

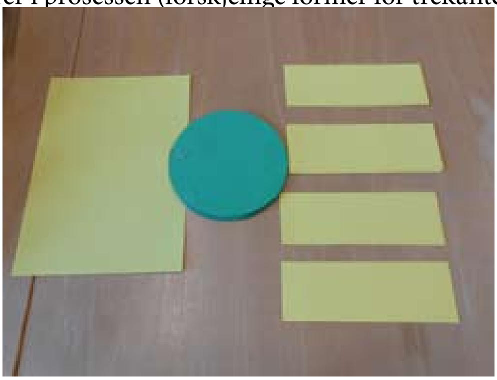
I den matematiske delen av opplegget ønsket vi å arbeide med en bretteoppskrift for lotusblomster som siden skulle «sjøsettes» med telys. Sirkelen er sentral som utgangspunkt for blomsterbunnen, og rektangel er sentralt i bretteoppskriften for bladene.

Her kan en lett få mulighet til å arbeide konkret med geometriske begreper. Ikke bare begrepene rektangel og sirkel, men også underbegreper som lengde, bredde, radius, diameter og omkrets.

Lotusbladene er som de fleste bretteprodukter en symmetrisk figur, og hele prosessen gir rikelig anledning til å fokusere på speilingssymmetri.

Bretteprosessen tar utgangspunkt i at rektangelet blir brettet slik at det oppstår en rett vinkel. Ved andre bretting blir denne vinkelen halvert og resulterer i en 45 graders vinkel. Dette kan elevene være med på å finne ut av. Enda en bretting fører til en vinkel på 22,5 grader, og dette steget kan muligens være en liten utfordring for noen av elevene. En kan gjerne vise hvordan de fire 22,5-gradersvinklene til sammen utgjør en rett vinkel, ved å brette opp figuren.

Ved å gjøre de samme brettebevegelsene på begge sider av den første brettelinjen bevarer vi symmetrien i hele figuren. Her kan en gjerne snakke om alle de forskjellige figurene som opptrer i prosessen (forskjellige former for trekanter



Figur 4: Deling av A4 ark, to sirkler.

og firkanter), og om arealer som er like.

Hva trenger du?

- Bunn: to sirkler (laget av papir, diameter ca. 16 cm)
- Kronblader: 11×2 = 22 stykk à ¼ A4-ark (kuttet parallelt med arkets bredde)

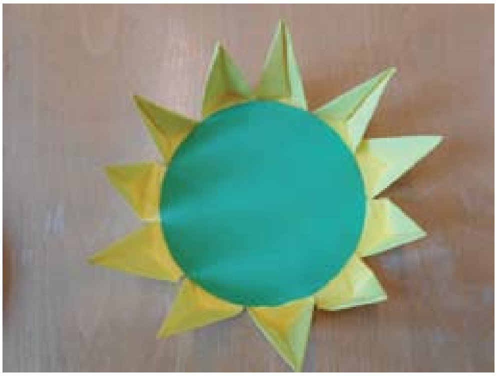
Figur 3: Oppskrift for to typer kronblad

- Limstift
- Saks

Fremgangsmåte (les denne sammen med Figur 3):

- Brett et rektangel i to like deler slik at du får en symmetrilinje i midten.
- Brett første del til høyre ned til midten, brett én gang til (slik at 45-gradersvinkelen halveres).
- Brett en annen del til venstre ned til midten, brett én gang til som i 2.
- Brett hver halvdel én gang til, 22,5 grader (dette ligner på bretting av papirfly).
- Brett fot likt med papirkanten på baksida.
- Brett to føtter over hverandre slik at spissen som står, danner en 90 graders vinkel.
- Lim én fot over en annen fot til å være kronblad.

Brettingen tar ca. tre undervisningstimer. Noen elever er raske og rekker å lage to lotusblomster.


1


2


3

Figur 5

De elevene som er ferdige med to lotusblomster, kan gå og hjelpe andre elever i klassen.

Figur 5 viser hvordan elleve kronblader monteres på en blomsterbunn som kan bære et telys.

Oversidene av kronbladene limes først (1), og deretter limes de «flate» kronbladene på undersiden av sirkelen (2). Til slutt limes en sirkelflate på undersiden av blomsten (3).

Figur 6

Etter at elevene hadde laget lotusblomstene ferdige, var det samling i ring rundt læreren (Figur 6).

– Læreren formidler at nå starter lysfesten, og alle skal vise respekt for festen. Alle skal stå i en sirkel rundt læreren med lotusblomster i hendene. Vi later som om det var fullmånenatt. En full måne er en sirkel. Læreren står i midten og sier at han/hun er sentrum for sirkelen, slik at alle elevene skal stå like langt fra sentrum.
– Læreren viser et telys og sier at telys også er sirkelformet. Læreren forklarer at elevene må være forsiktig med telys på grunn av brannfare.
– Alle legger telys i midten av lotusblomstene sine. Så legger elevene lotusblomstene sine med telys foran seg.
– Læreren går rundt og tenner lysene i alle lotusblomstene.
– Musikken slås på (youtube-søk med ordene «Loy Krathong Song»: http://www.youtube.com/watch?v=GNJWizHWMxc), vi synger på engelsk og danser thai folkedans mens vi «går rundt en fullmåne».
– Dette er sangteksten på engelsk:

November full moon shines
Loy Krathong, loy Krathong
and the water's high in local river
and the klong
Loy Loy Krathong, loy loy Krathong
Loy Krathong is here and everybody's
full of cheer
We're together at the klong
Each one with his krathong
As we push away we pray
We can see a better day

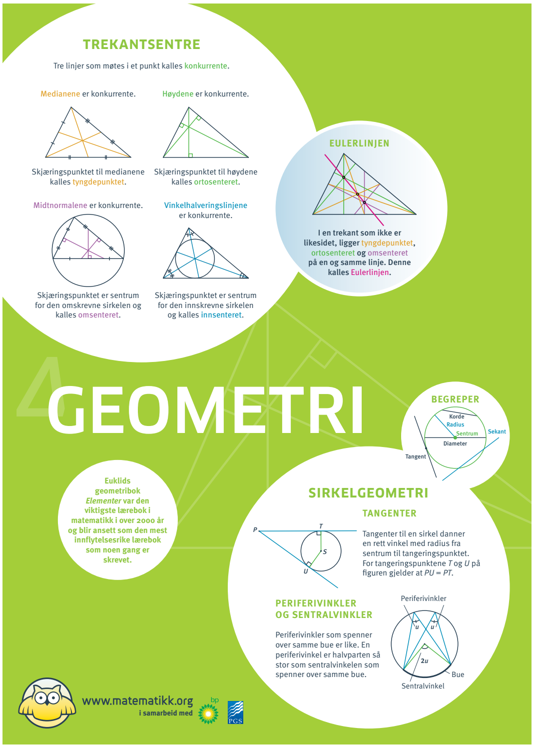
- Når sangen er ferdig setter elevene seg ned i en sirkel igjen. Læreren repeterer og oppsummerer før ønskestunden begynner.
- Vi sitter og ønsker lykke i livet for både dyr og mennesker. Alle skal være stille og ha respekt for festen.

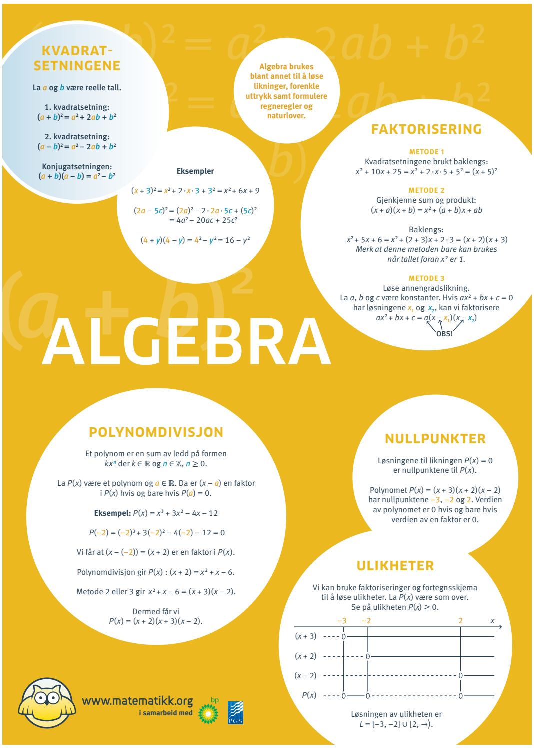
Dette opplegget er interessant for matematikklæring gjennom å gjøre noe praktisk, men også for å utvikle det flerkulturelle klasserommet. Elevene kan i et opplegg som dette arbeide med den sosiale kompetansen og læringsmål i flere fag: matematikk (geometri), kunst og håndverk, musikk, engelsk, RLE og samfunnsfag. Det kan bli en annerledes dag for elevene. De kan få brukt kreativiteten sin og erfare at ord som rektangel og sirkel også blir brukt utenfor matematikklasserommet. De fleste kulturer anvender mønster, symmetrier og geometriske former i sine kulturelle utrykk. Disse går ofte i arv og har lange tradisjoner. For eksempel har lysfesten Loy Krathong vært feiret i mer enn 700 år i Thailand.

Lykke til med å skape et flerkulturelt klasserom gjennom en annerledes matematikkdag!

Stor takk for hjelp med skriving fra: Grethe Nina Hestholm, Høgskolen i Bergen og redaksjonen i Tangenten.

Disse plakatene kan du lese mer om på side 52.





Veronika Zvorono

Å flytte mellom skolekulturer

Forskning på innvandrere i det norske samfunnet og i norsk skole viser at de største problemene oppstår i møte med en fremmed kultur og et fremmed språk (Amoako-Addo & Brækken, 1991). Dette gjelder særlig for innvandrere fra land med grunnleggende forskjellig språk og kultur. Mine opplevelser og erfaringer fra Norge bekrefter disse forskningsfunnene.

Hjemlandet mitt er Russland, der jeg også tok lærerutdannelse. Jeg har bodd i Norge mer enn ti år nå og oppfatter meg selv som godt integrert og til en viss grad fornorsket. Siden januar 2000 har jeg arbeidet som matematikklærer i Norge.

Artikkelen tar utgangspunkt i mine personlige erfaringer og synspunkter. Andre russere har trolig andre oppfatninger av de situasjonene jeg beskriver. Målet er å beskrive noe av det som jeg som russisk lærer i norsk skole har opplevd og opplever som kulturkollisjoner og utfordringer.

Med kultur mener jeg de holdninger, verdier og normer som er styrende for en gruppes oppfatninger og handlingsvalg. Jeg ser på meg selv som en person med russisk kulturbakgrunn. Det er mitt utgangspunkt, og det vil prege meg resten av livet. Noen ganger oppleves dette som en nyttig ballast, noen ganger som en byrde i møte med den for meg fremmede norske kulturen.

Veronika Zvorono
Tromsdalen VGS
veronika.zvorono@tromsfylke.no

Artikkelen er en omarbeidet versjon av et kapittel i Fyhn, A. (red.) (2013). *Kultur og matematikk*. Bergen: Caspar Forlag. Annonse bak i bladet)

Grunnleggende matematikkferdigheter hos norske elever

Da jeg begynte å arbeide i norsk videregående skole, bet jeg meg merke i to ting som var annerledes enn i Russland: kalkulatorbruk og elevenes alder ved innføring av ulike emner. Jeg oppdaget snart at mine elever i videregående brukte kalkulator til å regne ut selv de enkleste regnestykker. Til og med når de skulle multiplisere med 10 og 100, benyttet de kalkulator! Det var også problematisk for dem med gangetabell, kvadratrot av kvadrattall under 500 og liknende. Dette regnes for å være grunnleggende ferdigheter for jevnaldrende russiske elever. Senere fikk jeg forståelse for og innsikt i skolens hverdag og skolens historiske utvikling med mange reformer og læreplaner. Da kunne jeg lese i aviser og høre i media at forskere og politikere slo alarm fordi TIMSS- og PISA- studiene påpekte at mangel på grunnleggende ferdigheter i matematikk var årsaken til lav uttelling ved komparative undersøkelser. Dessuten var algebra nedtonet i norske læreplaner (Grønmo, 2005; Grønmo & Olsen, 2006). Mine erfaringer med norske elevers bruk av kalkulator og deres mangel på grunnleggende regneferdigheter sammenfaller med konklusjonene i rapporten fra TIMSS Advanced 2008 for videregående skole. Forfatterne sammenliknet bruk av kalkulator som teknisk instrument til enkle beregninger med bruk av krykker til friske barn, med alle påfølgende konsekvenser (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010).

Den andre forskjellen jeg ble oppmerksom på, var at det er ganske stor aldersforskjell mellom norske og russiske elever som studerer samme emne. Norske elever ligger jevnt over 1–2 år etter de russiske. For eksempel kan jeg vise til emnet Pytagoras' læresetning, som gjennomgås på åttende klassetrinn i russisk skole. Kompetansemålene sier at elevene må kunne formulere og bevise Pytagoras' setning, bruke setningen i beregning av ukjente størrelser og anvende den ved ulike former for problemløsning (DUVRF, 2009). Samme emne gjennomgås på niende klassetrinn i norsk skole. Det står som kompetansemål for 8.–10. årstrinn at elevene skal kunne bruke formlikhet og Pytagoras' setning i beregning av ukjente størrelser (KD, 2006). Bevis og anvendelse inngår ikke i de norske kompetansemålene. Overraskende nok inngår Pytagoras' setning på nytt i kompetansemålene for matematikkurset 1P på videregående skole. Her heter det at elevene skal kunne bruke formlikhet, målestokk og Pytagoras' setning til beregninger og i praktisk arbeid (ibid.).

For mine «utenforstående» øyne er det fortsatt bemerkelsesverdig at ett og samme kompetansemål opptrer flere ganger i løpet av en norsk elevs skoleløp. Jeg klarer ikke å finne noen forklaring på dette. I St.meld. nr. 31 (Kunnskapsdepartementet, 2007–2008) *Kvalitet i skolen* blir det påpekt at flinke elever ikke får tilstrekkelige utfordringer på skolen, men samtidig bidrar samme departement til at elevene skal bruke sin dyrebare tid på skolen til å gjennomgå samme emne to ganger. Russiske læreplaner tar for seg flere emner enn de norske. En sammenlikning av russiske og norske læreplaner vil vise hvor mange flere kompetansemål som inngår i russiske planer for elleveårig skole enn i tilsvarende norske planer (KD, 2006 og DUVRF, 2009).

Hospitering i norsk skole

Mitt første møte med norsk skole fant sted da jeg hadde bodd ett og et halvt år i Norge. Jeg gikk på norskkurs, men hadde aldri arbeidet i Norge. Et jobbintervju ved en norsk videregående skole ble en positiv opplevelse. Skolen hadde behov for å ansette en matematikklærer midt i skoleåret, og det var vanskelig å skaffe kvalifiserte folk. Skoleledelsen var villig til å se bort fra mine manglende norskferdigheter; de var mest interessert i om jeg hadde kompetansen som skulle til for å undervise i 3MX – matematikk fordypning – siste året på videregående. Denne kompetansen hadde jeg. «Flott!» sa de, «da kan du starte om en måned. I mellomtiden kan du begynne å gjøre deg kjent med den norske læreplanen og hospitere hos oss.» Hospitering var et ukjent fenomen for meg fra russisk skole, men det var et flott tiltak som hjalp meg å bli kjent med mine framtidige elever og kollegaer. I tillegg fikk jeg innblikk i norsk skolekultur. Slik begynte min karriere i norsk skole, et møte fullt av overraskelser.

Én av de første lærerne jeg hilste på, sa at han underviste i matematikk, engelsk og kroppsøving. Dette kom som et sjokk på meg. I Russland er ikke dette vanlig, kanskje bortsett fra i små, fådelte skoler på landsbygda.Ulike internasjonale komparative undersøkelser innenfor utdanning, for eksempel *Trends in International Mathematics and Science Studies* (TIMSS), og *Program for International Student Assessment*, (PISA) viser at norske lærere i mye større grad enn ellers i verden underviser i flere fag. Dette gjelder også fag der de ikke har godkjent utdanning (Kjærnsli & Lie, 2006). Russiske lærere kvalifiseres som faglærere i ett eller maksimum to fag innenfor samme studieretning. «Jeg har brukt fem år på å studere matematikk og fysikk», tenkte jeg, «hvor lenge må man studere for å bli kvalifisert for å undervise i norsk skole?» Mye senere, etter at jeg hadde lest en god del norsk pedagogisk litteratur, ble jeg kjent med de historiske forutsetningene som har gjort det «umulige» mulig. Etter dette har jeg fått stor respekt for norske lærere som har studert flere ulike fag fra flere ulike studieretninger. Jeg stiller meg imidlertid fortsatt skeptisk til om det er mulig å studere alle de ulike fagenes metodikk og fagdidaktikk grundig nok, når studietiden ikke er lengre enn den er i Norge.

Bruk av undervisningstid

Spørsmål om undervisningstid og bruken av den er viktig for elevenes læring. Rektorer ved skoler som deltok i PISA-undersøkelsen i 2000, mener at lite undervisningstid hemmer elevenes læring (Turmo & Lie, 2004). Russiske lærere som har kjennskap til norsk skole, bemerker at mye undervisningstid går med til andre ting enn fag (Bambulyak, 2011). Dette gjelder både enkelttimer og på generell basis. Bambulyak skriver undrende:

> Det mest slående var deres [de norske lærernes] forhold til tid. Slik jeg ser det, behandlet de den [tiden] som om det fantes et hav av denne dyrebare ressursen. Etter at det hadde ringt inn, kunne man derfor gi elevene tid til langsomt å finne plassene sine, til å avslutte småpratingen som ble avbrutt av ringeklokken, til å puste inn litt klasseromsluft … (ibid, s.41, forfatterens oversettelse).

Jeg har selv opplevd at norske lærere bruker mye tid til ulike pedagogiske og ikke-faglige spørsmål. Blant annet dreier det seg om elevenes trivsel, men også om disiplin og ureglementert bruk av PC.

Det første året i norsk skole lagde jeg en detaljert halvårsplan. Jeg markerte med farge de dagene som gikk ut på grunn av høstturer, avspaseringer etter turer, planleggingsdager, Internasjonal uke med OD-dagen, juleverksted, øving til juleavslutning, selve juleavslutningen med kirkebesøk og påfølgende avspasering. Nesten en tredjedel av terminen var farget.

Jeg forstår at norsk skole tar et bevisst valg ved å integrere ulike aktiviteter som for eksempel Internasjonal uke og/eller høstturer i skolens hverdag. De målene som disse aktivitetene er rettet mot, er omtalt i den generelle delen av læreplanen, og de er viktige i det pedagogiske arbeidet med å skape det meningssøkende, integrerte og samarbeidende mennesket. Disse idealene ligger også nær idealene for en samfunnsborger i min kultur (DUVRF, 2010). Det var imidlertid svært uvanlig for meg at tid til arbeid med disse målene ble tatt fra undervisningstiden i fag. I Russland kommer slike aktiviteter i tillegg til vanlig undervisningstid. Ulike aktiviteter og konkurranser i skolens regi arrangeres vanligvis på ettermiddagstid. Høstturer og fagkonkurranser (olympiader) mellom skolene arrangeres ofte i helger, mens planleggingsdager finner sted i skoleferien.

Medaljens bakside er at russiske lærere til stadighet er overarbeidet. En stor andel av russiske lærere mener at samfunnet ikke verdsetter arbeidet deres, samtidig tror mer enn 80 % av lærerne at elevene setter pris på arbeidet og innsatsen deres. Derfor fortsetter de i jobben sin (Kovaleva, uten dato[1]).

Fra strenge rammer til løse planker

Én side av den norske pedagogiske verden har jeg opplevd som et virkelig problem i min undervisningsplanlegging. I Russland var jeg vant til læreplanens strenge rammer. Utdanningsstandardene stiller krav til resultatene av opplæringen (kompetansemål), kursenes struktur og innholdet i emnene. Det er beregnet tid til å ta ekstra ikke-obligatoriske fordypningsemner, samtidig som det obligatoriske minimuminnholdet er detaljert beskrevet (DUVRF, 2004). I russiske læreplaner er det lite plass til tolkning av innholdet, men samtidig har læreren frihet til å velge arbeidsformer og arbeidsmetoder.

Det var ikke slik da jeg skulle planlegge mine timer i norsk skole. På bakgrunn av de strenge russiske formuleringene av kompetansemål opplevde og opplever jeg fortsatt norske kompetansemål som vage og upresise. Et eksempel er et kompetansemål fra matematikkurs 1P i videregående skole: Elevene skal kunne tolke og bruke formler som gjelder dagligliv, yrkesliv og programområde (KD, 2006). En slik formulering gir meg assosiasjoner til et spørsmål som jeg fikk fra min seks år gamle datter da vi stod sammen foran et abstrakt bilde med masse fargerike streker og punkter. Hun spurte: «Mamma, når har kunstneren forstått at han var ferdig med bildet?» Jeg kan spørre på samme måte: På hvilket tidspunkt kan en samvittighetsfull lærer si at han er ferdig med et mål og kan jobbe videre med det neste? Hvor går grensen?Til sammenlikning vil jeg trekke frem et kompetansemål for matematikk på 5.–6. årstrinn i den russiske læreplanen: Elevene skal kunne «anvende sine kunnskaper om sammenhenger mellom ulike størrelser (fart, tid, strekning, arbeid, effektivitet og liknende) ved løsning av tekstoppgaver, forstå innholdet i tekstoppgavene, trekke den nødvendige informasjon ut av teksten for å løse oppgaven, lage et logisk resonnement og vurdere svaret kritisk» (DUVRF, 2009, s. 45, forfatterens oversettelse). I tillegg angir planen et minimum av hva som inngår i emnet: «Eksempler på sammenheng mellom ulike størrelser: fart, tid, strekning; effektivitet, arbeid; kostnader/pris, antall, enhetskostnader og liknende. Framstilling av sammenhengende formler. Aritmetiske løsningsmetoder for tekstoppgaver» (ibid.).

Russiske læreplaner minner meg om arbeidet med kjennetegn på måloppnåelse i regi av Utdanningsdirektoratet etter innføringen av læreplanen LK06 (Kunnskapsløftet). Det jobbes en del med denne problematikken i Norge (Throndsen, Hopfenbeck, Lie & Dale, 2009). Mye arbeidstid ville blitt spart hvis lærerne hadde tilgjengelig en kvalitetssikret oversikt over kjennetegn på måloppnåelse. Da ville ikke lærerne selv behøve å gjennomføre en nitid tolking av kompetansemål og læreplan.

Jeg er sikker på at en rutinert norsk lærer vil takle det jeg opplever som utfordringer. Problemet er hva nybegynnere og utlendinger skal gjøre. Jeg trengte støtte fra didaktisk teori og en mengde oppgaver med ulik vanskelighetsgrad for å tilpasse opplæringen til elevene. Jeg ønsker forandringer på dette området. På nettet fant jeg oppgavegeneratorer, men jeg fant svært få relevante tekstoppgaver i norske bøker, arbeidshefter og arbeidspermer for lærere. Jeg savner internettlæreportaler som tilsvarer dem en russisk lærer har tilgang til ved forberedelse av en enkelttime eller et emne. Slike internettportaler er dessuten kvalitetssikret, tidsbesparende og enkle å ta i bruk. Det er mengden oppgaver og tilretteleggingen for lærerne som skiller den norske situasjonen fra den russiske. Jeg opplever at forberedelsene er lettere og arbeidsoppgavene klarere avgrenset i Russland.

Forskjeller i utdanningssystemer

Det er ikke enkelt å vurdere eller sammenlikne det norske og det russiske utdanningssystemet, ei heller organiseringen av og nivået på den pedagogiske utdanningen. Vi kan for eksempel finne noen fellestrekk mellom norsk videregående skole og 10.–11. klassetrinn i russisk skole, eller fellestrekk innenfor allmennlærerutdanningene i de to landene. Samtidig finnes det elementer innenfor utdanningssystemene som gjør det vanskelig å trekke paralleller direkte. Ett eksempel er at elevene i Russland får generell studiekompetanse og rett til å søke høyere utdanning etter ellevte skoleår, når de er 17–18 år gamle. For å få rett til å komme inn på høyre utdanning i Norge ville de samme elevene måtte gjennomføre enten kurs på VG3 ved en norsk videregående skole eller ved en «internasjonal skole».

Et annet eksempel som viser forskjellen mellom Russland og Norge, er at det er lang tradisjon for å ha faglærere i grunnskolen i Russland. Kravet til faglærere er at de må ha femårig høyere utdanning fra en lærerhøgskole eller et pedagogisk universitet. Dette kan sammenliknes med kravene til faglærere på videregående nivå i Norge. Imidlertid er kravet til allmennlærere i begynneropplæringen annerledes. Ved siden av lærerhøyskoler og pedagogiske universiteter, som tilbyr en treårig og en femårig allmennlærerutdanning, finnes det også noe som heter pedagogiske college. De sistnevnte kan sammenliknes med norsk yrkesskole. Der kan man utdanne seg til allmennlærer allerede etter niende skoleår. Da varer utdanningen i tre år og ti måneder. Dersom man har avsluttet ellevte skoleår, varer allmennlærerutdanningen i to år og ti måneder. Begge kursene kvalifiserer til undervisning på 1.–4. klassetrinn, på lik linje med dem som har avsluttet høyere utdanning som allmennlærer. Det er interessant å merke seg at nyutdannede allmennlærere i Russland kan være helt ned i 19–20 år gamle. Hvor stor del av utdanningen deres som ville blitt godkjent i Norge, er jeg ikke sikker på, siden det er antall studieår (studiepoeng) som legges til grunn ved godkjenning av utenlandsk pedagogisk utdanning hos søkere utenfra EØS/EU-området (Udir, 2010).

Jeg tror at eksemplene ovenfor kan gi en forståelse av hvor vanskelig det kan være å sammenlikne de ulike utdanningssystemene. Eksemplene gir kanskje også innsikt i hvor vanskelig det kan være for en nyankommet å forstå nyanser og forskjeller.

Etter å ha gjennomført russisk lærerutdanning og arbeidet mange år i norsk skole, mener jeg at vi skal være forsiktige med å bedømme ulike lands skolesystemer på bakgrunn av åpenbare forskjeller og hvordan disse forskjellene kommer til uttrykk. For å være i stand til å sammenholde og vurdere utdanningssystemene må man forstå bakgrunnen for ulikhetene.

Avslutning

Jeg har jobbet mer enn ti år i norsk skole og ser at både russisk og norsk skole er i stadig forandring. Jeg regner med at enkelte lesere ønsker å korrigere mine påstander og synspunkter. Det er imidlertid viktig for meg å få fram at selv om jeg har opplevd kulturkollisjoner, og selv om jeg kan være misfornøyd eller frustrert (ofte på grunn av manglende innsikt), må jeg si at norsk skole er vennlig og åpen. Det er grunnleggende at både lærere og elever trives på skolen. Dette bekrefter internasjonale undersøkelser som PISA og TIMSS.

Til slutt vil jeg vende tilbake til den norske sosialantropologen Fredrik Barth (1994) og hans refleksjoner over hvor viktig er det å bli kjent med andre kulturer. Han hevder at vi gjerne verdsetter vår egen kultur høyest, og at vi bryr oss mindre om hva andre har lært og utviklet:

> Uten kjennskap til andre kulturer, ser vi dog med begrensede øyne på verden. Med kunnskap om andre kulturer kan vi få grunnleggende kunnskaper om oss selv, og således oppnå en dramatisk utvidelse og frigjøring av vår bevissthet. (Ibid., s. 35–36.)

Note

1 Jeg har ikke fått svar på min epost til forfatteren om når rapporten ble skrevet

Referanser

Amoako-Addo, Y. & Brækken P. (1991). Lærerarbeid i flerkulturelle grupper. Kultur og pedagogikk. Oslo: Yrkeslitteratur.

Barth, F. (1994). *Manifestasjon og prosess*. Oslo: Universitetsforlaget.

Bambulyak, M. J. (2011). Norsk skole med russiske øyne. Tidsskrift for ledere i utdanningssektoren, 3, 39–42.

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i Den russiske føderasjon (2004). Den føderale komponenten av statlige utdanningsstandarder for allmennutdanning. Del 2. Spesialiserende retning. Moskva. Lastet ned 9.08.13 fra http://www.ed.gov.ru/ob-edu/noc/rub/standart/p2/1288/

(fortsettes side 40)

Eva Norén

Tvåspråkig matematikundervisning

Hvordan flerspråklige elevers tidligere erfaringer og morsmål kan være viktige resurser for å lære matematikk, belyses i denne artikkelen. En viktig forutsetning for elevenes læring er at de kan ta aktiv agens og posisjonere seg i matematikklasserommet. I et tospråklig undervisningsprosjekt i matematikk fikk elevene mulighet til å bruke arabisk og svensk i matematikkundervisningen. Gjennom tre ulike undervisningssekvenser belyser jeg flerspråklige elevers aktive agens i matematikktimer, kompleksiteten i tospråklig undervisning og flerspråklige elevers behov for å bruke begge sine språk i matematikklæringen.

Eva Norén
Stockholms universitet
eva.noren@mnd.su.se

En något längre version av denna artikeln har tidigare publicerats i Olofsson, M. (red) Symposium 2012. *Lärarrollen i svenska som andraspråk: Om att möta flerspråkiga elever i sin undervisning.* Stockholm: Nationellt Centrum för svenska som andraspråk. Stockholms universitet.

Syftet med den här artikeln är att visa på flerspråkiga elevers möjligheter till lärande och aktivitet i matematikklassrummet. En viktig förutsättning för (flerspråkiga) elevers lärande är att de kan ta aktiv agens och antingen anta eller motstå positioner och elevroller i matematikklassrummet (Norén, 2010). Mellan 2004 och 2006 dokumenterade jag ett projekt som drevs av Stockholms stad. I projektet användes de tvåspråkiga[1] elevernas modersmål som resurs för deras lärande i matematik. Målet med projektet var att öka elevernas möjligheter att lyckas med skolmatematiken och att vända en negativ trend med låg måluppfyllelse. Förhoppningen var också att en allt större andel elever med utländsk bakgrund skulle få tillträde till nationella program på gymnasieskolan. En utgångspunkt för projektet var att elevernas tidigare erfarenheter skulle tas tillvara och att deras förstaspråk skulle används i matematikklassrummet. Även svenska läroplaner har sedan lång tid betonat att elevers tidigare erfarenheter spelar roll för deras fortsatta lärande. I Sverige har Parszyk (1999) visat att matematiska textuppgifters språkliga och kontextuella sammanhang kan vara problematiska för elever med annat modersmål än svenska. Vidare finns forskning som tydligt pekar på de gynnsamma effekterna av tvåspråkig undervisning (Setati, Nkambule & Goosen, 2011).

Jag börjar med att kort sammanfatta de teoretiska begreppen agens, diskurs och lärande. För att sedan illustrera agens använder jag två sekvenser från min avhandling (Norén, 2010) där flerspråkiga elever agerar med lärare och/eller varandra. Jag använder ytterligare en sekvens där en grupp nyanlända elever arbetar under en tvåspråkig matematiklektion, inte för att illustrera elevers agens, utan för att peka på språkliga och kontextuella svårigheter i textuppgifter för just nyanlända elever. De språk som används är svenska och arabiska.

Agens, diskurser och lärande

Agens, människans möjlighet till aktivt handlande, är en svensk översättning av engelskans *agency* som jag använder för att analysera klassrumsinteraktion. Agens innebär att individer agerar utifrån sina intentioner och därigenom skapar sig positioner i en *diskursiv praktik*. Som individ kan man gå i och ur diskurser som görs tillgängliga. I matematikklassrummet handlar det främst om elevers agens men också om lärares.

En *diskurs* är ett teoretiskt begrepp som kan beskrivas som en specifik praktik, i vilken en viss typ av uttalanden alstras (Foucault, 1993;2002). Inom varje sådan diskurs produceras definitioner om vad som kan betraktas som giltigt eller «sant» i en viss tid och i en viss miljö. I min avhandling har jag visat att det rör sig en mängd olika diskurser i flerspråkiga matematikklassrum. Dessa diskurser stödjer och motverkar varandra på en och samma gång. Hur man kan agera och uttrycka sig i klassrummet tas ofta för givet, och dominerande diskurser om till exempel hur man ska undervisa i matematik, liksom vilka språk som ses som värdefulla i klassrummet, verkar parallellt. Dessa diskurser begränsar eller öppnar upp för vad som är möjligt i ett flerspråkigt matematikklassrum. På så sätt verkar diskurser och möjliggör eller begränsar elevers möjligheter till *aktiv agens* och därmed lärande. Lärande handlar om gynnsamma förhandlingar och omständigheter i klassrummet i relation till byggandet av kunskap. I min avhandling ser jag elevernas lärande som en produkt av deltagande i diskursiva praktiker, och av förmågan att optimera samspelet med andra för att öka deltagandet. Elevers möjligheter att i olika diskurser ta aktiv agens, det vill säga att vilja engagera sig i lärandeaktiviteter och lärandesammanhang, på olika sätt, spelar här en stor roll. Elever som lär positionerar sig aktivt, eller passivt i diskurser, med avseende på sina möjligheter till lärande. Jag ser då agens som den dynamiska förmågan att agera självständigt och göra val, antingen medvetet eller inte. Agens är inte bara individuellt utan ett resultat av sociala praktiker, som i sin tur är inbäddade i de olika diskurser som inramar klassrumskulturen.

Ett första klassrumsexempel

Följande exempel är centrerat på Madiha, en tvåspråkig 15-årig flicka ursprungligen från Irak och med arabiska som modersmål. Vid tidpunkten för undersökningen hade Madiha kommit till den svenska skolan ungefär två år tidigare. Från början hade Madiha placerats i en förberedelseklass för att lära sig svenska. I förberedelseklassen hade fokus varit på lärande av svenska språket på bekostnad av fortsatt lärande i matematik. Madiha var själv medveten om prioriteringarna i förberedelseklassen:

> Sedan arbetade vi nästan ingenting med matte … det var bara siffror (aritmetiskt) … plus och minus … Inga texter … Vi investerade i svenska … ingenting på matten … Jag har kämpat och kämpat …

När Madiha började i åttan deltog hon i det tvåspråkiga undervisningsprojektet, där språken i undervisningen var arabiska och svenska. Båda språken användes av eleverna och läraren, men de elever som anlänt sent till Sverige använde arabiska i större utsträckning än de som tidigare deltagit i matematikundervisning på enbart svenska. Från observationer under flera lektioner, stod det klart att Madiha var säker i den matematiska interaktionen med lärare och kamrater när hon använde arabiska och inte så säker när hon använde svenska. En episod kring ett problem med vinklar och höjder av trianglar illustrerar detta.

Tre flickor, Madiha, Jila och Nina, kombinerar sina två språk samtidigt som de resonerar om uppgiften framför whiteboarden. Jila har ritat två trianglar, en spetsvinklig och en trubbvinklig. Den tvåspråkiga läraren frågar hur många höjder en triangel har och Jila svarar:

> Jag ritar en rätvinklig triangel, en مثلث قائم الزاوية [rätvinklig triangel] är det höjder, finns det höjder? Det här är höjden i en rätvinklig triangel.

Madiha tar aktiv agens för att klargöra frågan om höjden i en triangel. Utdraget nedan visar en del av interaktionen där svenska och arabiska används:

Madiha: Du kan vända triangeln رأسا على عقب [upp och ner], då är lätt att förstå att det måste finnas flera höjder … vilken sida som helst kan vara bas.

Läraren: Det är höjden i en triangel, hur många höjder är det i en triangel? عدد الصفحات الأساسية, هناك مثلث? [Hur många bassidor finns det på en triangel?]

Madiha: Man kan göra så här, man kan förlänga …

Madiha ritar en prickad förlängning av det horisontella benet av en trubbvinklig triangel, och slutar med att välja 90°-vinkeln som kommer upp. Hon försöker resonera om hur man drar den andra och tredje höjden och basen. Hon diskuterar med Nina:

Madiha: Vinkel 90, 90 … Höjd Nummer 2, i en triangel det finns … tre höjder …

Nina: Förläng där … man kan ju göra samma sak här … det står så i boken. Man kan göra … förlänga.

Exemplet visar att Madiha tar uppgiften på allvar och tar aktiv agens för att lära sig mer om trianglar, vinklar och höjder.

Jag vill även särskilt peka på ett uttryckligt erkännande av tvåspråkig undervisning och två språk som en resurs i skapandet av möjligheter till lärande. I en intervju säger Madiha:

> Jag har lärt mig mer (matematik och svenska) … Arabiska gör det lättare och möjligt att lära sig mer … Språket är en viktig fråga.

Att lära sig matematik genom arabiska och svenska öppnade för aktiv agens, och ledde till möjligheter till lärande om höjder i en triangel. Under hela intervjun betonade Madiha hur mycket lättare det är att förstå matematiken när man är tillåten att använda sitt modersmål. Hon hävdade också att hela inlärningsprocessen var starkt beroende av läraren. Läraren var arabisk- och svenskspråkig och använde båda språken regelbundet i sin undervisning. Det är viktigt att notera att tvåspråkig undervisningspraxis av Madiha (och andra elever i projektet) sågs som relaterat till hennes lärande («arabiska gör det lättare …»). Exemplet pekar på behovet av tvåspråkiga matematiklärare. Den här lektionen var inbäddad i ett «språkmedvetet» projekt och det finns troligen inte så många tvåspråkiga lärare i Sverige som medvetet använder båda språken som resurs för lärande i matematik.

Ett andra klassrumsexempel

Ett annat klassrumexempel som belyser elevers agens och deras möjligheter till lärande handlar om fyra flickor, Marian, Norma, Payman och Rama. De arbetar med en gruppuppgift på ett nationellt prov i årskurs 9. Problemet de ska lösa innehåller statistiskt material, som ska användas som utgångspunkt för deras argumentation. Meningen är att läraren ska kunna bedöma om och i vilken utsträckning eleverna använder ett matematiskt språk, om de behärskar att analysera och tolka data i tabeller och diagram, och i vilken utsträckning de kritiskt kan granska fördelar och nackdelar med olika diagram. Textproblemet handlar om elevers TV-vanor:

> 30 åttondeklassare på en skola fick svara på frågan: *Hur många timmar tittar du på TV under en vecka*? Resultatet av undersökningen ser du i tabellen:

0	8	13.5
1.5	8.5	14
2.5	9	15
3	9	16
3.5	9	16.5
4	10	18
4.5	10.5	19
5	11.5	19.5
6	12.5	21
6	13	23

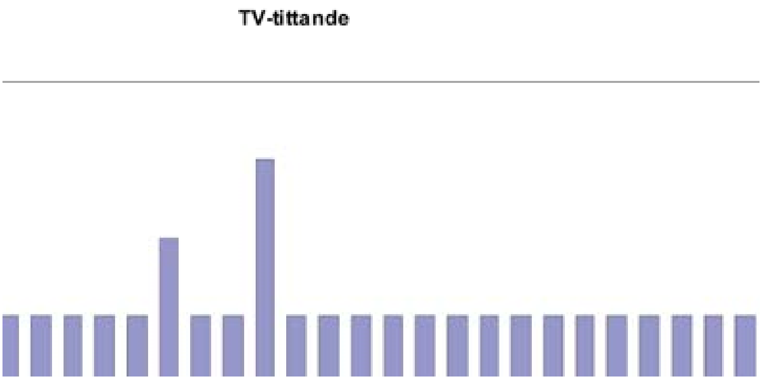
> Några olika elevgrupper fick i uppdrag att ställa samman och redovisa dessa data på ett så tydligt och lämpligt sätt som möjligt. Elevgrupp A:1 gjorde diagrammet i Figur 1.

I tabellen visas data i tre kolumner med tio tidsangivelser i varje kolumn. Data är överförd till olika typer av diagram, och den tid eleverna i exemplet tittade på TV varierar från ingen tid alls till 23 timmar i veckan. Flickorna får varsin typ av diagram att studera individuellt. De läser instruktionerna och studerar tabellen och sin typ av diagram - stapeldiagram, cirkeldiagram, histogram och en typ av bubbeldiagram - föreställande tre TV-apparater i olika storlekar. De studerar sina diagram under tystnad en stund och sedan börja de diskutera med varandra vilken typ av diagram de har. Läraren lyssnar på dem och talar även till dem en efter en, ställer frågor om diagrammen, och senare vänder hon sig till dem som en grupp.

Läraren och eleverna använder endast svenska. En diskussion mellan de fyra flickorna fortskrider. De verkar vara överens om att cirkeldiagrammet är ganska lätt att tolka, men att det kanske inte är den bästa representationen av hur många timmar de 30 åttondeklassarna tittar på TV. Ett stapeldiagram kan vara bättre. Två av flickorna är förvirrade över uttrycket 30 *åttondeklassare*: «Hur många är där egentligen?»

Rama pekar på cirkeldiagrammet, och säger att hon försöker räkna hur många grupper eller klasser det finns.

Rama: Men … det är 30 klasser … 38 klasser … Trettio åttondeklassare?
Marian: 30? Nej … 30 klasser!
Rama: 30? Nej … 30 åttondeklasser!



Figur 1

Flickorna slutar diskutera och tittar på textproblemet som det är skrivet på papperet. De studerar tillsammans de tre kolumnerna med tal, tiden i timmar som var och en av de 30 eleverna svarade på frågan om hur mycket tid de tittade på tv varje vecka. Det verkar inte hjälpa dem att fortsätta lösa uppgiften. Payman försöker hjälpa till och läser högt:

Payman: Hur många timmar i veckan tittar du på TV? 30 åttondeklassare har fått frågan.

Rama och Marian ser förvirrade ut. De ser på varandra och på läraren. Läraren inser att ingen av flickorna förstår vad uttrycket 30 *åttondeklassare* betecknar, att det är 30 enskilda elever i åttonde klass, och hon börjar tala arabiska. Eleverna har förstått uttrycket som om problemet ställdes till 30 olika klasser av klassåttaelever eller 38 klasser, och problemet verkade inte vettigt när de studerar kolumnerna. Även om eleverna möjligen skulle kunna lösa uppgiften utan att helt förstå betydelsen av 30 *åttondeklassare* så stör deras icke-förståelse lösningsprocessen. Läraren översätter så småningom uttrycket, och översätter slutligen hela textproblemet till arabiska. Hon fokuserar även då särskilt på 30 åttondeklassare. När flickorna fortsätter att diskutera, använder de både arabiska och svenska för en kort stund, bara några meningar, och återgår sedan till enbart svenska. Resten av provsituationen är endast på svenska. Flickorna fortsätter att diskutera fördelar och nackdelar med de olika typerna av diagram, som de nu vet gäller just 30 enskilda elever och deras tv-vanor.

Efter att provet var avslutat intervjuade jag läraren. Hon sa att hon egentligen inte vill översätta till arabiska eftersom det var ett viktigt test: «Och alla elever i Sverige gör det på svenska, och det är det språk de måste använda när de lär sig i framtiden, när de går till nästa skolnivå, på gymnasiet.»

I bedömningssituationen talar läraren och eleverna, till att börja med, endast svenska. Eleverna tar provet på stort allvar, liksom läraren, och svenska fungerar som det högst värderade språket. Man kan säga att en diskurs som normaliserar *endast svenska* var verksam. Diskussionen mellan flickorna går smidigt fram till att Rama och Mariana blir medvetna om att de inte är överens om innebörden av uttrycket 30 *åttondeklassare*. Deras icke-förståelse stör deras matematiska förståelse och det matematiska samtalet avbryts. De fastnar i lösningsprocessen, blir aningen förvirrade och försöker enas om betydelsen av uttrycket. Under de reguljära matematiklektionerna, när arabiska användes tillsammans svenska, var denna typ av förvirring sällsynt.

Både läraren och eleverna reflekterar en institutionell värdering, svenska är tänkt att vara det språk bedömningen sker på, även om både läraren och eleverna vet att användning av arabiska i den här situationen skulle underlätta elevernas förståelse och kommunikationen dem emellan. Man kan uttrycka det som att läraren agerar «genom en diskurs som bestämmer». När läraren efter en stund inser att flickorna är förvirrade, att deras förvirring är ett hinder för dem och att de inte kan gå vidare för att lösa problemet matematiskt, överger hon den dominerande diskursen som bestämmer att endast svenska är användbart. Hon väljer då att övergå till att tala det språk eleverna använder under vanliga matematiklektioner och i sitt dagliga liv, arabiska, genom en annan diskurs som *erkänner tvåspråkighet som en resurs*. I en sådan diskurs som erkänner tvåspråkighet fungerade arabiskan som språk för begreppsbildning.

I provsituationen var de fyra eleverna starkt påverkade av spänningen som alstras av provet. Det var också läraren, som i situationen till att börja med visade en identitet som svenskt matematiklärare. Som en följd av elevernas agens var hon senare tvingad att visa sin identitet som tvåspråkig. Läraren tog då aktiv agens och erkände sina elever som tvåspråkiga. I detta ögonblick av erkännande, förändrades den rådande (eller inverkande) diskursen från en dominerande diskurs ”endast svenska”, till en diskurs som stöder tvåspråkighet som en resurs, och därmed en möjlighet för eleverna att fortsätta att resonera matematiskt.

Ett tredje klassrumsexempel

En av de skolor jag genomförde min studie på tog ständigt emot nya elever. Åren 2004-2006 anlände många från Irak. I den här sekvensen belyser jag kort hur tillgång till modersmålet som läranderesurs kan betyda att nyligen anlända elever får stöd i att lära sig svenska, genom ämnet matematik, med stöd av modersmålet, när de börjar i svensk skola. En grupp arabisktalande elever i en förberedelseklass hade några timmar i veckan tillgång till en arabisk- och svensktalande matematiklärare. I gruppen började tre elever helt nyligen, ett syskonpar i årskurs 8 respektive 9 och ytterligare en elev i årskurs 8. De anlände till Sverige för drygt en månad sedan och placerades i en förberedelseklass på skolan knappt två veckor tidigare, när jag deltog under en tvåspråkig matematiklektion. Samtliga 9 elever i gruppen arbetade med matematikboken *Mattegruvan*. Läraren bad de tre helt nya eleverna att berätta om det är något i svenskan de vill ha särskild hjälp med (relaterat till matematik). Eleverna ber läraren att förklara hur man uttrycker tid på svenska. I förberedelseklassen och i ämnet svenska som andraspråk hade de försökt förstå *kvart över, fem i halv, fem över halv och kvart i.* Läraren utgick från arabiska samtidigt som hon pekade på en stor väggklocka hon tagit ner från väggen. De tre eleverna uttryckte i kör, på svenska, samtidigt som läraren flyttade minutvisaren: *en minut över (två), två minuter över, fem över, tio över.* När visaren pekade på kvart över två (02.15 eller 14.15) tvekade två av eleverna, den tredje sa femton över. Detta upprepade sig vid *tjugofem över (två), hal v tre) och fem över halv.* Läraren visste mycket väl att detta var svårt för eleverna att uttrycka tid "på svenska" eftersom det skiljer sig från hur man uttrycker tid på arabiska. När eleverna gavs möjlighet att jämföra hur man uttrycker tid på svenska och arabiska drog de lättnadens suckar. Vilket de också gjorde när läraren på arabiska förklarade och översatte en del av uppgifterna i *Mattegruvan*. De exempel de arbetade med den här dagen handlade om mete på sjön i en roddbåt. Även om eleverna gjorde en hel del av översättningarna på egen hand, med hjälp av lexikon så underlättade den tvåspråkiga lärarens förklaringar mycket. Att översätta uppgifter ord för ord räckte oftast inte, eftersom sammanhanget i matematikuppgifterna ofta sträckte sig längre än vad en ren översättning tillät, som i exemplet med att meta sittandes i en roddbåt, vilket inte varit en vanlig aktivitet i elevernas tidigare hembygd. Detta är ett exempel på samma fenomen som Parszyk (1999) nämner i sin avhandling *En skola för andra*. Hon pekar på en rad språkliga och kontextuella problem när elever som inte har svenska som modersmål och inte heller en svensk kulturbakgrund arbetar med textuppgifter i matematik. Textuppgifterna anknyter ofta till en kontext som är obekant för dessa elever såväl språkligt som kulturellt.

Slutsatser

Det första klassrumsexemplet visar på fördelarna med tvåspråkig undervisning. Tvåspråkig undervisning låter Madiha fortsätta att utveckla sin matematiska kompetens men också kompetensen i svenska språket i relation till hennes lärande i matematik.

Det andra klassrumsexemplet visar på en komplexitet. Å ena sidan är svenska språket viktigt, eftersom det är språket för fortsatta studier på gymnasiet i Sverige[2]. Samtidigt utmanas diskursen *endast svenska* när läraren tar aktiv agens och översätter till och förklarar på arabiska. Lärarens främsta bekymmer var att eleverna skulle förstå vad innebörden av problemet var, för att kunna diskutera det. Eleverna behövde översättningen för att kunna fortsätta argumentera matematiskt. När eleverna förstått innebörden av *30 åttondeklassare*, kunde de fortsätta att diskutera och argumentera för att lösa uppgiften. Förutom att vara en provsituation som beskrivs som ovan, kan omständigheterna också tolkas som en möjlighet för elevernas aktiva agens och till matematisk kommunikation. Det finns utrymme för elevernas agens i elev-elev- och lärare-elev-kommunikation.

De två första exemplen visar att problemlösning som ställer krav på tvåspråkiga elevers muntliga kommunikation och som uppmuntrar eleverna att lära sig matematisk argumentation kan behöva föras på två språk. Även om inte läraren behärskar elevernas båda språk skulle elever som använder samma språk kunna uppmuntras till att använda det i problemlösningssituationer. Då kan betydelsen av innehållet i textuppgifter tydliggöras. Utifrån också det tredje exemplet gör jag en reflektion: När tvåspråkiga elever ska lösa matematiska uppgifter, och har tillgång till modersmålet som resurs i lärandet, behöver de inte fastna på ordförråd eller kulturella fenomen de inte känner till. De kan gå vidare och skapa mening i större utsträckning än om bara svenska används.

Det tredje exemplet visar på fördelar när nyligen anlända elever kan använda sitt modersmål, och genom matematikundervisningen kan utveckla svenskan, av en tvåspråkig matematiklärare. Dilemmat att eleverna inte kan lösa uppgifterna ligger i uppgifternas konstruktion och kan inte förklaras som en brist i eleverna. När tvåspråkighet uppmuntras i flerspråkiga matematikklassrum, kan inte en diskriminerande praxis där fokus ligger på *bara svenska* användas som en gräns mellan utanförskap och integration.

Diskurs och agens har visat sig vara användbara som analytiska verktyg för att undvika determinism, och bristförklaringar, som ofta används för att förklara flerspråkiga elevers lärande i svenska klassrum. I flerspråkiga matematikklassrum som bejakar elevernas flerspråkighet behöver inte flerspråkiga elever missgynnas.

Noter

1 I artikeln använder jag begreppen tvåspråkig och flerspråkig. Med tvåspråkiga elever menar jag just att elever kan vara två språkiga. Flerspråkig använder jag därför att många klassrum i Sverige är flerspråkiga. I klassrummen finns det elever som tillsammans talar en mängd olika språk. Dessa språk skulle kunna vara resurser för lärande (Barwell, 2009). I det projekt jag följde var eleverna i klassrummet tvåspråkiga.

2 Här vill jag dock hänvisa till Haglund (2005) som berättar om en elev som uttalar att hon istället för att satsa på svenska satsar på att lära sig engelska. Hon kan läsa gymnasiet på IB-programmet och tänker flytta till ett engelskspråkigt land när hon blir äldre. Hypotetiskt finns den möjligheten för alla elever.

Referenser

Barwell, R. (2009). Multilingualism in Mathematics Classrooms: An Introductory Discussion. I: R. Barwell (red.). *Multilingual Mathematics Classrooms: Global Perspectives, 1-13*. Bristol, Buffalo, Toronto: Multilingual Matters.

Foucault, M. (1993). *Diskursens ordning*. Stehag: Symposium bibliotek.

Foucault, M. (2002). *Vetandets arkeologi*. Lund: Arkiv förlag.

Haglund, C. (2005). *Social Interaction and Identification among Adolescents in Multilingual Suburban Sweden*. Doktorsavhandling. Stockholm: Stockholms universitet.

Norén, E. (2010). *Flerspråkiga matematikklassrum: Diskurser i grundskolans matematikundervisning*. Doktorsavhandling. Stockholm: Stockholms universitet.

Parszyk, I.,-M. (1999). *En skola för andra: Minoritetselevers upplevelser av arbets- och livsvillkor i grundskolan*. Stockholm: HLS Förlag.

Setati, M., Nkambule, T., & Goosen L. (2011). *Proceedings of the ICMI Study 21 Conference: Mathematics Education and Language Diversity*, 16-20 September 2011 (s. 292-300). Sao Paolo, Brazil.

Geir Botten

Matematikklæring og språk

Matematikkfaget har sitt språk med sin egen terminologi. Matematikkspråket er knyttet til og også en del av språket som brukes i samfunnet. Likevel oppleves matematikkens språk og terminologi ofte som fremmed og uforståelig for mange. For noen år siden deltok jeg på en samling der matematikere blant annet diskuterte ulike aspekter med matematikk og læring i matematikk. En av deltagerne uttrykte sin store skuffelse og frustrasjon over nivået blant norske lærere. Under et etterutdanningskurs i statistikk han hadde holdt for lærere i ungdomsskolen, hadde deltagerne sukket og stønnet da han presenterte formelen for aritmetisk middelverdi eller gjennomsnitt slik:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Han var spesielt frustrert over at mange også hadde problemer med skrivemåten:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

Kanskje det fortsatt er slik at det er det matematiske symbolspråket og i hvilken grad en behersker det, som for mange er det viktigste kriteriet for hvilken matematisk kunnskap en har tilegnet seg? Eller er det fortsatt slik at en del matematikere bruker et unødvendig abstrakt symbolspråk for å heve seg over andre og gjøre seg viktige og mer interessante? Jeg tror at det motsatte oftest er resultatet. Mange som i utgangspunktet ser på matematikk som nyttig og meningsfylt, blir i stedet opptatt av fagets særheter og utvikler blokkeringer og motstand mot faget. Resultatet blir fremmedgjøring og stor avstand fra menigmann til matematikk.

Når lærebøkene på småskoletrinnet innfører de fire regningsarter, brukes betegnelsene å addere, subtrahere, multiplisere og dividere. Disse ordene er ikke en naturlig del av barns ordforråd. De oppfattes som fremmedord som bare brukes i matematikkfaget i skolen. I det praktiske liv utenfor skolen bruker en betegnelsene å summere (legge sammen, til sammen, i alt), trekke fra (ta bort, forskjell, mangle), gange og dele. Når det brukes forskjellige begreper i og utenfor skolen, er dette med på å fjerne matematikken fra samfunnet rundt skolen. Det kan igjen føre til at barna får problemer med å knytte nødvendige forbindelser mellom det som skjer i skolen og i samfunnet utenfor skolen.

Det kan skape problemer når en velger termer innenfor matematikk der disse står i mer eller mindre konflikt med folks erfaringsverden. Behovet for klare og entydige betegnelser, kan stå i konflikt med behovet for å knytte mate-

Geir Botten
Høgskolen i Sør-Trøndelag
geir.h.botten@hist.no

matikkfaget til virkeligheten der matematikken skal brukes. Det er viktig å være klar over denne motsetningen. Dette betyr ikke at vi skal slutte å bruke matematisk terminologi. Snarere tvert i mot – termene må brukes oftere, og de må knyttes til elevenes hverdagsbegreper og hverdagsspråk.

Når vi kommuniserer med andre mennesker, bruker vi språk. Vi uttrykker det vi vil si eller formidle gjennom lyder, ord, illustrasjoner, bilder eller en kombinasjon av elementer fra flere slike uttrykksmåter. Å betrakte matematikk som et språk, kan være en nyttig innfallsvinkel til å forstå hvordan læreprosessen i matematikk foregår. Vi har ordforråd som blant annet består av navn på tall og geometriske former. For å ha et rikt ordforråd, er det ikke nok å kjenne ordene. Vi må også kjenne begrepene som er knyttet til ordene. I matematikk er ord som femtito, to nideler, sirkelsektor eller parabel nærmest uten verdi dersom vi ikke også har innsikt i begrepene knyttet ordene.

I det muntlige og skriftlige språket har vi en innebygd grammatikk som regulerer bruken av språket. I matematikk har vi også logikkens lover eller vedtatte normer eller regler som på mange måter spiller den samme rollen som grammatikken i det muntlige og skriftlige språket.

Ofte er det slik at historien eller rammen rundt har mye å si for hvordan vi tolker oppgaver eller oppfatter hva aktiviteter går ut på. Presentasjonen og språket en bruker, kan ha stor betydning for hvordan vi løser oppgaver eller gjennomfører aktiviteter.

– De to oppgavene: «Finn 25 % av 16 kroner og finn 16 % av 25 kroner» viser seg å ha svært forskjellig vanskegrad både for elever i skolen og folk som har fullført sin skolegang. Regnemessig er jo dette akkurat samme stykke, men rekkefølgen på tallene, – språket i oppgaven – gjør at folk oppfatter dem svært forskjellig. Den første oppgaven oppfattes som enkel. 25 % er det samme som 1/4, og mange vil derfor gi svaret 4 kroner direkte. På den andre oppgaven vil det være vanskeligere å «oppdage» at en kan ta 1/4 av 16.
– Formuleringene: «20 mennesker skal dele 5 kilo kaffe» og «5 kilo kaffe skal deles på 20 mennesker» vil av mange oppfattes forskjellig.
– En femåring og en sjuåring sitter og spiller et spill i barnehagen. Sjuåringen vinner, og femåringen blir både sint og lei seg. For å trøste sier sjuåringen: «Det er ikke så rart at jeg vant. Jeg er mye eldre enn deg, det er jo to år mellom oss.» Men da blir femåringen enda sintere. Det er ikke to år mellom dem - det er bare ett! Sett fra femåringens erfaringsverden må jo dette være riktig. I barnehagen er det jo bare 6-åringene som er mellom 5-åringene og 7-åringene.

Å forstå

I setningen «Min bestefar døde da han var 12 år gammel» er det ingen formelle språklige feil. Det er ingen tvil om hva det står der, og hva setningen uttrykker. Det trengs kunnskap ut over lesekunnskap for å forstå at det er noe som skurrer i setningen, men denne kunnskapen er allmenn og lett tilgjengelig.

Setningen «Ingen slapp inn på kampen uten billett» vil sannsynligvis forstås likedan av de fleste som hører den, og da ved at en underforstått tolker «ingen» som «ingen tilskuer» og ikke ingen rent bokstavelig. Det vil oppfattes som en sær tolking å hevde at spillere, trenere og dommer måtte betale billett.

En elev i første klasse løser subtraksjonsoppgaver på måten som vist til høyre. Eleven har oppfattet at minustegnet handler om å ta bort, men ikke hva en skal ta bort. Språket, og særlig ordene «ta bort», har blitt så overstyrende at eleven tar bort symbolet og ikke forstår forskjellen på mengde, begrep og symbol.

Ei jente i andre klasse arbeider ned oppgaven «Hvor mange ganger kan du trekke 2 fra 8?» Hun svarer: «Det kan jeg gjøre akkurat hvor mange ganger jeg vil, men svaret blir alltid 6». Her kan en med god grunn lure på hva den egentlige hensikten med oppgaven er, og hvilket svar lærebokforfatterne ser for seg. Tenker de seg svaret 1, 4 eller uendelig?

I matematikklæring er en opptatt av forståelse, men hva innebærer det egentlig å forstå i matematikk? Når elever blir spurt om de forstår, oppfatter de det ofte som et spørsmål om de vet hva de skal gjøre. Derved blir forståelse i stor grad et enten/eller-spørsmål: enten forstår du eller forstår du ikke. En burde i langt større grad snakke om graden av forståelse eller nivået på forståelse. Utvikling av forståelse henger sammen med å kunne knytte kunnskapen til noe en allerede kan eller noe en har et forhold til.

Matematikkens språk inneholder en rekke spesielle ord og fraser som det er viktig at elevene lærer. Dette språket er bare delvis en del av elevenes hverdagsspråk, og det krever situasjonsuavhengige språkferdigheter. For å forstå dette språket må en kunne «lese mellom linjene» og tolke de andres språk- og kulturfellesskap. De må kunne bruke matematisk språk og delta i matematiske samtaler og diskusjoner.

Elevene har ulike utgangspunkt for læring knyttet til deres ulike språklige og kulturelle bakgrunn, og de uformelle matematikkunnskaper er ulike fra språk til språk og fra kultur til kultur. Disse uformelle matematikkunnskapene har direkte betydning for elevenes matematikklæring i skolen.

Tall og ulike språk

I de fleste språk er navn på de fleste tallene knyttet til titallssystemet. Dette henger nok tett sammen med at vi har 10 fingre, og på enkelte språk er denne sammenhengen så tydelig at navnet på tallene er knyttet til hender og føtter. I det lokale språket i Papua på Ny Guinea bruker en et tjuetallsystem der navnet på tallet 5 er det samme som ordet for hånd, 10 det samme som begge hender, 15 en fot (underforstått at en da både har to hender og en fot) og 20 det samme som begge føtter. I språket til mayafolket i Sør-Amerika ble for eksempel tallet 53 uttrykt som «tredje tå på første fot på tredje person».

Vi har også europeiske språk der vi finner rester av tjuetallsystem, for eksempel fransk og dansk (tre og halv fems som navn på tallet 93). Vi finner også språk der navn på tall er direkte knyttet til alfabetet, for eksempel hebraisk der tallet benevnes med navnet på bokstaven på tilsvarende plass i alfabetet. Også i blindeskrift (Braille) følges dette prinsippet der tallet 1 for eksempel tilsvarer bokstaven a (etter et symbol som viser at det kommer et tall), mens tallet 452 betegnes deb. Romertall bygger ikke på plassverdisystemet, men på et rent additivt system der kombinasjon av streker og symboler i bestemte rekkefølger angir navnene på tallene.

Innenfor mange språk og kulturer har de egne tallnavn på hver finger og avanserte former for fingertelling og også fingerregning. Noen steder har de også egne navn på hvert fingerledd (12 når vi ser bort fra tommelen). I Irak, Tyrkia, India og flere land i Sørøst-Asia har de system for telling i 12-tallsenheter opp til 60. Kanskje er dette bakgrunnen for både 12-tallsystemet og 60-tallsystemet som vi fortsatt har rester av i språket, særlig knyttet til klokka og tidsangivelser?

Uttalemåten for navn på tall varierer svært mye fra språk til språk. På mandarin-kinesisk og vietnamesisk leses tallene konsekvent fra venstre mot høyre. På kinesisk leses for eksempel 11som shi yi (ti - en), 43 som «si shi san» (fire - ti - tre) og 421som «si bai er shi yi» (fire - hundre - to - ti - en). På bengali, hindi og urdu leses tallene konsekvent fra høyre mot venstre og lesemåten er svært uregelmessig uten noe spesielt system. Også i Europa er det store forskjeller. Engelsk har enkeltord opp til 12, tallene fra 13 til 19 leses fra høyre mot venstre og tallene over 20 leses konsekvent fra venstre mot høyre, for eksempel 47 - fourty seven. På tysk leses tallene over 12 konsekvent fra høyre mot venstre, for eksempel 18 - achtzehn og 47 - sieben und firzig.

På norsk er tallene opp til 12 enkeltord, mens tallene fra 13 til 19 leses fra høyre mot venstre (selv om de nok oppfattes som enkeltord). Tallene fra 20 til 99 leses dels fra høyre mot venstre, dels fra venstre mot høyre. I 1951 vedtok Stortinget den "nye lesemåten" der disse tallene skulle leses fra venstre mot høyre. Men fortsatt lever de to lesemåtene for disse tallene side ved side i det norske språket.

Desimaltall med to eller tre siffer etter komma uttales ofte med disse to sifrene som «ett tall», for eksempel «1,12 - en komma tolv», «5,250 – fem komma tohundreogfemti» og «pi – tre komma fjorten». I forhold til å forstå desimaltallsystemet ville det vært store fordeler om tallene var blitt uttalt «en komma en to», «fem komma to fem null» og «tre komma en fire». I innlæringen av desimaltallsystemet må en ofte gå veien om en «skolsk» uttalemåte, men samtidig kan en ikke fjerne matematikkspråket for mye fra elevenes hverdagsspråk.

Noen språk, for eksempel arabisk, har både entall, totall og flertall, og på andre språk kan tall både være objekter og ord som karakteriserer personer eller ting. Tall kan både uttrykke og bli brukt som adjektiv, substantiv eller verb med sin egen grammatikk. På for eksempel dhivehi og tyrkisk kan tallord bøyes og kan ha mange former. Formen på tallene kan også si noe om regneoperasjonen en skal benytte.

I noen polynesiske språk kan tall bli handlinger mer enn resultatet av opptellinger. På engelsk har en presens samtidsform, for eksempel «There are three bottles on the table». I polynesiske språk kan tall innta samme rolle som verb, og vi kan finne uttrykk av typen «The bottles are threeing on the table».

Hva et språk kan og ikke kan uttrykke

Ulike språks oppbygging eller grammatikk kan ha betydning for hva som kan uttrykkes og hvordan det kan uttrykkes. Serbokroatisk har for eksempel ikke bestemt form, og formelen for arealet av en trekant kan derfor ikke uttrykkes som på norsk: Grunnlinjen ganger høyden delt på 2. Formelen blir derfor mer av formen: En side ganger tilhørende høyde delt på 2. Dette betyr at også oppfatningen og forståelsen av formelen blir forskjellig i de to språkene.

Norsk	Engelsk
Jeg tar med meg en blyant eller en penn	I will bring a pen or a pencil
Jeg går på kino, eller jeg gjør leksene mine	I will go to the movies or do my homework
Jeg brukte natriumklorid, eller vanlig bordsalt	I used sodium chloride, or common salt

Figur 1

De tre setningene i Figur 1 inneholder alle ordet «eller (or)». I en del ikke-indoeuropeiske språk, blant annet kpelle, krever disse tre eksemplene hvert sitt ord som alle tre til norsk må oversettes med eller, og til engelsk med or. Men det må bety at logikken, og derved også bevisteknikkene blir annerledes enn i indoeuropeiske språk. Selve logikken kan altså være mer eller mindre kontekstspesifikk.

Maorifolket på New-Zealand bruker en viss type argument for å beskrive relasjoner mellom hendinger, blant annet kan de implisitt i ordene de bruker, beskrive hvordan en beslutning er tatt, ikke bare eksplisitt beskrive selve beslutningen. En sirkel beskrives ikke statisk innenfra eller utenfra, men mer dynamisk ut fra hvordan den er formet.

På enkelte språk og i enkelte kulturer, blant annet kinesisk, legges det stor vekt på å klargjøre når multiplikasjon er kommutativ og i hvilke kontekster den ikke er det. I Norge for 50 år siden var en i skolen opptatt av å presentere forskjellen på å finne prisen på 5 kilo epler til 3 kroner per kilo og 3 kilo epler til 5 kroner per kilo. Det var egne navn på faktorene i multiplikasjonsstykker, multiplikand og multiplikator, og en skilte klart mellom de to multiplikasjonsmåtene (Figur 2).

3 × 5	5 × 3
Tre femmere	Fem treere
Tre multiplisert med fem	Fem multiplisert med tre
Tre ganger fem	Fem ganger tre

Figur 2

I andre språk og kulturer gjenspeiles slike praktiske situasjoner i selve språket ved at en for eksempel i utsagnet fem ganger tre eller tre ganger fem må bruke ulike ord for å uttrykke «ganger». På indoeuropeiske språk uttrykkes eller speiles multiplikasjonens kommutative egenskap i selve språket, men andre språk eksplisitt uttrykker at ulike multiplikative utsagn ikke er kommutative (i den praktiske situasjonen).

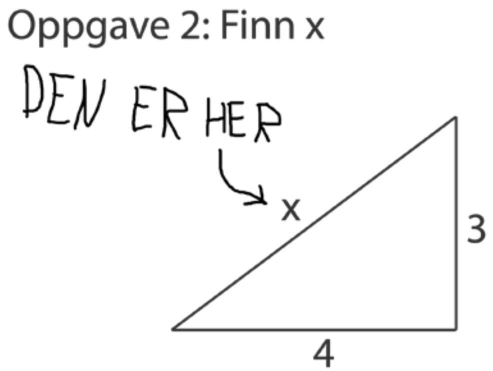
Mangekanter blir navngitt ut fra ulike kriterier på ulike språk. På norsk er det ordet kant fra dagliglivet som er basis (trekant, firkant osv.), på tysk hjørne (dreiecke, vierecke osv.), på engelsk vinkel (triangel, quadrangel). På både tysk og engelsk bruker en i dagliglivet ofte ordet for kvadrat (square, Kvadrat) som betegnelsen på en mer generell firkant. Engelsk har en rekke ord for ulike firkanter, og da ofte et ord som brukes i hverdagslivet og et annet i matematikk i skolen (eks. square, quadrilateral figur, quadrangle, oblong, rectangle, pentagon, hexagon osv.). På norsk tegnspråk bruker en tegn som i stor grad beskriver selve formen på figuren. Hvilke kriterier en bruker for å navngi ulike geometriske figurene, har betydning for hvordan vi oppfatter og forstår figurene. Det har for eksempel direkte betydning for vår oppfatning av en figur om vi kaller den trekantet, tresidet, trehjørnet eller trevinklet.

Ord med ulik betydning i hverdagsspråk og i matematikkens språk

Vi har en rekke ord og begreper som har en ganske annen betydning i hverdagsspråket enn i matematikkspråket. Begrepene kan ha samme opphav og derved kunne relateres til hverandre som for eksempel «Byens sentrum – sentrum i en sirkel», «Å være normal – normalen på en linje» og «Å rette oppgaver – rette linjer». Men det kan også være vanskelig å se relasjonen, og det i det hele tatt er noen, som i for eksempel «Tangent på et piano – tangent til en sirkel»,

«Roten på et tre – roten av et tall», «Synspunkt – punkt på en linje», «Produkt (vare) – produktet av to tall» og «Å ha en funksjon – en lineær funksjon»

Det finnes mange ord i matematikk med dobbelt betydning, en innenfor matematikk og



Figur 3

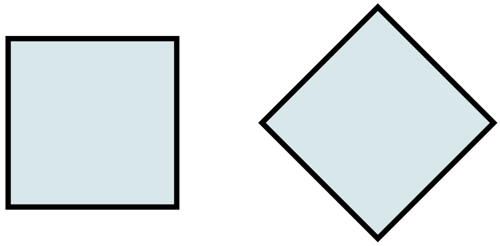
en annen i hverdagslivet med liten eller ingen tilknytning til matematikk. Eksempler på dette er: rot, kropp, gruppe, rute, kort, form og regel. Figur 3 beskriver hvor galt det kan bli når en blander sammen disse to språkene. En tilsvarende sammenblanding har skjedd når en elev sier at forholdet mellom tallene 2 og 3 er godt.

Relasjonsbegrepene og de tilsvarende ordene og symbolene blir ofte behandlet på en enkel og misvisende måte. Symbolene større enn (>) og mindre enn (<) blir ofte knyttet til illustrasjoner av krokodillegap eller fuglenebb. Den mer hverdagslige betydningen av ordene ofte knyttet til størrelse mer enn antall, blir sjelden eller aldri tatt opp. Ordene større blir nærmest brukt synonymt med flere, og ordet færre er ofte et fremmedord. I hverdagsspråket bruker en ofte negasjoner som ikke så mange eller ikke så store. Det motsatte av mer er i noen sammenhenger mindre, mens i andre er det ikke mer. Hvis du blir spurt om du vil ha mer kaffe, vil folk se rart på deg om du svarer: «Nei takk, jeg vil ha mindre».

Mengder kvantifiseres og grupperes på ulike måter på ulike språk. Dette gjelder også for språk som ligger så nært hverandre som norsk og dansk. Når en mengde kan telles, bruker en på dansk ordet mange, for eksempel mange blåbær, mens vi på norsk bruker mye. Å plukke mange blåbær høres rart ut på norsk. Når vi derimot har vært på fisketur, kan vi både ha fått mange fisker og mye fisk. Men det betyr ikke akkurat det samme om vi har fått mye fisk eller mange fisker.

Ordet «side» har dobbelt betydning også innenfor matematikk. Dersom en holder opp et A4-ark og spør hvor mange sider denne figuren har, kan en få mange ulike svar avhengig av hva en oppfatter som sidene i figuren (forside og bakside eller sidekantene). Spør en hvor kantene på arket er, får en ofte også flere svar. Noen oppfatter kanten som sidekanten mens andre hevder at kanten er på hjørnene.

En student holdt et kvadratisk ark som figur 4 (til venstre) foran en tredjeklasse og spurte hva den het. Klassen svarte unisont kvadrat. Studenten dreide arket slik at figuren ble som den til høyre og spurte hva denne het. Ingen av elevene svarte, og etter en kort stund sa studenten: «Når figuren er slik (figuren til venstre), er det et kvadrat. Men når den er slik (figuren til høyre) er det en ruter». I veiledningsøkta etterpå fikk vi



Figur 4

en lang og fruktbar diskusjon om begrepsbruk og språk i matematikk. I studentens forklaring er det ordet men som er det problematiske. Han kunne gjerne sagt: «Figuren til venstre er det et kvadrat. Og når vi holder den slik (figuren til høyre), kan vi også kalle den en ruter».

Dette siste eksempelet illustrerer hvordan små nyanser i språket kan ha stor betydning for hvordan et begrep oppfattes og forstås. Det er en stor utfordring for alle som arbeidet med elevers læring av matematikk å balansere en riktig og eksakt bruk av matematikkens språk og regler med elevenes hverdagsspråk og hverdagsliv. Pendling mellom disse to arenaene er en av de store utfordringene for matematikklærere på alle trinn i skolen.

Avslutning

Elever med en annen språklig bakgrunn enn den norske har ofte blitt sett på som et problem, og det å lære norsk språk er blitt sett på som nøkkelen til å klare seg godt i norsk skole. I forhold til matematikklæring er det viktig å beholde sitt eget språk samtidig som en lærer norsk. Pendlingen mellom språkene er helt nødvendig i begrepslæringen, ellers blir lett de norske matematikkordene kun ord med snevert, og i noen tilfeller direkte feilaktig innhold. Det betyr at en ikke skal forsøke å fjerne de språklige og kulturelle forskjellene i et matematikklasserom ved å legge hovedvekten på symbolmanipulasjon og ferdighetstrening. En skal tvert imot legge vekt på språk og kommunikasjon i klasserommet og gjennom det bidra til bedre begrepsforståelse. I en artikkel om tospråklige elevers bruk av begge språk ved løsningen av virkelighetsnære matematikkoppgaver i 4.–5. klasse i Texas, konkluderer Higinio Dominguez med:

Når skolen utelukker det ene av de tospråkliges språk, utelukker den også uunngåelig det repertoar av erfaringer som er knyttet til det språket. … Jeg argumenterer for å gi elevene mulighet til å bruke begge sine språk i matematikk sammen med de hverdagserfaringer som betyr noe for dem i deres liv. På den måten kan de uttrykke, dele og utveksle meninger og ideer på måter som mer helhetlig kan vise deres matematiske kunnskaper og kompetanse. (Dominguez, 2011, s 325, min oversettelse)

I skolen må vi derfor slutte å se på flerspråklighet som en ulempe og hindring for læring. Det er en stor fordel å kunne flere språk, og flerspråklighet er en ressurs i matematikklæringen, en ressurs som skolen burde utnytte og utvikle til beste for alle elever.

Til inspirasjon og videre lesning:

Barton, B. (2004) Mathematical discourse in different languages: Implications for mathematics teachers. I B. Clarke et al. (red.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (s. 365-378). Göteborg, Sverige: NCM.

Botten, Geir (2003). *Meningsfylt matematikk: Nærhet og engasjement i læringen*. Landås, Caspar Forlag AS.

Dominguez, H. (2011). Using what matters to students in bilingual mathematics problems. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 305-328.

Planas, N, & Setati, M. (2009). *Bilingual students using their languages in the learning of mathematics.* Mathematics Education Research Journal, 21(3), 36-59

(fortsatt fra side 9)

spesielt matematiske. Kunnskaper om matematikk som elevene bringer med seg fra hjemlandet, må undersøkes og vektlegges. På den annen side mener jeg det er viktig – og på tide – å vurdere om den nåværende læreplanen er for omfattende og ambisiøs til å passe for alle elever. Vil vi være mer tjent med at planen splittes opp i en grunnleggende del og en valgfagdel? Og har vi sveket de voksne minoritetsspråklige elevenes muligheter til bedre matematikkresultater ved å fjerne den spesielt tilrettelagte eksamenen?

Referanser

Myndigheten för skolutvecling (2008). *Mer än matemtatik – om språkliga dimensjoner i matematikuppgifter.* Stockholm, Lieber Distribusjon.

Ødegaard, P. (2009). Språklige dimensjoner i matematikkoppgaver. *Tangenten*, *20*/2.

Löwing, M. og Kilborn, V. (2008). *Språk, kultur och matematikundervisning.* Lund: Studentlitteratur.

Kunnskapsdepartementets arbeidsgruppe (2010). *Matematikk for alle … men alle behøver ikke kunne alt.* Oslo/Trondheim/ NTNU.

Skaalvik, E. M. og Skaalvik, S. (2009). Elevenes opplevelse av skolen: sentrale sammenhenger og utvikling med alder. *Spesialpedagogikk*, *74*(8).

Utdanningsdirektoratet (2013). Foreløpig karakterstatistikk.

Vigdis Flottorp

Kommunikasjon og flerspråklighet

Globalisering fører til at mange mennesker flytter på seg. Dermed er det flerspråklige klasserommet blitt regelen snarere enn unntaket. I en del år var jeg lærer på en skole med høy andel minoritetsspråklige. Der møtte jeg spørsmål om språk, kommunikasjon, identitet og makt. Det ga meg behov for å vite mer.

Målet med artikkelen er å formidle noe av forskningen på flerspråklighet og matematisk kommunikasjon og samtidig fremheve det som er relevant for norske forhold. For å kunne gi en oversikt over et forskningstema må man finne en effektiv metode for å finne forskning som er aktuell, og deretter trekke ut de arbeidene som er mest relevante og grundige. Jeg søkte på ordene *multicultural, multilingual* og *bilingual* i artikler publisert i perioden 1997 til 2013 i de fire tidsskriftene *Educational Studies in Mathematics*, *Journal for Research in Mathematics Education*, *Journal of Mathematics Teacher Education* og *International Journal of Educational Research*. De tre matematikkdidaktiske tidsskriftene ble valgt fordi de ansees som sentrale, det sistnevnte tidsskriftet for å se feltet fra et allment utdanningspolitisk ståsted. Dette ga meg 47 treff (Eric mars 2013) som jeg sammenholdt med tidligere lesning samt artikler jeg kom over via søket.

Vigdis Flottorp
Høgskolen i Oslo og Akershus
vigdis.flottorp@hioa.no

Jeg plukket ut de artiklene som hadde fokus på *språk* eller *kommunikasjon*, og som var *relevante for norske forhold*. For å avgrense meg tok jeg ikke med forskning på flerkulturell matematikk. Stoffet grupperte jeg i fire temaer som jeg tar for meg fortløpende med drøfting av relevans underveis. Til slutt trekker jeg fram begrensninger ved mitt fokus.

1. Språkkompetanse, tospråklighet[1] og matematikkprestasjoner

Det første temaet handler om sammenhengen mellom matematikkprestasjoner og språkferdigheter hos tospråklige. Cummins' (2000) terskelhypotese er en forståelsesmodell for sammenhengen mellom språk, kognisjon og tospråklighet. For å gjøre det godt på skolen holder det ikke med grunnleggende kommunikative ferdigheter. Man må over en terskel til akademisk språkkompetanse i undervisningsspråket[2].

Språkkompetansen settes på prøve i tekstoppgaver. Tospråklige klarer å holde følge med enspråklige i talloppgaver, men sakker ofte akterut når det gjelder oppgaver med mye tekst (Abedi et al. 1997 i Hachfeld, 2010). Bildet blir mer sammensatt når man også undersøker ferdighetene i førstespråket[3]. Ríordáin og O´Donoghue (2009) ser på gælisk[4]- og engelsktalende elever og finner at elever som er sterke både i gælisk og engelsk, scorer aller best på tekstoppgaver. De gjør det bedre enn de enspråklige elevene. Det samme kommer fram i en undersøkelse med vietnamesisk- og engelsktalende elever i Australia (Clarkson, 2007). Tospråklighet ser ut til å bli en ressurs først når man kommer opp på et tilstrekkelig språknivå, og det stemmer bra med Cummins' terskelhypotese. Sterke tospråklige har bedre metaspråklige ferdigheter enn enspråklige (Cummins, 2000). Det gjør at de har bedre evne til selvkorrigering, for eksempel når de står fast eller er på villspor.

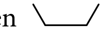
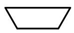
Hva slags forståelse har lærere av elevers vansker med tekstoppgaver? En tysk undersøkelse av Hachfeld et al. (2010) ser på hvor gode lærerne er til å *forutsi* hvordan elevene vil gjøre det på to tekstoppgaver med ulik språklig vanskegrad. Studien viser at lærerne ikke har lave forventninger til tospråklige elever generelt, men at de ikke alltid ser utfordringene i språklig avanserte tekstoppgaver.

I Norge vurderes tospråkliges kompetanse i språk og matematikk ut fra deres ferdigheter i *norsk*, mens forskning altså viser at det er viktig å bedømme tospråkliges språkkompetanse samlet. Dette starter tidlig. Etter min erfaring undersøkes for eksempel sjelden telleramsen på barnas førstespråk verken i barnehage eller i skole. Foreldre bør oppfordres til å snakke og lese for barna på førstespråket, og her spiller lærerne en viktig rolle. Den språklige bagasjen foreldrene gir barna, er avgjørende for at tospråklighet skal bli en ressurs.

2. Hvilke lærerhandlinger kan bidra til tospråkliges deltakelse i klasseromsamtale?

Utover på 1990-tallet skiftet synet på læring fra individuell kognisjon til læring gjennom kommunikasjon og samhandling med andre. Dermed ble den matematiske samtalen viktig. Det kan være krevende å få til slike samtaler, særlig i flerspråklige klasserom.

Mange skiller mellom uformelt hverdagsspråk og formelt språk. Adler (2001) deler den siste kategorien inn i klasseromsdiskurs og matematisk diskurs. Klasseromsdiskurs omfatter rammer for hvordan man samtaler i klasserommet, og disse er annerledes enn når man snakker på gata eller hjemme. Matematisk diskurs betegner kommunikasjonsmåter som er spesielle for matematikk. For å bli deltakere i klasseromsaktiviteter må elevene lære undervisningsspråket, klasseromsdiskursen og den matematiske diskursen. Det er utfordrende for alle elever å mestre både den matematiske diskursen og klasseromsdiskursen. Flerspråklige skal i tillegg mestre undervisningsspråket (ibid.).

Læreren skal verdsette elevenes tanker formulert i et hverdagsspråk, men skal samtidig bygge bro til et matematisk språk. Dette kan innebære en konflikt mellom elevdeltakelse og lærerstyring. Adler (1997, 2001) kaller det *dilemma of mediation*. Hun bygger på klasseromsobservasjoner og intervju med lærere i Sør-Afrika. Dilemmaet belyses ved en episode der elevene skal tegne en trekant med to butte vinkler, og hvis det ikke går, skal de forklare hvorfor. Elevene jobber parvis, og en jente tegner formen . Hun forklarer at det umulig kan bli en trekant, men en firkant . En gutt tegner en rettvinklet trekant og forklarer at de andre vinklene blir mindre hvis man øker den rette vinkelen til for eksempel 91 grader. Når elevene skal presentere løsningene sine for klassen, strever de med å ta hverandres perspektiv, de sliter med å uttrykke seg klart, og de lytter ikke ordentlig til hverandre. De bruker få matematiske termer, og skjønner ikke hva de andre må vite for at de skal forstå resonnementet, tross lærerens innspill. Episoden handler ikke bare om mangelfulle kunnskaper i undervisningsspråket engelsk, men like mye om *å snakke matematisk,* om *matematisk diskurs.* Gutten klarer å formidle hva han mener til sin parkamerat, men strever med å uttrykke seg foran full klasse. Det har med klasseromsdiskursen å gjøre.

Turner, Dominguez, Maldonado og Empson

(2013) undersøker elevdeltakelse ut fra begrepet *posisjonering*. Det handler om hva slags matematisk identitet en elev får. Noen elever posisjonerer seg som matematiske eksperter, mens andre blir marginalisert og gjort tause. Med replikken «Sara, kan du forklare hvorfor Julios strategi virker?» posisjonerer læreren Sara som en person med evne til å begrunne. I replikken «Det ser ut som om Camilla er uenig med Freddys påstand» får Camilla en rolle der hun vurderer en matematisk påstand (ibid., s. 202). Studien er fra et spansktalende område i Texas. Forskerne finner at visse lærerhandlinger kan støtte tospråkliges deltakelse i samtaler. En slik lærerhandling kalles *revoicing*, å gjenta, omformulere og utvide elevens samtalebidrag. Dessuten kan læreren eksplisitt uttrykke at et resonnement er gyldig, oppfordre elevene til å dele, begrunne eller klargjøre et poeng samt invitere til å kommentere en medelevs tankegang. Slik bygger læreren opp elevenes matematiske identitet til å bli personer som har noe å bidra med. På tross av manglende engelskkunnskaper kan elevene bli aktive i klasseromsamtalen ved hjelp av lærerens bevisste handlinger.

Når det gjelder *matematisk samtale*, undersøker Khisty og Chval (2002) betydningen av hvordan *læreren* snakker. Det ser ut til å være en sammenheng mellom hvor presist matematisk språk læreren anvender, og hva slags språk elevene bruker i matematikktimene.

Forskningen ovenfor er relevant for Norge, og ikke bare for flerspråklige klasserom. En undervisningsform med mindre tavleundervisning og mer elevaktiviteter krever en aktiv lærer både i gruppeaktiviteter og i oppsummeringen. Det kan oppstå konflikter mellom elevsentrering og lærerstyring. Det å oppsummere er krevende, ikke minst i en flerspråklig klasse. Her kan visse lærerhandlinger hjelpe tospråklige og bidra til elevdeltakelse i matematisk samtale.

3. Hvordan kan førstespråket og hjemmeerfaringer brukes som ressurser?

Kodeveksling er å skifte mellom elevenes hjemmespråk og undervisningsspråket. Da må læreren kunne elevenes hjemmespråk. Kodeveksling er en ressurs i undervisningen, men det forutsetter at læreren bygger bro fra elevenes uformelle hjemmespråk til et matematisk språk (Moschkovich, 2007; Setati, 2005; Setati & Adler, 2001; Khisty, 1995).

For Moschkovich (2007) er kodeveksling utelukkende positivt, mens Setati og Adler (2000) mener at veien fra det uformelle muntlige språket til det skriftlige, formelle matematiske språket ikke alltid blir kortere. I gruppearbeid kan elevene bli værende i et uformelt språk og aldri komme over i et matematisk språk. I en undersøkelse fra Barcelona, (Gorgorió & Planas, 2001), prøver man å la elevene arbeide i enspråklige grupper, der én elev i hver gruppe skal være «tolk» i presentasjon for klassen. Tolkene klarer bare å oversette det de selv forstår. Da får ikke gruppene formidlet sine matematiske løsninger godt nok.

Dominguez (2010) undersøker hvordan elever med meksikansk bakgrunn bruker sine to språk i tekstoppgaver der den ene halvparten av teksten er på spansk og den andre halvparten er på engelsk. Videre har halvparten av oppgavene familiære kontekster[5], mens den andre halvparten er ikke-familiære. Det skilles mellom matematiserende språkhandlinger og prosedyrediskusjoner. Det viser seg at andelen matematiserende handlinger er mye større i familiære kontekster enn i ikke-familiære, uavhengig av språk. Men det *totale antallet* matematiserende handlinger er mye høyere på spansk enn på engelsk. Det betyr at elevene i mye større grad deler fagkunnskap på førstespråket.

I Norge er ikke kodeveksling i full klasse mulig på grunn av en annen språklig situasjon. Norske myndigheter gir bare støtte til morsmålsundervisning i en kort overgangsperiode til elevene har tilstrekkelige norskkunnskaper til å følge vanlig undervisning. Dette er flere fagpersoner svært kritiske til. Mange tospråklige kan ha nytte av å arbeide i enspråklige grupper, men det avgjørende er at de får hjelp til å komme over i det matematiske symbolspråket. Derfor kan det være uheldig dersom tid til felles gjennomgang og oppsummering reduseres til fordel for individuelt arbeid med arbeidsplaner og stasjonsundervisning, særlig for tospråklige.

Noen studier ser på forholdet mellom matematisk språk og hverdagsspråk. Kazima (2006) undersøker malawiske elevers forståelse av engelsk ord i sannsynlighetsregning. Hun finner at enkelte feiloppfatninger er utbredt både blant flerspråklige og enspråklige grunnet forskjeller mellom matematisk og dagligdags betydning. Moschkovich (2002) viser hvordan tospråklige bruker metaforer i beskrivelse av grafer. Staats (2009) presenterer overveielser ved oversettelse av matematiske termer til somali. Hvordan oversette for eksempel ordet *ulikhet*? Det foreslås et ord som betegner et ubalansert lastet esel, eller et ord som beskriver en hijab på skeive. Hvilke språklige bilder som kan knytte matematiske begreper til elevenes verden, er relevant overalt.

Nasir (2000, 2007) undersøker hvordan svarte elever i USA drar nytte av sine erfaringer med basketball til å lære om gjennomsnitt og prosent. I basketball beregnes poeng for å vurdere utvikling og for å sammenligne spillere. Det viser seg at spillere ikke scorer bedre enn ikke-spillere på skoleoppgaver der det skal regnes ut eksakte svar. Når det derimot skal regnes *overslag*, scorer spillere signifikant bedre enn ikke-spillere. I basketballsammenheng holder det med *tilnærmete verdier*. Stathopoulou og Kalabasis (2006) studerer romelevers ferdigheter i hoderegning ved å observere dem i familiebedriften, ferdigheter som er knyttet til en muntlig kultur. Elevene er uvante med skrift, og dette er et større problem enn språkvansker. Begge studiene undersøker de matematiske erfaringene elevene har med seg utenfra skolen, og viser hvor viktig det er at man ikke møter elever som kunnskapsløse. Overføringen mellom aktiviteter utenfor skolen og i skolen er ikke noe man kan ta for gitt. Studiene føyer seg inn i en rekke antropologiske studier av matematikk utenfor skolesammenheng, for eksempel gatebarn som selger godteri (Saxe 1991). Innenfor en norsk sammenheng berører dette samisk matematikkutdanning, som er i støpeskjeen. Her er man opptatt av hvordan samiske kulturelementer kan brukes i matematikk (Nutti, 2013; Fyhn, Eira & Sriraman, 2011; Fyhn (red.), 2013).

4. Hvordan få uttrykt seg matematisk klart på andrespråket?

Noen ganger trer matematikken fram uten at vi legger merke til språket – vi tenker ikke på den språklige innpakningen. Andre ganger må man betone språket fordi det matematiske innholdet *ikke* trer tydelig fram. Dette kaller Adler (1999, 2001) *dilemma of transparency*, og det betegner en konflikt som kan oppstå mellom matematisk fokus og språklig stringens. Dilemmaet belyses ved en episode der elevene skal formulere hva som kjennetegner to likeformede, men ikke kongruente trekanter. Én gruppe oppsummerer det slik: «*Uh, we said the ratio of two angles is independent to the size of the angle in the other two triangles.*» Læreren prøver å rydde opp i språkbruken, få klarhet i hva det betyr å være uavhengig, og hva som er uavhengig av hva. På ett tidspunkt uttrykker en elev sammenhengen godt: «(…) *if you have the same angle in both of them, uh, the the size of the angles is equal, then the ratio of the, of the sides won't change.*» Læreren fortsetter å stresse språklig presisjon, men ser i ettertid at matematikken ble borte i det overdrevne fokuset på språklige stringens. Dilemmaet oppsummeres slik: «*If they can't say it 'right', do they know it? If they don't say it 'right', can I let it go*?» (Adler, 2001, s. 134).

En annen forsker som også tar for seg elevers «klønete» formuleringer er Moschkovitch (1999, 2002). Hun ser på hvilke strategier dyktige lærere bruker overfor spansktalende elever i USA. En viktig strategi er *revoicing*, som gjør at elevenes innspill anerkjennes som relevante. Ved revoicing flytter læreren fokus fra manglende språkferdigheter til det matematiske i situasjonen (Moschkovitch, 1999). Hun ser ingen dilemmaer slik Adler gjør, men retter fokus mot de *ressursene* som tospråklige bruker. Gester er en slik ressurs, og gester kombineres gjerne med pekende (deiktiske) ytringer, for eksempel «sånn, der, den, opp dit, den veien». Uten konteksten blir gestene og ordene uforståelige. Men er konteksten kjent, kan dette være en effektiv kommunikasjonsform.

I flerspråklige settinger er det særlig viktig å bruke andre uttrykksformer enn bare verbalspråket. Turner et al. (2013) finner at det brukes gester, visualisering og konkreter i 60 % av de analyserte episodene. En undersøkelse fra Indonesia (Manu, 2005) viser hvordan tospråklige utforsker et tallmønster på tross av dårlige engelskkunnskaper. Det ser ut til at deres forståelse hviler på visualisering, ikke på ord. Derimot ser Gorgorió & Planas (2001) veldig lite bruk av visualisering i sin studie fra Barcelona. Det er oppsiktsvekkende, særlig fordi en svært stor andel har mangelfulle ferdigheter i undervisningsspråket.

Studiene er relevante for alle klasserom fordi de peker på hvordan andre uttrykksformer enn verbalspråket kan formidle matematisk forståelse. Samtidig viser Adler at det kan oppstå konflikter mellom krav til språklig klarhet og matematisk fokus.

Oppsummering

Språklige forhold gjennomsyrer matematikk i flerspråklige settinger. Selv om studiene tar utgangspunkt i flerspråklige settinger, gjelder de fleste funnene *alle* elever, men de er særlig viktige for flerspråklige. Forskningen vektlegger betydningen av undervisning i full klasse for å utvikle matematisk forståelse for flerspråklige. Klasseromsamtalen framheves som en viktig læringsarena der læreren har en betydningsfull rolle, og studiene peker på lærerhandlinger som kan støtte flerspråklige. Tavleundervisning har vært utskjelt, men den har et ufortjent dårlig rykte.

Forskningen er hentet fra områder med lav sosioøkonomisk status. I USA dreier det som om spansktalende og svarte elever, i Europa og Australia om innvandrere og marginaliserte grupper som romfolket, i Afrika om svarte elever i tidligere kolonier. Flere av studiene peker utover det som skjer i klasserommet. *Kommunikasjon og flerspråklighet* er tittelen på artikkelen, men feltet handler like mye om makt og status utenfor skolen, og om hva slags matematikk elevene møter. Andre tilnærminger griper fatt i noe av dette, for eksempel Gutiérrez (2013) og Skovsmose (2002).

Noter

1 I Norge snakker vi ofte om *tospråklige* elever, men *flerspråklighet* er utbredt. Noen elever kan ha flere språk med seg hjemmefra og kan ha gått på engelsk skole i hjemlandet. Norsk blir da deres fjerde eller femte språk.

2 Cummins brukte *medium of instruction*. Det er vanskelig å finne termer som dekker alle språklige kontekster. *Undervisningsspråket* brukes ofte om språket med offisiell status. Det behøver ikke være majoritetsspråket.

3 *Førstespråk, hjemmespråk* og *lokalspråk* er benevnelser som er hyppigere brukt enn *morsmål* for å betegne det språket elevene er mest fortrolige med. Jeg bruker alle betegnelsene alt etter sammenhengen.

4 Gælisk har status som førstespråk i Irland.

5 En *familiær kontekst* defineres som en situasjon som faktisk kan finne sted, som inneholder «hull» elevene kan fylle, og som er beskrevet i det språket elevene vanligvis opplever situasjonen i (Dominguez, 2010, s. 314)

Litteratur

Adler, J. (1997). A Participatory-Inquiry Approach and the Mediation of Mathematical Knowledge in a Multilingual Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *33*(3), 235–258.

Adler, J. (1999). The dilemma of transparency: Seeing and seeing through talk in the mathematics classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(1), 47–64.

Adler, J. (2001). *Teaching mathematics in multilingual classroom*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers ; London.

Clarkson, P. C. (2007). Australian Vietnamese Students Learning Mathematics: High Ability Bilinguals and Their Use of Their Languages. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(2), 191–215.

Cummins, J. (2000). *Language, power and pedagogy: Bilingual children in the crossfire. Clevedon*: Multilingual Matters.

Dominguez, H. (2011). Using What Matters to Students in Bilingual Mathematics Problems. *Educational Studies in Mathematics 76*(3), 305–328.

Fyhn, A. B. Eira, E. J. S. & Sriraman, B. (2011). Perspectives on Sámi Mathematics Education. *Interchange*, *42*(2), 185–203.

Fyhn, A. (red.) (2013). *Kultur og matematikk. Kultuvra ja matematihkka.* Bergen: Caspar forlag.

Gorgorió, N. og Planas, N. (2001). Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 47*(1), 7–33.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn i Mathmatics Education. *Journal of Research in Mathematics Education, 44*(1). NCTM

Hachfeld, A., Anders, Y., Schroeder, S., Stanat, P. og Kunter, M. (2010). Does Immigration Background Matter? How Teachers' Predictions of Students' Performance Relate to Student Background. *International Journal of Educational Research, 49*(2–3), 78–91.

Kazima, M. (2007). Malawian Students' Meanings for Probability Vocabulary. *Educational Studies in Mathematics, 64*(2), 169–189.

Khisty, L. L. og Chval, K. B. (2002). Pedagogical Dicourse and Equity in Mathematics: When Teachers' Talk Matters. *Mathematics Education Research Journal, 14*(3), 154–168.

Manu, S. S. (2005). Growth of mathematical Understanding in Bilingual Context: Analysis and Implications. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 3, s. 289–296. Melbourne: PME

Moschkovich, J. (2007). Using Two Languages when Learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 64*(2), 121–144.

Moschkovich, J. (1999). Supporting the Participation of English Language Learners in Mathematical Discussions. *For the Learning of Mathematics, 19*(1), 11–19.

Moschkovich, J. (2002). A Situated and Sociocultural Perspective on Bilingual Mathematics Learners. *Mathematical Thinking and Learning, 4* (2&3), 189–212.

Nasir, N. S. (2000). "Points ain't everything": Emergent goals and average and percent understandings in the play of basketball among African America students. *Anthropology & Education Quarterly, 31*, 283–305.

Nasir, N. S. (2007). Identity, Goals and Learning: The Case of Basketball Mathematics. I Nasir, S. N. & Cobb, P. (red.). *Improving access to mathematics : diversity and equity in the classroom.* New York: Teachers College Press.

Nutti, Y. J. (2013). Indigenous Teachers' Experiences of the Implementation of Culture-Based Mathematics Activities in Sami School. *Mathematics Education Research Journal, 25*(1), 57–72.

Ríordain, M. N. og J. O'Donoghue (2009). The Relationship between Performance on Mathematical Word Problems and Language Proficiency for Students Learning through the Medium of Irish. *Educational Studies in Mathematics, 71*(1), 43–64.

Saxe, G. B (1991). *Culture and Cognition: Studies in Mathematical Understanding.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum

Setati, M. (2005). Teaching Mathematics in a Primary Multilingual Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 447–466.

Setati, M. og Adler, J. (2000). Between Languages and Discourses: Language Practices in Primary Multilingual Mathematics Classrooms in South Africa. *Educational Studies in Mathematics, 43*(3), 243–269.

Skovsmose, O. (2002). Students' Foreground and the Politics of Learning Obstacles, Second International Congress on Ethnomathematics, Ouro Preto, Minas Gerais Brazil.

Staats, S. (2009). Somali Mathematics Terminology: A Community Exploration of Mathematics and Culture. I Barwell, R. (red.). *Multilinguism in Mathematics Classrooms: Global Perspectives*, s. 32–46. Bristol: Multilingual Matters.

Stathopoulou, C. og F. Kalabasis (2007). Language and Culture in Mathematics Education: Reflections on Observing a Romany Class in a Greek School. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(2), 231–238.

Turner, E., Dominguez, H., Maldonado, L. og Empson, S. (2013). English Learners' Participation in Mathematical Discussion: Shifting Positionings and Dynamic Identities. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(1), 199–234.

(fortsatt fra side 19)

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i Den russiske føderasjon (2009). Omtrentlig program for allmennutdanning. Matematikk. Moskva. «Prosveshenie»

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i Den russiske føderasjon (2010): Statlig utdanningsstandard for allmennutdanning, Moskva. Lastet ned 9.08.13 fra standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588.

Grønmo, L. S. (2005). Ferdighetenes plass i matematikkundervisningen. *Nämnaren*, 32(4), 38–44.

Grønmo L. S. & Olsen R. V. (2006). Matematikkprestasjoner i TIMSS og PISA: ren og anvendt matematikk, i B. Brock-Utne & L. Bøyesen (red.), *Å greie seg i utdanningssystemet i nord og sør* (s. 160–173). Bergen: Fagbokforlaget.

Grønmo, L. S., Onstad, T. & Pedersen I. F. (2010). *Matematikk i motvind. TIMSS Advanced 2008 i videregående skole*. Oslo: Unipub.

KD, Kunnskapsdepartementet (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet* (LK06). Læreplan i matematikk fellesfag. Lastet ned 7.05.13 fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-03/

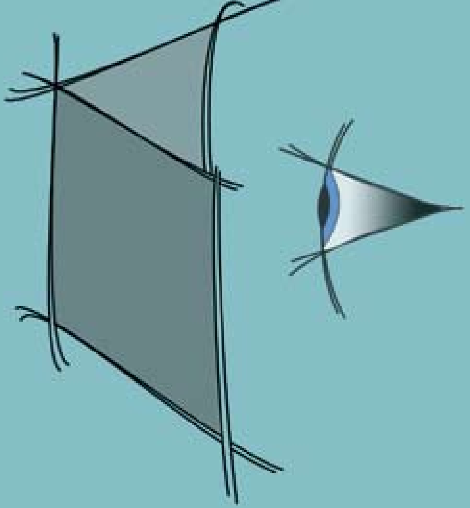
KD, Kunnskapsdepartementet (2007–2008). *Kvalitet i skolen. Stortingsmelding nr. 31*. Lastet ned 9.08.13 fra http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/2007-2008/stmeld-nr-31-2007-2008-.html?id=516853

Kjærnsli, M. & Lie, S. (2006). TIMSS og PISA: Prinsipper og hovedfunn fra studiene i 2003, i B. Brock-Utne & L. Bøyesen (red.) *Å greie seg i utdanningssystemet i nord og sør* (s. 149–159). Bergen: Fagbokforlaget.

Kovaleva, G. S. (uten dato). *Sammenliknende analyse av kvaliteten i matematikk- og naturfagundervisningen i Russland (etter den komparative undersøkelsen TIMSS*). Lastet ned 9.08.13 fra www.centeroko.ru/download/timss_1.zip

Turmo, A. & Lie, S. (2004). Hva kjennetegner norske skoler som skårer høyt i PISA 2000? *Acta Didactica* (1). Oslo: Unipub & Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo. Lastet ned fra 9.08.13 fra www.pisa.no/pdf/fra_gamlesidene/skolerapport_2004.pdf

Udir, Utdanningsdirektoratet (2010). *Spesielt for lærere*. Her finner du de dokumentasjonskravene som gjelder spesielt for deg som vil søke om godkjenning av utenlandsk lærerutdanning. Lastet ned 9.08.13 fra www.udir.no/Regelverk/Utenlandske-yrkeskvalifikasjoner/_ny/Spesielt-for-larere-om-a-soke-godkjenning-av-utenlandsk-yrkeskompetanse/



Bokomtaler

Madeleine Löwing og Wiggo Kilborn
Kulturmøter i matematikkundervisningen. Matematikk på 41 ulike språk

272 sider / 349,–
Cappelen Damm
ISBN 9788202394257

Vi trenger bøker om kulturmøter. Bøker som tar opp elevers språklige og kulturelle bakgrunn, og som ser på språk som ressurs for elevers læring i matematikk. Dekker denne boken behovet? Forfatterne setter søkelys på faktorer som kan gjøre kulturmøter i matematikkundervisningen lettere. Det overordnende formålet med boken er å gi støtte til lærere som underviser elever med innvandrerbakgrunn i matematikk. Selv om forskningen på kulturmøter stort sett er samstemt om hvordan undervisningen ideelt sett skal foregå, viser det seg vanskelig å koble teori med skolens virkelighet, skriver de.

Boken tar opp hvordan møtet med et nytt land og en ny kultur kan oppleves for den som har flyttet. Innsikten har forfatterne skaffet seg gjennom intervju med innvandrere til Sverige. Kapitlet gir innblikk i hva som kan oppfattes som fremmed i møtet med nordisk kultur. Særlig viktig i vår sammenheng er beskrivelsen av innvandrerelevers og -læreres møte med skolen. Det understrekes at morsmålslæreren og læreren i norsk som andrespråk har viktige roller som brobyggere mellom kulturer og språklige uttrykk.

Språkutviklende arbeidsmåter har fått et berettiget fokus. Det er ikke nok å lære det nye språket og tro at alt det andre ordner seg av seg selv. Hvordan tall og begreper i matematikk er bygget opp, er ulikt i ulike kulturer og språk. Om en ikke studerer hva som er likt, og hva som er forskjellig, mister eleven muligheter til å få klarhet. Det gis gode eksempler på hvor det kan butte imot, og hvordan en kan arbeide for å unngå en negativ spiral som elev og lærer lett havner i: Eleven snakker mindre og mindre fordi han/hun ikke får tak i poenget læreren prøver å formidle, og læreren snakker mer og mer med stadig enklere språk for å få eleven til å forstå. Betydningen av at eleven er aktiv språkbruker, både med hensyn til å formidle til andre (på et felles språk) og som hjelp for egen tenkning (gjerne på hjemmespråk), understrekes. Steder det lett kan oppstå konflikt mellom norsk og elevens hjemmespråk, løftes fram.

Tellemåter, algoritmer, kalendere og muntlig formidling av klokkeslett på ulike språk blir sammenlignet og beskrevet. Faren ved å beskrive eksempelvis mange ulike algoritmer er at det skapes en forventing om at de fleste algoritmene som brukes rundt om i verden, skal være presentert. Det klarer ikke en bok.

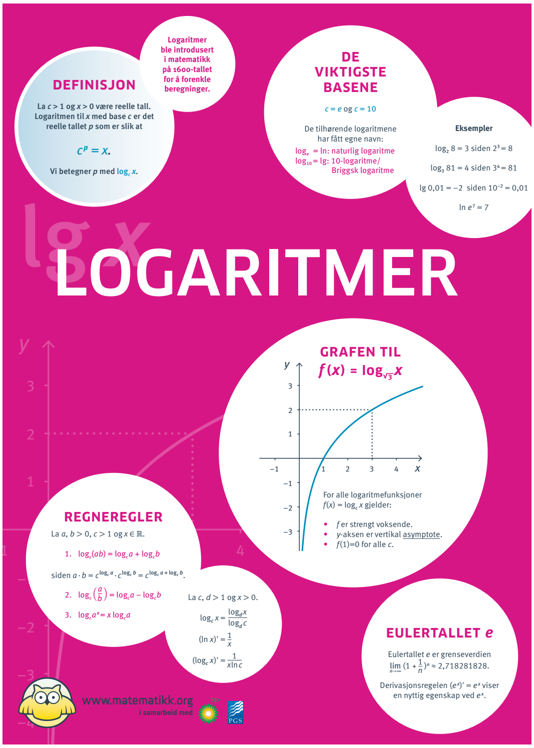
Selv savner jeg «gittermetoden» for multiplikasjon som lærere kan møte hos elever som har gått på skole i andre land enn dem forfatterne nevner. Les for eksempel om «Gelosiametoden» på eleviki.wikidot.com/gelosiametoden.

Siste kapittel (dette utgjør over halve boken, 160 sider) er en systematisk gjennomgang av telling, brøk, noen begrep, algoritmer, klokke og kalender på 41 ulike språk. Denne delen kan fungere som et oppslagsverk. Å kvalitetssikre så mange språk som først er oversatt til svensk og så til norsk, er utfordrende. Jeg har kun tatt en stikkprøve på ett språk, og den viste enkelte uheldige oversettelser/forklaringer. Kapitlet egner seg best som innhold på et nettsted som stadig kan utvides med aktuelle språk, og hvor en kan rette opp og forbedre oversettelsene når det trengs. Språk er levende og i stadig endring.

Treffer boken målgruppen? Første del av boken (kap. 1–7) gir innsikt i utfordringer og muligheter som ligger i kulturmøter i matematikkundervisningen. Kapittel 8 egner seg som sagt som oppslagsverk. Boken kan bidra i brobyggingen mellom kulturer – den kan være til hjelp i møte med elever som tenker annerledes enn det vi har lært gjennom et langt liv i norsk skole.

Toril Eskland Rangnes

Disse plakatene kan du lese mer om på side 52.



Arvid Siqveland

Holmboeprisen 2013: Anne-Mari Jensen

Norsk matematikkråd deler hvert vår ut Bernt Michael Holmboes minnepris. Bernt Michael Holmboe (1795–1850) var matematikklærer ved Christiania katedralskole. Det var han som oppdaget talentet til Niels Henrik Abel og hjalp ham frem på begynnelsen av hans matematiske karriere. Gjennom hele Abels liv var Holmboe hans nære venn og støttespiller. Holmboe var også lærebokforfatter og ble senere professor ved Universitetet.

Holmboeprisen tildeles én eller flere matematikklærere i norsk skole. Den er finansiert av Abelfondet, er på kr 100 000 og deles mellom prisvinneren og skolen han eller hun arbeider på. Hensikten er å løfte frem gode matematikklærere som forbilder for alle som arbeider med undervisning – for at elever skal få et godt grunnlag av kunnskaper som de kan bygge videre på og oppleve at det de lærer, er relevant og angår dem.

I 2013 ble prisen tildelt lektor Anne-Mari Jensen. Holmboekomiteen begrunnet tildelingen slik:

Arvid Siqveland
Leder av Norsk matematikkråd og Holmboeprisens styre
arvid.siqveland@hibu.no

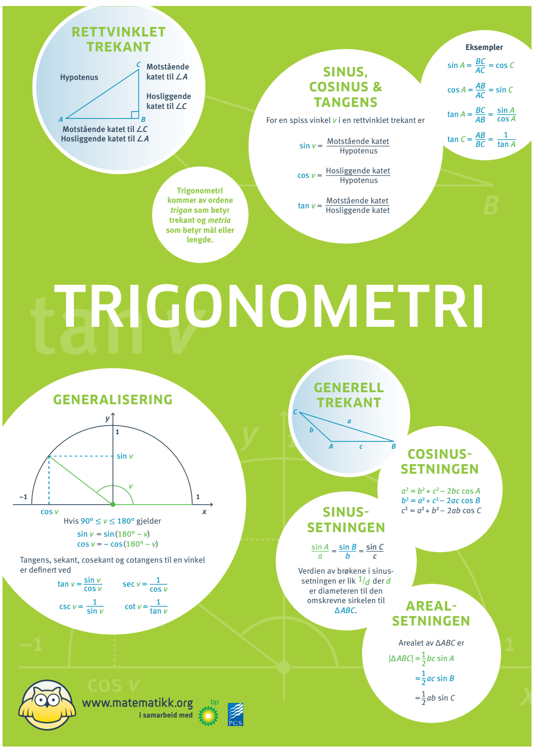
Anne-Mari Jensen har arbeidet ved Meløy videregående skole siden 1987. Før den tid arbeidet hun som lærer i grunnskolen. I sin 3-årige lærerutdanning valgte hun matematikk som en del av fagkretsen. Senere har hun gått videre og tatt hovedfag i matematikk. Hun er en faglig dyktig, særdeles engasjert og motiverende lærer som setter eleven i sentrum. Hun er en positiv lærer som alltid har et smil på lur. Anne-Mari er alltid villig til en ekstra innsats for sine elever også utenom skoletiden, og tilbyr gjerne støtteundervisning til elever som trenger det. Forståelse av faget er viktig for at elevene skal ha noe å bygge videre på, og Anne-Mari er god til å ta i bruk ulike innfallsvinkler og metoder til å etablere forståelse. Som et eksempel på hennes tilnærming kan vi nevne at hun gjerne starter et opplegg i statistikk med å simulere et bestandsestimat av fisk ved bruk av erter. En isboks gjør nytten som hav og fiskene er representert ved erter. En fangst på ca. et halvt yoghurtbeger erter blir merket og lagt tilbake. Nye fangster blir undersøkt for å finne andel merkede fisk. Målet er å finne et estimat for antall fisk og vurdere pålitheligheten av anslaget. Med dette praktiske utgangspunktet bygger hun opp den generelle statistiske lærdommen.

Kollegene nyter godt av hennes brede erfaring. Anne-Mari er alltid villig til å dele sine ideer og sin kunnskap med kolleger på skolen. Hun er opptatt av overgangen fra ungdomstrinn til videregående skole og leder for tiden prosjektet «Elevaktiv matematikk», som er et samarbeid mellom tre kommuner i Nordland. I dette prosjektet kommer lærere fra ungdomsskolen og videregående skole sammen for erfaringsutveksling. Anne-Mari har tidligere drevet tilsvarende prosjekt på oppdrag fra Nordland fylkeskommune, som engasjerte henne i en deltidsstilling som ressursperson for matematikklærere i fylket.

Engasjementet strekker seg utover fylkets grenser. Både Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS) og Matematikksenteret har nytt godt av hennes engasjement og arbeidsinnsats. Anne-Mari har bidradd aktivt på flere av sommerkursene til LAMIS. Hun er nå medlem av organisasjonens sentralstyre, og representerer LAMIS i Norsk matematikkråd. Hun er en ettertraktet kursholder for Matematikksenteret, der hun har vært aktiv siden 2005. Når hun i tillegg blir spurt om å være med på å skrive læreverk for videregående skole, forstår vi at dette er en lærer med stor arbeidskapasitet som skolematematikken drar nytte av på mange felt.

Anne-Mari fremstår som faglig og didaktisk dyktig. Hun hjelper elevene til å komme i dybden i matematikken. Hun hjelper dem til å forstå teoriene som ligger bak teknikkene. Dette krever innsikt og forberedelse. Hun har forstått at trolldom ikke nytter; hardt og konsentrert arbeid må til. Det var elevene til Anne-Mari som nominerte henne. Det bekrefter at elever setter pris på faglig sterke og tilstedeværende lærere. Anne-Mari er en matematikklærer man ikke kan overse!

Denne plakaten kan du lese mer om på side 52.



Anne-Mari Jensen

Elevaktiv undervisning på videregående skole

I år ble jeg tildelt Holmboeprisen. Elevene på skolen min hadde nominert meg. Det var stort! Jeg fikk være med på et par fantastiske dager i Oslo hvor hovedsaken var utdeling av årets Abelpris til den belgiske matematikeren Pierre Deligne, men hvor også Holmboeprisen fikk stor oppmerksomhet. Og hjemme på lille Ørnes har mange mennesker som jeg knapt er på nikk med, kommet og gratulert og satt pris på at dette har skjedd på Ørnes og på Meløy videregående skole. Det har vært noen morsomme og spennende dager.

Så er man plutselig tilbake på jobb, og skoledagen er som før. Elevene skal lære matematikk, de skal ha karakterer som avspeiler kompetansen ved opplæringens slutt, og dagene fylles igjen med store og små bekymringer og gleder. Og med litt ettertanke: Hvorfor fikk jeg egentlig denne prisen? Hva er det jeg gjør som gjør meg fortjent til en pris, i elevens øyne?

Elevene er opptatt av at de vil forstå faget, kjenne at de mestrer. De sier at de setter pris på at vi kan prøve å se en sak fra flere sider og ta oss tid til å reflektere rundt et problem. Det å føle at man ikke bare kan gjennomføre en løsningsmetode slik at svaret på en oppgave blir rett, men at man også kan forstå hvorfor det ble slik, er viktig. Følelsen av oversikt og forståelse er med på å skape motivasjon og lyst til å jobbe med faget. Nedenfor trekker jeg fram noen få eksempler undervisningsopplegg og arbeidsmåter.

Anne-Mari Jensen
Meløy videregående skole avd. Ørnes
Anne-Mari.Jensen@nfk.no

Samtaler på fagspråket

De faglige samtalene er viktige. Arbeidet i klassen er organisert slik at jeg får tid til å snakke sammen med en elev eller en gruppe elever, og at elevene får snakke sammen. I stedet for å bare gi små hint når elevene spør om hjelp til oppgaveløsning, snakker vi sammen. De må forklare hva som er problemet, hva de har tenkt eller hva de forventer at løsningen blir. I fellesskap prøver vi å finne fram til hvor det stoppet opp, hva som gjorde at de ikke kom videre i arbeidet. Vi er på jakt etter feil, fordi det er først når feilene kommer fram i lyset at vi kan gjøre noe med dem. En feil eller misforståelse kan volde store problemer hvis vi ikke oppdager og korrigerer den. Det er ikke flaut å si noe feil, dette er derimot det ideelle punktet for ny innsikt!

Når nytt stoff gjennomgås, prøver jeg å presentere det nye emnet som problemer som vi i fellesskap resonnerer rundt og prøver oss fram til løsningen på. Det er ikke bare å fortelle at slik og slik *er* det, slik at elevene bare må godta og prøve å huske det. Jeg tror det er viktig å bygge ny læring på mange og varierte erfaringer. Ting kan sies på mange måter og sees fra mange sider. Så det hender at veien til forståelse blir lang og kronglete. Men det er viktig å prøve å få forståelse på plass før arbeidet med drill og øving begynner.

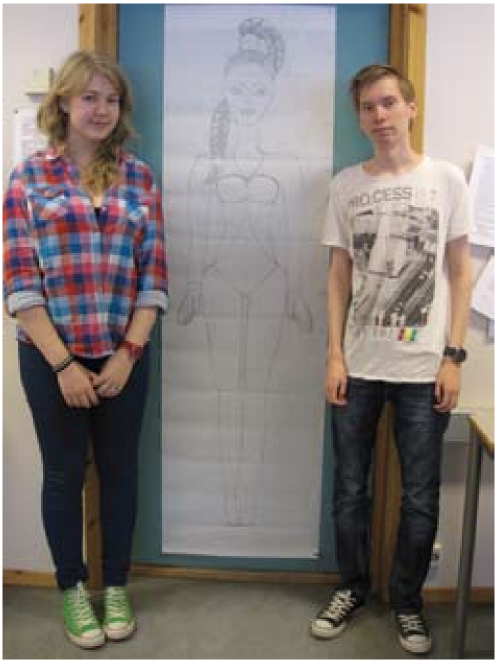
Proporsjonalitet og forholdstall

Læring har helt klart et følelsesmessig aspekt. Det føles godt å kjenne at man behersker lærdommen, og det kjennes som et nederlag om en ikke gjør det. Altfor mange elever starter i videregående skole med en nederlagsfølelse i matematikk. Samtidig er overgangen til videregående skole en ny start, og elevene ønsker å vise sitt beste.

Når skoleåret starter om høsten, trenger vi litt tid før elevene i Vg1 får valgt seg inn på teoretisk eller praktisk retning (1T eller 1P). Vi starter med en fellesoppgave hvor elevene skal arbeide i par: De skal tegne Barbie eller Ken i voksen størrelse. De får utdelt en Barbie- eller Ken-dukke, målebånd og et stort ark. Så skal de tegne slik at Barbie blir 165 cm høy eller Ken blir 180 cm høy. I tillegg til tegningen skal de levere et ark hvor de forklarer hvordan de har tenkt og regnet, samt en oversikt over beregningene. Hvis de har støtt på problemer med å løse oppgaven, må de forklare problemet og hvordan de har løst det. Oppgaven leveres inn og vurderes med karakter, det legges vekt på gode forklaringer, riktige beregninger og nøyaktig tegning. For mange blir dette en positiv start, de gjør virkelig sitt beste. Så kommer testing og inndeling i teoretisk og praktisk gruppe etter hvert.

Derivasjon

Min jobb er å undervise dem som velger teoretisk matematikk i første klasse og realfaglig matematikk i annen og tredje klasse (R1 og R2). Funksjonslære er et stort og viktig emne i alle disse tre kursene. Derivasjon er et nytt og utfordrende tema i første klasse. Vi jobber mye med å forstå hva vi egentlig finner ut om en funksjon ved hjelp av derivasjon, før vi begynner å lære derivasjonsregler. Til min store glede har det blitt slik at når vi kommer tilbake til dette



temaet etter et opphold, og jeg spør hva derivasjon egentlig er, svarer de fleste at det er en hjelp til å finne momentan vekstfart for en funksjon i ett punkt.

Før vi begynner med dette opplegget, har vi arbeidet med gjennomsnittlig og momentan vekst, og med at stigningstallet til ei rett linje angir linjas vekstfart. I dette opplegget har vi dessuten stor nytte av GeoGebra.

Vi starter med funksjonen $f(x) = x^2$. Elevene tegner grafen og tangenter til grafen i punktene $x = 1$, $x = 2$, $x = 0$ og $x = -1$. For hver tangent noterer de tangentens stigningstall = den momentane vekstfarten i punktet. De skal prøve å finne en sammenheng mellom x-verdien i tangeringspunktet og tangentens stigningstall. Sammenhengen skal skrives, gjerne både med ord og på algebraspråket. Så gjetter de hva stigningstallet til en tangent til grafen i punktene $x = 3$ og $x = -2$ blir, før de tegner disse tangentene og sjekker at det stemmer. Denne prosedyren fortsetter med mange funksjoner:

$$g(x) = -x^2, \quad h(x) = x^2 + 3, \quad i(x) = 2x^2,$$
$$j(x) = 3x^2, \quad k(x) = x^3, \quad l(x) = x^4.$$

Vi ser at det hele tiden følges et mønster, vi kan forutsi hva den momentane vekstfarten i et punkt er, når vi kjenner funksjonen. Og begrepet derivasjon introduseres. Vi følger mønsteret og finner den deriverte til funksjonene

$$m(x) = x^5,\ p(x) = x^6,\ q(x) = x^1 \text{ og } r(x) = x^0.$$

Og for hver funksjon tegner vi i GeoGebra og sjekker at det stemmer. I fellesskap finner vi en regel for den deriverte av $f(x) = x^n$ og $g(x) = x^n + k$. Utforskningen fortsetter med ulike polynomer med flere ledd. Og hele tiden snakker vi om den deriverte til en funksjon i et punkt = stignigstallet til tangenten i punktet = den momentane vekstfarten i punktet.

Nå kan vi fortsette med å se hva den deriverte til en funksjon kan fortelle oss, hvordan den kan hjelpe oss til å regne oss fram til bunn- og topppunkter, ved å regne, tegne og kontrollere at det stemmer. Og vi ser på hva momentan vekstfart i andre punkter kan fortelle, som f.eks. i oppgaven om egen puls og kondisjon som omtales nedenfor. Og vi kan til slutt prøve å forstå den teoretiske definisjonen av den deriverte og hvordan vi kan regne oss fram til den deriverte til en funksjon ved hjelp av definisjonen:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Puls og kondisjon

Dette er en oppgave elevene får etter at vi har arbeidet grundig med funksjoner og derivasjon. Det er en oppgave i kroppsøving og matematikk, med en felles vurdering.

Oppgaven starter med at elevene i en kroppsøvingstime etter oppvarming tar på seg pulsklokker og jobber i fire intervaller med puls på ca. 180 slag per minutt. Når denne økta er over, setter de seg ned og registrerer pulsen hvert 30. sekund i 6-7 minutter. Disse dataene bruker vi så i matematikken. Elevene bruker regresjonsfunksjonen i GeoGebra, legger inn målingene som punkter i koordinatsystemet og finner den funksjonen de synes passer best til sine data. (På dette tidspunktet har vi kun arbeidet med polynomfunksjoner, og elevene må velge en slik funksjon selv om det kanskje fins andre funksjoner som passer bedre.) De må bestemme funksjonens gyldighetsområde, og de må forklare hva funksjonen/grafen sier om pulsen. De må også derivere funksjonen og forklare hva den deriverte sier om nedgangen i puls i noen punkter. Og de må vurdere hva forløpet av funksjonen sier om deres egen kondisjon, og sammenligne med andre elever. I tillegg må de besvare en del teorispørsmål knyttet til puls og trening, spesielt utholdenhetstrening.

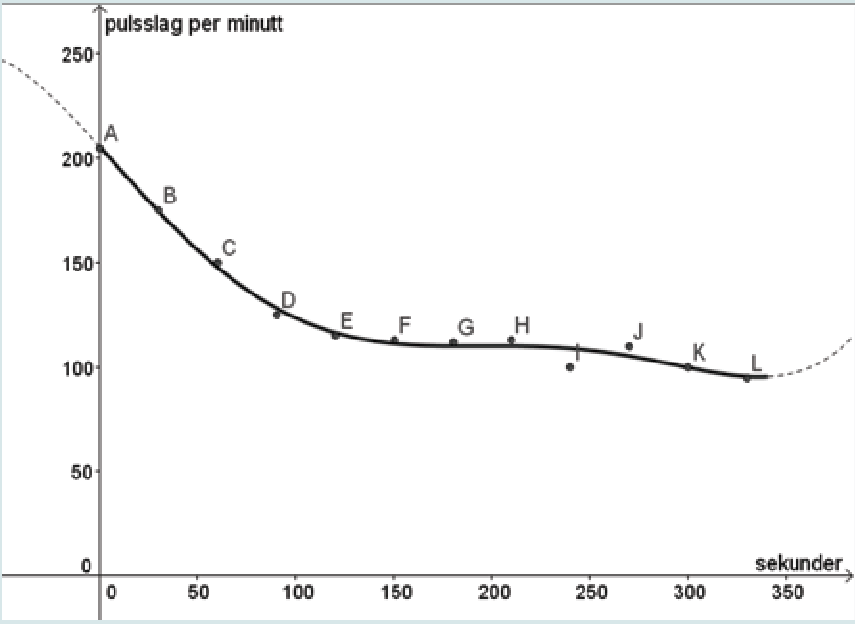
Denne oppgaven hjelper elevene til å se en praktisk anvendelse av funksjoner og funksjonsdrøfting. De får erfaring med å bestemme gyldighetsområde, og det blir tydelig at den deriverte er et uttrykk for endring. Benevningen til den deriverte er en utfordring: pulsslag per minutt/sekund! Alt de observerer grafisk, må tolkes inn i den konkrete situasjonen som de har laget en modell av. Noen tar vare på resultatene for å sammenligne med tilsvarende målinger etter at de har trent mer utholdenhet en periode, for å få et inntrykk av om kondisjonen har forbedret seg.

De grunnleggende ferdighetene

De fem grunnleggende ferdighetene handler om å kommunisere i og med matematikk. Et mål i arbeidet med matematikken er at elevene skal kunne gjøre rede for og diskutere et matematisk problem, og at de skal kunne formulere en løsning med egne ord, både på dagligspråk og på matematikkspråket, både skriftlig og muntlig. De skal også kunne forstå det andre skriver eller sier, og de skal være med på å vurdere tekster og utsagn. Jeg ønsker at alle elevene skal få oppleve at matematikken kan være et redskap de kan bruke slik de selv bestemmer. Det skal ikke bare handle om å etterape andres løsninger og algoritmer, men jeg ønsker at alle iblant skal få oppleve at matematikkunnskapene de har, gir dem mulighet til å finne løsninger på sin

Elevarbeid 1 – Sivs matematiske modell

(Merk: Koeffisientene er tilsynelatende 0 fordi hun bare tar med fire desimaler.)



	A	B
1	0	205
2	30	175
3	60	150
4	90	125
5	120	115
6	150	113
7	180	112
8	210	113
9	240	100
10	270	110
11	300	100
12	330	95
13		
14		
15		
16		
17		

Siv forklarer:
Funksjonen for denne grafen: $f(x) = 0x^5 - 0x^4 + 0{,}0001x^3 - 0{,}0011x^2 - 1{,}0397x + 205$.
Før den første x-verdien (altså null) gikk grafen veldig høyt. Dette er fordi funksjonen til grafen bare lager en graf som passer omtrent i alle punktene. Gyldighetsområdet til funksjonen min begynner derfor på 0 og går omtrent til 340. Etter dette går grafen rett opp, noe som skulle tilsi at pulsen min steg kraftig kun kort tid etter det hadde gått 340 sekunder. Det stemmer selvfølgelig ikke i og med at den i virkeligheten fremdeles var på vei ned. Altså er $D_f = [0,\ 340]$.

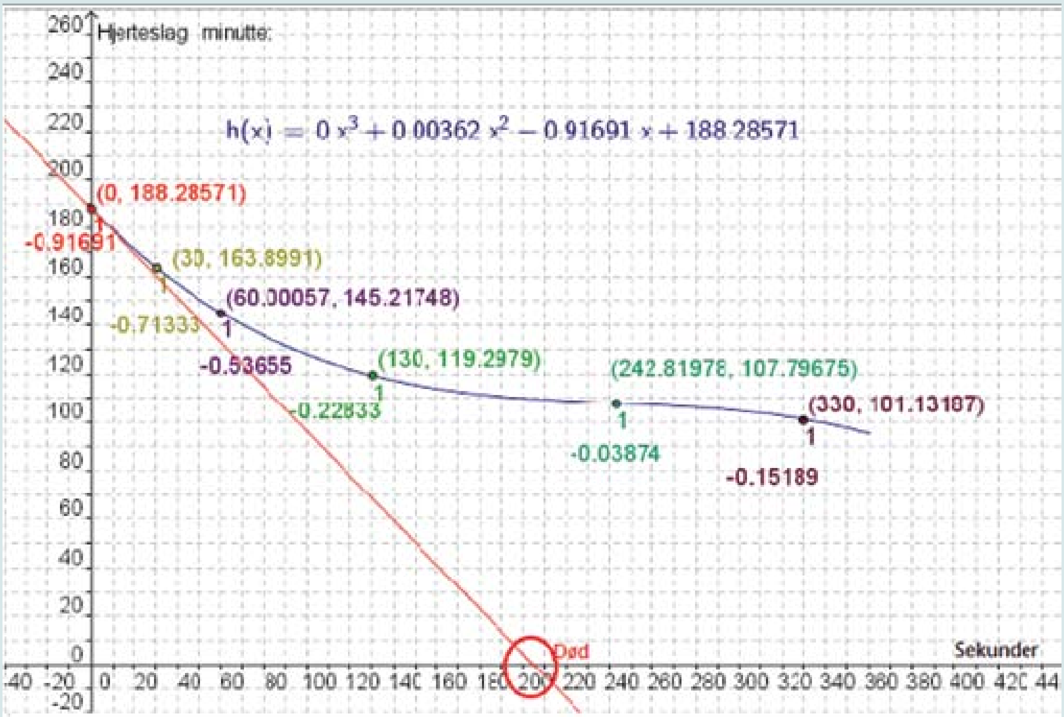
måte. Det er høye mål, og det er mange grader av måloppnåelse!

Lærerens rolle

Holmboeprisen understreker lærerens betydning for elevenes læring. Det er viktig at læreren er trygg på faget sitt, man må kunne se og forklare et problem på ulike måter, og man må kunne følge elevenes tankegang også når de velger andre veier enn de vi selv har tenkt ut. Dessuten må læreren være en tydelig leder av arbeidet i klasserommet og prøve å gi den enkelte utfordringer på et passende nivå. Men ifølge mine elever er det aller viktigste at læreren bryr seg om den enkelte elev og gjør sitt beste for at hver enkelt kan lykkes.

Elevarbeid 2 – Hildes graf

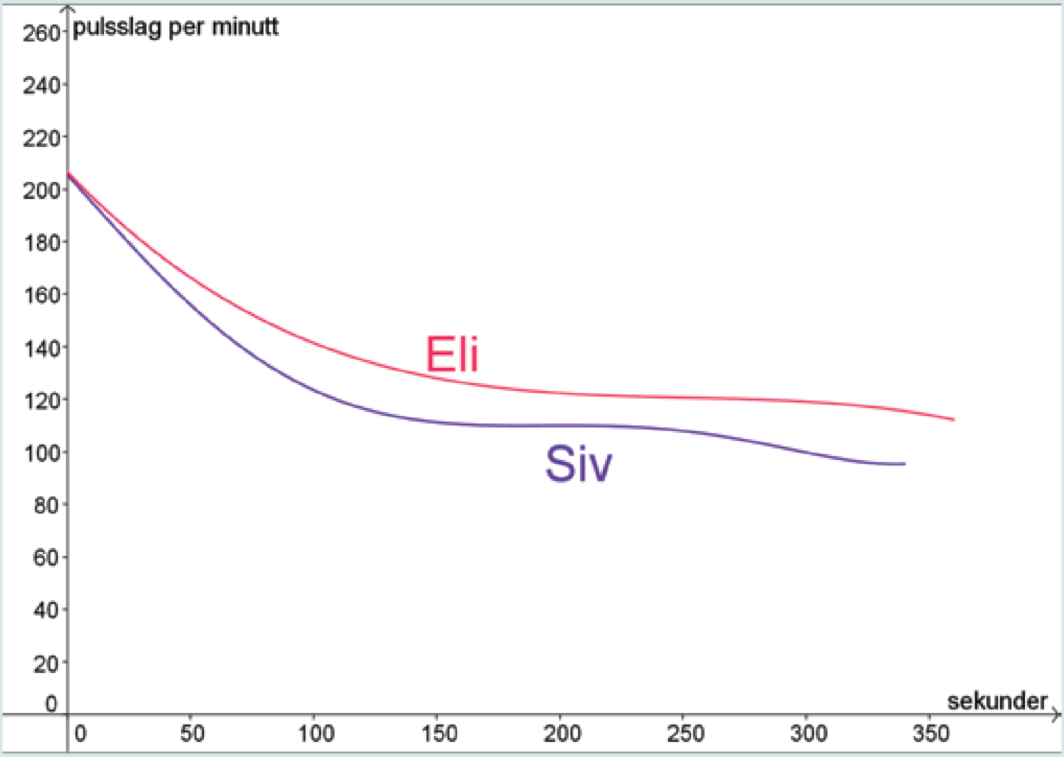
Tallene på undersiden av grafen er verdien av den deriverte i punktene som er markert. (Den første koeffisienten er tilsynelatende 0 fordi hun ikke har tatt med mange nok desimaler.)



Hilde forteller:

Den momentane vekstfarten varierer i de ulike punktene. Ved toppunktet er den momentane vekstfarten på det høyeste, –0,91691. Altså minker den momentane vekstfarten da med nesten ett slag i sekundet. Hadde pulsen fortsatt slik, ville jeg ha vært død like etter at det hadde gått 3 minutter. Etter hvert som sekundene går, blir den momentane vekstfarten i den matematiske grafen mindre og mindre, noe som tyder på at pulsen prøver å stabilisere seg.

Elevarbeid 3 – Sammenligning av to funksjoner



Siv forteller:
Jeg sammenlignet med Eli. Den røde grafen viser nedgangen i pulsen til Eli etter treningsøkten, den blå grafen viser nedgangen i pulsen min. Jeg og Eli hadde omtrent samme puls da vi løp, og vi holdt noenlunde samme tempo. Ut fra den matematiske modellen kan vi se at pulsen min falt lengst og brattest. Dette kan indikere at det er jeg som er i best form av oss tre. Likevel trener Eli mer enn meg, og mer regelmessig, så treningsvanene våre tilsier at hennes puls burde synke fortere og lenger ettersom hun sannsynligvis er i bedre form.

Jan Nordgreen

En vidunderlig ide

– Å ha vidunderlige ideer er essensen av intellektuell utvikling.
– Hva er det du sier?
– Ikke jeg, men Eleanor Duckworth.
– For noe vås! Det er ikke gitt gud og hvermann å ha vidunderlige ideer.
– Hun mener at det er skolens oppgave.
– Hva da?
– Å gi barna anledning til å ha vidunderlige ideer.
– Å, sånn nå. Og hvordan skal skolen gjøre det?
– Ved å verdsette barnas spørsmål og gi dem tid til å undersøke dem.
– Har barna spørsmål?
– Kjenner du noen barn på 5 år?
– Men barna går på skolen for å lære!
– Nettopp!
– Hva mener du? De må alle lære det som står i læreplanen.
– Men den må ikke være en tvangstrøye. Den må inspirere til divergent tenkning og kreativitet.
– Bortsett fra i harde fag som naturfag og matematikk.
– Hvorfor skal disse fagene være unntak?
– 2 + 2 er alltid 4. Hvor mye kreativitet kan man putte inn i det?
– Et firma har ti tusen flasker med saft som de skal levere til supermarkeder i kasser med 36 flasker. Hvor mange kasser trenger de?
– Aner ikke, men del 10 000 med 36 og du har svaret.
– Og hva hvis du ikke har lært divisjon ennå? Hva gjør du da?
– Ganske enkelt. Ikke gi barna slike oppgaver før læreren har lært dem divisjon.
– Eller, la barna bruke sin kreativitet til å løse oppgaven. La dem demonstrere at de kan ha vidunderlige ideer og pønske ut ting selv.
– Det vil aldri gå!
– Er det verdt et eksperiment?
– Hva mener du?
– En ting er å ha teorier og oppfatninger. Men hva hvis teoriene er gale?
– Vet du hvor mange år jeg har undervist?
– For mange til å risikere å ha en vidunderlige ide?
– Jeg liker din humoristiske sans!

Jan Nordgreen
www.twowayacademy.com
jannordgreen@gmail.com

Videre lesning

Duckworth, E. (2006). *The Having of Wonderful Ideas: And Other Essays on Teaching and Learning*. Teachers College Press., http://www.weston.org/schools/ms/technology/structures/handouts/The Having of Wonderful Ideas.doc (Kapittel 1)

Meek, A. (1991). «On Thinking about Teaching: A Conversation with Eleanor Duckworth.», *Educational Leadership, 48*(6), 30–34, http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_199103_meek.pdf

Fielker, D. (1999). «The Lemonade Bottles Problem.», *Mathematics Teaching, 166*, 16–22, http://mumnet.easyquestion.net/guests/guest001.htm

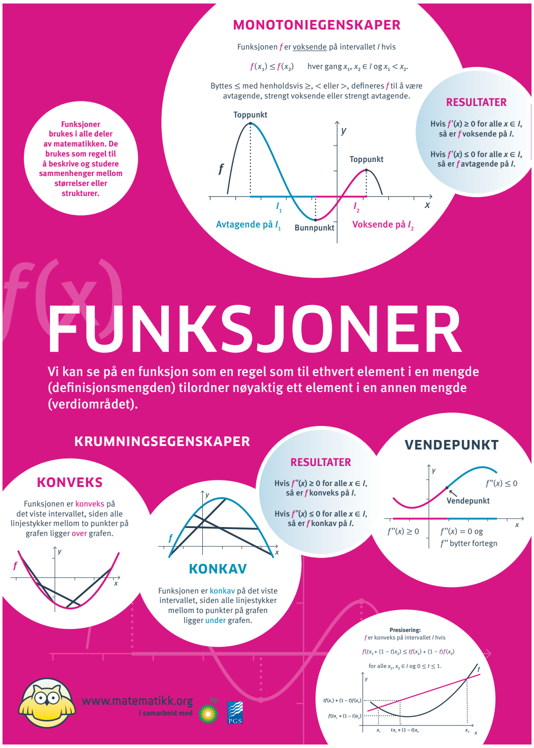
Ivana Celik

Flotte plakater til videregående skoler!

I 2009 lagde vi ni matematikkplakater som vi sendte til alle landets grunnskoler. I etterkant fikk vi flere henvendelser fra lærere på videregående skole som ønsket plakater der innholdet er tilpasset videregående skole. De ønsket også plakater som kunne brukes i undervisningen samt være pynt på veggene i klasserommene.

I år fikk matematikk.org støtte fra BP Norge og Petroleum Geo-Services, PGS og kunne dermed innfri lærerens ønsker. Vi har laget en serie på ni plakater hvor innholdet er tilpasset videregående skole. Serien består av følgende plakater:

Funksjoner, Integrasjon, Logaritmer, Algebra, Kombinatorikk, Rekker, Geometri, Trigonometri og Vektorer.



Ved skolestart mottar alle landets videregående skoler et sett med alle ni matematikkplakatene med mulighet for å bestille flere. Alt er gratis! Plakatene kan bestilles på nettstedet www.matematikk.org, der de også er fritt tilgjengelige i form av høyoppløselige pdf-filer.

Du vil finne flere av plakatene forskjellige steder i dette nummeret av Tangenten.

Ivana Celik
matematikk.org
post@matematikk.org

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Realfagbygget A4, NTNU
7491 Trondheim
Telefon: +47 73 55 11 42
Faks: +47 73 55 11 40
merete.lysberg@matematikksenteret.no

Abeldagen 2013

Svein H. Torkildsen

www.abelprisen.no: Det er blitt en hyggelig tradisjon at abelprisvinneren også inviteres til en annen universitetsby enn Oslo. I år er det Trondheim og NTNU som får besøk. Programmet for Trondheims-besøket 23. mai inneholder blant annet matematikkløype med åttendeklassinger, forelesning for studenter og andre interesserte, matematikkshow og festmiddag i Erkebispegården der NTNU-rektor Torbjørn Digernes er vert.

Prisvinner Pierre Deligne med frue

Elever i aksjon

Institutt for matematiske fag ved NTNU hadde ansvaret for opplegget da årets prisvinner Pierre Deligne besøkte Trondheim. I et samarbeid mellom instituttet, Skolelaboratoriet og Matematikksenteret ble ca. 240 elever fra åttende trinn invitert til problemløsing og matematikkshow på Gløshaugen. Elevene var delt i grupper på seks som rullerte mellom tre stasjoner. Med hjelp av 48 studenter ble arrangementet gjennomført uten nevneverdige problemer. Det var et yrende liv da elevene kastet seg over de tre utfordringene: tetraederbygging med beregning og vurdering, talloppgaver med mange mulige svar og en krevende sannsynlighetsoppgave.

Bygg et tetraeder

Ved hjelp av et tau og seks én meter lange plastrør skulle hver gruppe lage et lite tetraeder. Fire små tetraedre ble satt sammen til ett stort, fire store til et enda større, og fire av disse til



et kjempestort fraktaltetraeder. Så kom utfordringene:

– Hvor mange små tetraedre er det i hver av de tre andre størrelsene?
– Hvor mange likesidete trekanter er det i det kjempestore tetraedret?
– Hvor høyt blir det kjempestore tetraedret når det er ferdig bygget?

Høyden skulle bedømmes ut fra den faktiske høyden på tetraedret, og den ville avvike fra den teoretiske høyden, som elevene heller ikke hadde forutsetninger for å beregne.

Bygg tetraeder av sugerør med elevene dine! Se beskrivelse i Matematikksenterets blogg fra 3. juni.

Talloppgave

Elevene skulle blant annet plassere sifrene 1–9 slik at de fikk en addisjon av to tresifrede tall med en tresifret sum. Det kan gjøres på mange måter, og elevene fikk poeng etter hvor stor sum de klarte å få. Forsøk selv. Det er noe interessant å merke seg med svarene det er mulig å få. De har en egenskap som gjør det mulig med en rask sjekk på om svaret kan være riktig!

Sannsynlighet

Mia og Martin krangler stadig om hvem som skal bære ut søpla, men en dag kommer Mia på noe lurt. Hun legger to røde og to blå kuler i en kopp. Mia og Martin skal trekke ei kule hver fra koppen (uten å legge den tilbake). Dersom de trekker to kuler med samme farge, skal Mia gå ut med søpla, men har kulene forskjellig farge, må Martin gjøre det. Det synes Martin høres rettferdig ut.

– Er dere enige med Martin?
– Hvorfor / hvorfor ikke?

Når du har svart på spørsmålet, hvilke spørsmål kan det da være naturlig å stille?

Kengurukonkurransen – varierte oppgaver

Anne-Gunn Svorkmo

Hensikten med Kengurukonkurransen er å motivere elever for matematikk. Oppgavene skal være en blanding av enkle, morsomme, interessante, middels vanskelige og utfordrende oppgaver. Noen av oppgavene vil da være for vanskelige for en del av elevene. Slik skal det være.

Når vi utarbeider oppgavesettene, vurderer vi plasseringen av oppgavene nøye. De to-tre første oppgavene ønsker vi at de aller fleste elevene skal klare, og vi streber her etter en svarprosent på rundt 90. Det er viktig at flesteparten av elevene får til de første oppgavene slik at de føler mestring, blir motiverte og dermed fortsetter å arbeide seg utover i oppgavesettet. Inneværende år var gjennomsnittlig svarprosent på de to første trepoengsoppgavene i Ecolier (4.–5. trinn) og Benjamin (6.–8. trinn) 89,5 sett under ett.

De mest utfordrende oppgavene skal komme på slutten av oppgavesettet. Det er ikke alltid like enkelt å avgjøre hvilken oppgave som kommer til å være den vanskeligste for elevene. I år har vi lyktes med plasseringen av den vanskeligste oppgaven for Benjamin. Av de som hadde registrert svarene sine på nett, var det her18 % som hadde valgt riktig svaralternativ. Dette er den laveste svarprosenten i Benjamin.

I Ecolier kan vi ut fra de innsendte resultatene se at de to siste oppgavene i settet er enklere enn de tre foregående. Ser vi bort fra disse fem siste oppgavene, kan vi betrakte årets Ecolier som et middels lett til vanskelig oppgavesett. De resterende oppgavene har fra 50 % til 97 % av elevene klart å velge riktig svaralternativ på.

I år var oppgave 14 en av dem som var utfordrende for elevene (se rammen). Det var bare 19 % av elevene på sjette, syvende og åttende trinn som krysset av riktig svaralternativ.

Hva kan årsaken til denne lave løsningsfrekvensen være? Hva er vanskelig?

14. (B 2013)
Mathias er ute og fisker. Hvis han hadde fått tre ganger så mange fisker som han egentlig fikk, hadde han fått 1212 fisker mer.
Hvor mange fisker fikk Mathias?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

Dette er en sammensatt oppgave som må løses i flere steg. Det er flere ord og formuleringer som elevene må forstå. Hva betyr det, og hva innebærer det når det står *hvis*, *tre ganger så mange* og *(12 fisker) mer*? I tillegg er det to «situasjoner» som skal sammenlignes med hverandre: så mange fisker som Matias har fått, og et tenkt tilfelle med tre ganger så mange fisker.

Hvordan kan elever arbeide med oppgaven? De fleste elevene som deltar i Benjamin, har liten erfaring med likninger. Derfor vil en «gjett og sjekk»-strategi være en måte å angripe denne oppgaven på. Men det forutsetter at elevene oppfatter betingelsene i oppgaven. De må velge seg et antall fisker og multiplisere det med tre. Differensen mellom produktet og tallet de valgte, skal være 12. Når elevene prøver ut et bestemt antall fisker, og det viser seg at differensen ikke stemmer, må de justere «antall fisker» ut fra den differansen de får mellom tre ganger tallet og tallet selv. Er differansen for liten, eller er den for stor? Det neste tallet som elevene vil gjette og sjekke på, må velges ut fra resultatet i foregående forsøk. Kanskje ikke alle elever tenker over hvilken informasjon som kan ligge i et feilsvar i denne sammenhengen. Læreren kan bevisstgjøre elevene ved for eksempel å stille spørsmålet: Hvis forskjellen etter første gjetting ble mindre enn 12, vil du da velge et mindre tall eller et større tall neste gang?

Elevene må i mange sammenhenger gjøres oppmerksomme på at i en flervalgsoppgave er svaralternativene til stor hjelp. Elevene trenger da ikke å komme med en «gjetting», slik det antydes i framgangsmåten ovenfor, men de bruker ett av de alternativene som blir oppgitt i oppgaven. Strategien går mer ut på å sjekke hvilken løsning som er den riktige. Svaralternativene 7, 6 og 5 kan for eksempel prøves ut slik:

Velger 7: $7 \cdot 3 = 21 \rightarrow$
er 21 fisker 12 mer enn 7 fisker?
Velger 6: $6 \cdot 3 = 18 \rightarrow$
er 18 fisker 12 mer enn 6 fisker?
Velger 5: $5 \cdot 3 = 15 \rightarrow$
er 15 fisker 12 mer enn 5 fisker?

Disse to strategiene ligner på hverandre, men jeg har prøvd å få fram at det er en nyanseforskjell.

For å kunne utnytte det potensialet som finnes i svaralternativene, må elevene oppfatte hva det spørres etter i oppgaven. Dette ordet «mer» som kommer helt til slutt i oppgaveteksten, er lett å overse. Oppfatter elevene at det her er snakk om «mer enn det Mathias fikk»? Teksten i oppgaven har blitt lest, sjekket og godkjent av fire lærere, og vi mener at den er godt formulert. Godt formulert for voksne, men kanskje oppgaven kunne ha vært formulert på en annen måte for barn?

Jeg ville undersøke dette, og sendte oppgaven til to nieser på henholdsvis på syvende og åttende trinn. Kunne de tenke seg å løse Mathias-oppgaven for meg mot et lite honorar? Det kunne de! Jeg ba jentene forklare hvordan de tenkte, og ønsket at de sjekket og kommenterte svaret de kom fram til. Begge jentene er, slik jeg kjenner dem, meget gode lesere. Hvordan ville de oppfatte oppgaven? Kanskje de kunne gi meg en pekepinn på hva som gjør denne oppgaven utfordrende. Jentene fikk oppgaven på mail uten svaralternativer.

Una (syvende trinn) svarte følgende:

> Jeg tenkte at hvis han hadde fått 3 ganger så mange fisk hadde han fått tolv mer. Da tok jeg 12 : 3 og kom da fram til at han hadde fått 4 fisk. For å kontrollere svaret kunne man se at hvis han hadde fått tre ganger så mye fisk hadde det vært 12 og det passer til svaret, hvis du skjønte.

Jeg svarte:

> Takk for at du hjelper meg med en oppgave. Du forklarer veldig godt, så jeg tror jeg skjønner hvordan du tenker. Jeg vil spørre deg om du kan se på oppgaven en gang til, for du har ikke kommet fram til riktig svar. For meg er et feil svar like viktig som et riktig svar, for da lurer jeg selvfølgelig på hva som har gjort det til at det ble feil. Kan jeg få gi deg et hint? Jeg føyer til noen ord på slutten av oppgaveteksten (markert nedenfor med uthevet skrift):
>
> Mathias er ute og fisker. Hvis han hadde fått tre ganger så mange fisker som han egentlig fikk, hadde han fått 12 fisker mer *enn det han nå har fått.* Hvor mange fisker fikk Mathias?

Una tok hintet og skrev:

> Nå forsto jeg oppgaven bedre. Jeg tenkte at «3 ganger så mange fisk» var i tallet 12, som var det antallet av hvor mange fisk han fikk mer, ikke i hele tallet. Så jeg har sett over oppgaven igjen. Antall fisk han fikk måtte kunne deles på 3, fordi tre ganger så mye. Hele tallet må deles på tre, det vil da si at 12 være 2/3 (menes som brøk) av tallet. Da delte jeg 12 på 2 og fant ut at 1/3 av hele tallet er 6 som også er svaret. Man kan kontrollere svaret med og se at hvis man tar 18, som er alt til sammen, minus 6, som var fiskene, får man 12 som var det man skulle få mer.

Svaret jeg fikk fra Kaja (åttende trinn), som ikke fulgte opp påfølgende hint, var følgende:

> Jeg ser ganske enkelt for meg at 12 er i 3-gangen og finner ut hvor mye man må gange

med 3 for å få 12. Da blir utregningen min slik: $12 : 3 = 4$
Jeg dobbelskjekker: $3 \cdot 4 = 12$
Konklusjon: Matias fikk 4 fisker. Jeg tror dette er det riktige svaret fordi oppgaven sier at om han fikk 3 ganger mer fisk, ville han fått 12. Når man ganger 3 med 4 får man 12. Punktum finale.

Svaret disse to jentene ga meg, gir meg en liten pekepinn på at oppgaven kanskje kunne ha vært formulert noe annerledes. Ingen av jentene fikk med seg at opplysningen «mer» i teksten betyr «mer enn det Mathias fikk». Ut fra tilbakemeldingene fra jentene, kan det tyde på at det var her de fikk problemer.

Vi lærere er kanskje litt redd for at oppgavetekster i matematikk skal bli for lange, slik at det blir for mye for eleven å lese. Mathias-oppgaven kan være et eksempel på at formuleringen kunne ha vært noe lengre, slik at problemstillingen i oppgaven kanskje kunne ha blitt enklere for elever å oppfatte. Dette er noe å ta med seg når neste års oppgaver skal oversettes og formuleres. Oppgavene skal være presist formulert, men samtidig må formuleringen være slik at flest elever forstår problemstillingen.

Norge til topps!

Svein H. Torkildsen

Figur 1 Det norske vinnerlaget. Fra venstre Joel Nicolai Estdahl, Johanne Weum, Thea K. Karmisholt, Erika J. Ingilæ og Neethan Puvanendran.

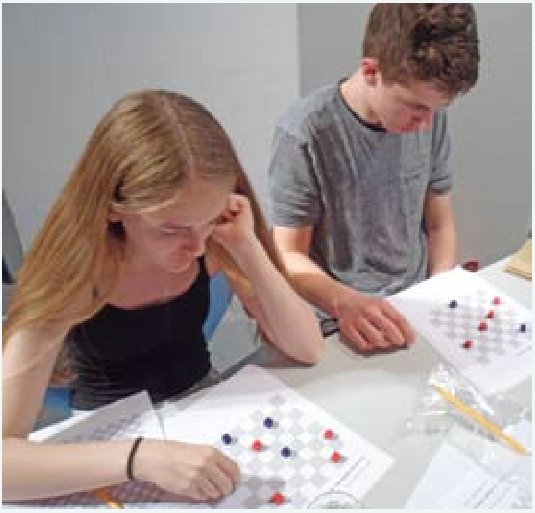
For andre gang vant en norsk klasse problemløsingsdelen av *Nordic Math Class Competition*. Niende trinn ved Ekrehagen skole i Tromsø tok en solid ledelse etter første oppgave i finalen. Som vanlig var finnene med i tetsjiktet. De kom litt skjevt ut på de to første oppgavene, men tok seg inn igjen på de to neste. Etter fire av fem oppgaver ledet Finland med ett poeng på Norge. Sverige, Danmark og Island lå to poeng bak Norge.

Det var med andre ord helt åpent før siste oppgave. Alle landene kunne med full uttelling vinne konkurransen. Siste oppgave var en forholdsvis enkel talloppgave der elevene skulle plassere sifrene 1–9 slik at de fikk tre riktige regnestykker: en addisjon, en subtraksjon og en multiplikasjon. Det klarte alle landene. Den krevende delen bestod i å begrunne at det kun fins én måte å sette sammen tre og tre tall på. Sverige og Norge leverte gode begrunnelser, mens de tre andre landene ikke hadde holdbare begrunnelser. Sverige fikk full score, 5 poeng, mens Norge fikk 4 poeng. De tre andre landene fikk 2 poeng. Dermed var Norge vinnere med 14 poeng. Sverige og Finland delte andreplassen med 13 poeng, mens Danmark og Island stoppet på 10 poeng.

Problemløsingsdelen

Oppgavene lages i samarbeid mellom de nordiske landene. Matematikksenteret representerer Norge, og vi prøver å variere oppgavetypene gjennom kvalifisering, semifinaler og finaler. I finalen har vi alltid noen oppgaver der elevene skal finne flere forskjellige løsninger. Vi starter gjerne med en oppgave der alle skal få til noe, slik at elevene sitter med en god følelse i starten.

I år skulle lagene sette sammen fem multilinkkuber på så mange forskjellige måter som mulig. Kravet var at høyden skulle være minst to. Da unngikk vi de mange pentominoformene. Elevene skulle i tillegg ordne figurene i et system og forklare hvordan systemet deres var. Her arbeidet de norske elevene svært systematisk, fant suverent flest løsninger og fikk full uttelling.



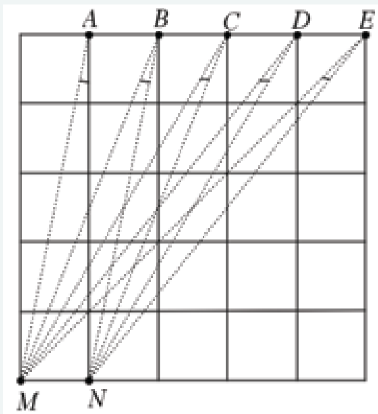
Figur 2 Islendingene strever med dronningoppgaven

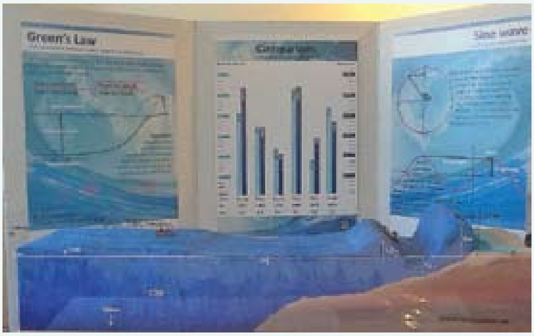
Den tredje oppgaven var den vanskeligste. Bare Finland fikk poeng her. Oppgaven bestod i å plassere åtte dronninger på et sjakkbrett slik at ingen kunne slå hverandre. Dronninger kan som kjent bevege seg vannrett, loddrett og diagonalt så langt de vil. Finland leverte to løsninger, men på den ene stod to av dronningene på samme diagonal.

Figur 3 Konsentrerte finner ligger ett poeng bak Norge

Begrunnelser er krevende både for dem som skal formulere begrunnelsen, og dem som skal vurdere den. Det er likevel en så viktig matematisk kompetanse at den må være med i konkurransen. Vi bruker oppgave 4 som eksempel.

> Et kvadrat er delt inn i 25 mindre kvadrat som vist på figuren. Hva blir summen av de fem vinklene MAN, MBN, MCN, MDN og MEN? Begrunn svaret. Hvordan vil DU begrunne svaret?





Figur 4 Utstillingen til prosjektvinnerne Danmark

Figur 5 En fargerik og iøynefallende utstilling fra Sverige

Prosjekt

Klassene som kvalifiserer seg for semifinalen i konkurransen, må også utarbeide et prosjekt. I de nasjonale konkurransene legges poengene fra prosjektet sammen med poengene fra oppgavedelen i semifinalen, og de tre lagene med flest poeng møtes i finalen. I den nordiske finalen er det en prosjektkonkurranse og en problemløsingskonkurranse. Det beste prosjektet premieres. Årets tema var *Matematikk og havet*. Det var stor bredde i de utgangspunktene klassene hadde valgt å satse på.

Danskene studerte tsunamibølger. De måtte sette seg inn i sinuskurver, som kan brukes til å beskrive bølgebevegelser. På nettet fant de Greens formel, som viser hvordan havdybden påvirker bølgehøyden. Slik kom de fram til en matematisk forklaring på hvorfor bølgene blir så høye når de nærmer seg land, spesielt der det er langgrunt.

Finnene så på ferskvannsforsyningen i sitt nærområde. Finnene frakter drikkevann gjennom verdens lengste tunnel. Det gir grunnlag for mange beregninger. I tillegg hadde de sett på alternative metoder for å skaffe drikkevann. Matematikken viste at det ville bli kostbare løsninger.

Islendingene lurte på hva konsekvensene ville bli om all is på jorden smeltet. Om så skjer, ligger danskene dårlig an. De får bare ei lita øy å presse seg sammen på!

De norske elevene studerte båter. De lurte på om det er et spesielt forhold mellom lengde og bredde, lengde og høyde, bredde og høyde på ulike båttyper. Hva med lekebåter? Her grep de fatt i Eliasbåtene. Hvordan er de sammenliknet med ordentlige båter?

Svenskene dro på en tenkt reise på de store sjøene ved Stockholm. Underveis dukket det opp matematiske problem de fant svar på.

Prosjektarbeidet presenteres gjennom en prosesslogg, en fagrapport, en utstilling og en muntlig presentasjon. Her får elevene utfolde seg med all den kreativitet elevene i en klasse besitter. Det norske laget showet seg gjennom sin muntlige presentasjon og høstet stor applaus. Men til slutt var det Danmark som – nok en gang – ble tildelt prosjektprisen.

KappAbel og NMCC

I år ble det ikke gjennomført noen KappAbel-konkurranse. Årsaken ligger i uenighet om bruken av prosjekt i konkurransen. I alle de nordiske landene og i fagmiljøene som støtter konkurransen i Norge, betraktes prosjektet som et viktig element. I år måtte vi ordne norsk deltakelse ved å invitere et par klasser som hadde sagt seg villige til å utarbeide et prosjekt i en intern konkurranse.

Prosjekt som arbeidsmåte passer godt inn i den helhetlige matematiske kompetansen slik vi kjenner den fra Mogens Niss. Bruk av prosjektarbeid og tverrfaglighet er også én av anbefalingene ungdomstrinnet får gjennom Meld. St. 22 (2010–2011). I kapittel 5.3 Matematikk kan vi blant annet lese dette:

> Når vi benytter tverrfaglige arbeidsmetoder, erfarer vi at elevene opplever realfagene som svært motiverende. Elevene synes det er morsomt og utfordrende å jobbe med matematikk på utradisjonelle måter. Både prosjektarbeid, entreprenørskap, storyline og simulering passer godt i arbeidet med å gjøre både den anvendte og den teoretiske delen av faget mer virkelighetsnært.

LAMIS har nå ansvaret for å lage en konkurranse i Norge som tilfredsstiller kravene for å delta i det nordiske samarbeidet. Matematikksenteret vil samarbeide med LAMIS for å få dette på plass.

Sosialt

I år var danskene vertskap for de 20 ungdommene, fem lærerne og arrangementsgruppen. Vi hadde to flotte dager sammen i nydelig vårvær i København. Kommunikasjonen foregår på engelsk, og vi blir stadig imponert av hvor flinke elevene er. Morsomt er det også å se at elevene knytter kontakter på tvers av landegrensene. Det hele startet med at hvert av de fem landene sang sin nasjonalsang. Deretter ble elevene delt inn i fire grupper som hadde en representant fra hvert land. Elevene intervjuet hverandre og presenterte deretter eleven de hadde intervjuet, for resten av deltakerne. Da var det gjort, og på Bakken neste kveld var det mange blandede grupper å se på tivoliområdet. Det samme kunne vi observere da elevene hadde fri tid på Experimentarium, der arrangementet ble avviklet.

Stor takk til Danmarks Matematiklærerforening ved Lene, Bengt og Søs for et flott arrangement!

Takk til Abelfondet

Våre nordiske venner sliter med å få økonomi til å gjennomføre konkurransen. Den drives av ildsjeler som gjør hele arbeidet på sin fritid.

Vi er svært takknemlige for at Abelfondet nå i to år har gitt midler blant annet til premier til deltakerne i NMCC.

LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
v/Randi Håpnes
NTNU, Realfagbygget
7491 Trondheim

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det overordnede målet for Landslaget for matematikk i skolen er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i grunnskolen, den videregående skole og på universitet/høyskole.

Landslaget skal stimulere til kontakt og samarbeid mellom lærere på ulike utdanningsnivåer og mellom lærere og andre som er opptatt av matematikk.

Styret for LAMIS

Leder
Tone Skori, Akershus
Barnehage/førskole
Else H. Devold, Oslo
Barnetrinnet
Åge Rygsether, Nedre-Eiker
Ungdomstrinnet
Gerd Nilsen, Hedmark
Videregående skole
Per Gunnar Østerlie, Sør-Trøndelag
Høgskole/universitet
Marianne Maugesten, Østfold
Varamedlemmer
1. Grete Tofteberg, Østfold
2. Tor Espen Kristensen, Hordaland

Medlemskontingent

400 kr for enkeltmedlem m/Tangenten
200 kr for husstands-medlemmer
200 kr for studenter m/Tangenten
800 kr for skoler/institusjoner m/Tangenten

Organisasjonssekretær

Gro Berg
gro@lamis.no
41562324

Matematikkdagen 2014

Matematikkdagn 2014 er flyttet til uke 11.

Dette gjøres fordi vi endrer rutiner med fakturering av medlemsskap. Matematikkdagheftet 2014 sendes ut umiddelbart etter at kontingent for 2014 er betalt.

Lederen har ordet

Tone Skori

Først og fremst vil jeg få takke Anders Sanne, som har vært leder i LAMIS de to siste årene. Takk, Anders, for det veldig gode arbeidet du har gjort til det beste for organisasjonen vår.

Nå har LAMIS fått ny leder for de neste to årene, og det er meg, Tone Skori. Hvem er jeg? Jeg bor i Asker, på Billingstad, og jobber i Bærum kommune som rådgiver i regning. Det har jeg gjort de to siste årene. Før det jobbet jeg på Lesterud skole i Bærum og på Huseby skole i Oslo. Jeg er utdannet faglærer i kroppsøving fra Eleverum lærerhøgskole og har tatt videreutdanning i matematikk og didaktikk ved Høgskolen i Oslo.

Jeg har vært medlem av LAMIS i ti år og leder av LAMIS lokallag Oslo/Akershus i seks år. I 2005 var jeg så heldig å få være med på å arrangere sommerkurset i Asker. Jeg har deltatt på mange av sommerkursene som har blitt arrangert siden 1998. Jeg har også vært ressursperson for Matematikksenteret siden 2005. I den forbindelse har jeg holdt en rekke kurs for skoler og lærere.

I fritiden er jeg opptatt i det lokale idrettslaget Jardar. Her sitter jeg i fotballstyret, og jeg er fotballtrener for J 2001.

Sommerkurset i år ble arrangert på Charlottenlund videregående skole i Trondheim. LAMIS-medlemmer tilknyttet Matematikksentret stod for arrangementet. Det var et velorganisert sommerkurs med godt faglig påfyll og et godt sosialt program. Jeg vil få takke komiteen, foredragsholderne, verkstedholderne og kursdeltakerne for et godt gjennomført sommerkurs. Jeg håper å se dere og mange andre igjen på neste års sommerkurs, som arrangeres i Fredrikstad 6.–8. august 2014. Sommerkurset er LAMIS sitt høydepunkt og en fin anledning til å møte nye og gamle bekjente som er opptatt av matematikk og god matematikkundervisning.

På årsmøtet i Trondheim ble det vedtatt at LAMIS skal stå som arbeidsgiver for organisasjonssekretæren, uten NTNU som mellomledd. Det innebærer at organisasjonssekretæren tilsettes på åremål som før, men uten begrensinger på antall ganger kontrakten kan fornyes.

Fra og med i høst vil LAMIS også overta den praktiske organiseringen av den norske delen av *Nordic Math Class Competition* (NMCC). NMCC er en matematikkonkurranse for niende trinn.

Nytt i høst er at det har kommet reviderte læreplaner og nye veiledninger i matematikk. I tillegg blir det spennende å følge den nye satsingen på ungdomstrinnet, som tar utgangspunkt i St.meld. nr. 22 (2010–2011) *Motivasjon – Mestring – Muligheter.* Budskapet i denne meldingen er at et mer praktisk, variert, relevant og utfordrende ungdomstrinn skal øke elevenes motivasjon og læring.

Jeg ser veldig fram til å ta fatt på oppgaven i sentralstyret sammen med nye og gamle medlemmer.

Sommerkurset 2013 i Trondheim

Renate Jensen

Logoen til sommerkurset oppsummerer flott det deltagerne fikk oppleve på årets sommerkurs, nemlig matematikk som var praktisk, relevant og engasjerende. Fra 7.–9. august samlet 120 matematikkinteresserte mennesker fra hele landet seg igjen til faglige og sosiale samtaler og aktiviteter. Selv om det var nøyaktig et år siden sommerkurset i Bergen, tok det ikke lang tid før samtalen og latteren hørtes i aulaen på Charlottenlund videregående skole.

Årets kurs startet med Math Jam Session. De som enda ikke var kommet ut av feriemodus, eller som kanskje hadde stått tidligere opp en vanlig for å rekke fly eller tog, våknet garantert da Mike Naylor og Carl Haakon Waadeland entret scenen med bevegelse og rytme. I den første plenumsforelesningen fikk de vist og overbevist alle om at matematiske prinsipper som tall og telling, former, speiling og rotasjon også gjelder for trommeslageren og sjongløren. Deltagerne fikk være med å spille, fortelle og leke med mønster og repetisjoner.

Til tross for at dette sommerkurset var en dag kortere enn det som har vært tradisjonen, fikk komiteen plass til fire flotte plenumsforelesninger. Torsdagen startet med Agent 10007 og hans venner. Geir Ellingsrud fortalte litt av hvert, gammelt og nytt om primtall. Primtall fasinerer og opptar matematikere over hele verden. Vi fikk informasjon om nyere forskning om primtallsgap, og hvordan dagens teknologi gir muligheter for diskusjoner mellom matematikere verden over. Han forklarte også om tidligere forskning, for eksempel Viggo Brun og hans arbeider med primtallstvillinger. Hans hypotese fra 1915, om at det finnes uendelig mange primtall p slik at også $p + 2$ er et primtall, er ubevist men overveldende sannsynlig.

Birgit Pepin åpnet fredagens faglige del med å snakke om lærerens bruk av ressurser i og utenfor klasserommet. Lærere forholder seg hele tiden til ressurser i sin undervisning og i sin forberedelse. Ressurser som allerede er i bruk og nye ressurser; dette omfatter elevarbeider, læreverk, oppgaver, diskusjoner med kollegaer, internett mm. Hun fortalte og viste eksempler fra to prosjekter; Primas som er et EU prosjekt om blant annet Inquiry-Based- Learning, og et prosjekt om ressurser og bruk og utvikling av disse blant franske og norske lærere. Hun inviterte også sommerkursdeltagerne til å melde sin interesse for et prosjekt som starter i 2014, og som skal se på lavt presterende elever i matematikk.

I siste plenumsforelesning fortalte Oliv Klingenberg om et undervisningsopplegg der elever på 4. trinn blant annet undersøkte hvor mye vann de bruker når de dusjer. Opplegget ble laget for å gi elevene erfaringer med rommål og tid. Hun forankret undervisningsopplegget i litteratur om hvordan elever lærer å tenke matematisk. Oliv G. Klingenberg er lærer, med videreutdanning i synspedagogikk og en doktoravhandling om matematikklæring for elever med synshemning.

Sommerkurskomitéen hadde også gjort en flott jobb med å skaffe dyktige og engasjerte parallellsesjonsholdere – både kjente og nye. Programmet bar preg av variasjon og bredde. For meg ble parallellsesjonen gjennomført av Holmboeprisvinner Anne Mari Jensen, som presenterte inspirerende og meget relevante undervisningsopplegg om Fibonaccitallene og Det gylne snitt med bruk av Geogebra, et høydepunkt.

Anne Bruvold og Anne-Gunn Svorkmo sin parallellsesjon skapte en ny trend i Lamismiljøet, nemlig skyggestrikking. Rundt omkring på de mange hotellrom, på årsmøtet og sikkert på hjemreisen, ble det strikket. Parallellsesjonen «Magiske sirkler og perfekte kuler», ble for deltagerne et spennende møte hvor det matematiske og praktiske ble bundet sammen gjennom pinner og garn. Strikkeoppskriften til den perfekte kule var utviklet ved hjelp av Excel. I tillegg til instruksjon, oppskrifter og matematiske forklaringer, fikk deltagerne se mange flotte eksempler.

Sommerkurset består selvfølgelig av mer en faglig inspirasjon. Det var nydelig musikalsk åpning både torsdag og fredag med Tone og Torgeir. Den første fagdagen ble avsluttet med en fantastisk omvisning i vakre Nidarosdomen, med guider som med stort engasjement, førte oss tilbake i tid. Etter omvisningen ble vi servert tapas i idylliske Hornemannsgården.

Hvert år er festmiddagen som-

merkursets høydepunkt. Den fant denne gangen sted på Kristiansten festning i et flott lokale med lang historie Vi fikk servert sukkersaltet laks, indrefilet med godt tilbehør og hvit sjokoladepannacotta med jordbærsalat. Underholdningen denne kvelden var fantastisk, og nok en gang fikk vi trimmet magemusklene.

Kort oppsummert har sommerkurset inneholdt alt det vi håper og forventer at disse dagene skal gi; humor, gode venner, god mat og ikke minst matematiske innspill. Det er den absolutt beste oppladingen man kan få til et nytt skoleår. Flere burde få muligheten til å møte til skolestart full av idéer, engasjement og pågangsmot.

Tusen takk til årets komité, som har gjort en kjempeflott jobb med dette arrangementet. Jeg gleder meg allerede til neste år! Da håper jeg at enda flere vil velge å starte oppkjøringen til nytt barnehageår, skoleår eller studiesemester med sommerkurs i Fredrikstad. *Sommerkurset anbefales – både til faglig og sosialt påfyll!*

Matematikkonkurranse for 9. trinn

Tidligere har KappAbel vært en matematikkonkurranse for 9. trinn. KappAbel-stiftelsen har nå overlatt ansvaret med å arrangere denne konkurransen til LAMIS. Vi i LAMIS er glade for å få dette ansvaret, og vi har innledet et samarbeid med NMCC (Nordic Math Class Competition). Det betyr at vi går tilbake til den opprinnelige formen for konkurransen og følger et felles nordisk oppsett for oppgaver. Alle elevnene i Sverige, Danmark, Finland, Island og Norge får de samme oppgavene med nasjonale tilpasninger, det blir gjennomført et presjektarbeid og alle fylkesvinnerne blir invitert til en norsk finale. Vinnerne av den norske finalen inviteres til å delta i den nordiske finalen som neste år avholdes i Finland. Viktige datoer neste skoleår bli:

- 1. runde nasjonalt gjennomføres 4.–22. november
- 2. runde nasjonalt gjennomføres 6.–24. januar
- prosjektarbeid leveres innen 4. april
- Finale nasjonalt avholdes i uke 17 2013 (sannsynligvis onsdag til fredag)
- Finale Nordisk avholdes i Finland uke 23 2013, (4.–6. juni)

Vi håper dette blir et bra opplegg og vi oppfordrer alle til å følge med på www.lamis.no for oppdatert informasjon.

«Cooperative Learning» gir god matematisk samtale

Miriam Vikan

Skoleåret 2012–2013 ble det ikke avviklet noen KappAbel-konkurranse. Hele høsten gikk jeg og ventet på påmeldingsinformasjon, men den kom aldri. Etter at jeg hadde snakket med Matematikksenteret, fikk klassen tilbud om å være med i en kvalifisering til NMCC (*Nordic Math Class Competition)*. Elevene takket ja til dette, og de satte i gang med et prosjektarbeid i emnet «forhold» med en bestemthet som jeg sjelden opplever. De ønsket å få det til. De jobbet iherdig, lærte seg ulike deler av pensum og hvordan de kunne bruke ulike verktøy som hjelp. Da prosjektet var ferdig, hadde vi en problemløsningsrunde. Oppgavene var ikke enkle. Elevene slet og fikk slettes ikke til alle oppgavene, og de ble noe motløse og skrinla egentlig hele NMCC. Etter noen dager fikk de en positiv melding fra Matematikksenteret. Da skjedde det en forandring jeg sjelden har sett maken til. De fire elevene som skulle representere Norge, rettet ryggen, så på hverandre og bestemte seg for at dette skulle de få til. Den morsomste forandringen skjedde med en av guttene. Det var som om han fikk ny gnist til å delta og gi. Elevene fikk ny motivasjon, og de arbeidet videre med prosjektet samtidig som de løste tidligere KappAbel-oppgaver og leste løsningsforslag. De øvde seg på hvordan man kan arbeide systematisk, og hvordan man kan arbeide med konkreter for å bryte ned en problemstilling. Så skjedde det utrolige. De kom til Danmark og vant problemløsningsdelen av konkurransen. Den matematiske ilden som jeg fikk se bli tent i noen elevers øyne, klarer jeg ikke å beskrive. Å se at en slik «flamme» blir tent, er vel kanskje hovedgrunnen til at jeg fortsatt er lærer.

Jeg hadde ikke tenkt å bli lærer. Drømmen var å bli nevrokirurg. Tenk å kunne «rote rundt» inne i noens hode. Jeg innså ganske tidlig at jeg ikke kunne realisere drømmen om nevrokirurgi, og måtte finne en annen måte å påvirke på. Valget falt på lærerutdanningen. Under utdanningen var jeg i praksis i en ungdomsskole i Bodø, og mens jeg overvar en medstudents matematikkundervisning, satt jeg og betraktet elevene og hvordan de responderte. Noen fulgte med, noen satt i helt egne tanker, noen tegnet og noen satt og småhvisket, akkurat som i mange andre klasser rundt omkring i Norge. Tankene begynte å svirre, og hovedspørsmålet for meg har siden den gangen vært hvordan man kan få elevene engasjert i sin egen matematikklæring, og hvordan man kan «lure» dem til å bli engasjert selv om de ikke er interessert. Hvordan øke nysgjerrigheten? Da jeg var ferdig med tredje året på lærerskolen, begynte jeg å jobbe på en liten privatskole i Tromsø, som jeg fortsatt jobber ved. Der startet jeg min lærerkarriere under god veiledning av Liv Fønnebø, som var skolens rektor og har matematikk som hjertebarn.

Hun introduserte meg for didaktiske strukturer som gjør at elever må delta i undervisningen på en meget aktiv måte. Hun og flere av mine kollegaer hadde vært i USA på sommerskole for å få opplæring i «Cooperative Learning» (Kagan & Stenlev, 2006). Dette er samarbeidsstrukturer som er utarbeidet av Dr. Spencer Kagan, og det er rett og slett et sett med metodisk og didaktisk verktøy som går ut på at man må tenke, drøfte og utforme hypoteser eller teorier, få oversikt over en stor mengde «pensum» eller løse problemer. Dette var rett og slett et metodisk svar på mine «hvordan»-spørsmål fra studietiden. Jeg har ikke funnet litteratur om dette på norsk, men det finnes både på amerikansk og dansk.

En utfordring med å bruke slike strukturer er at man trenger gode problemstillinger, og jeg har funnet at matematiske problemløsningsoppgaver er fantastiske. Strukturene gir elevene utfordringer på flere områder i forbindelse med oppgaven. For det første må elevene forklare hvordan de tolker oppgaven. Deretter må de diskutere ulike løsningsalternativer, lære dem selv og dele dem med andre. I de ulike fasene oppstår det mange matematiske diskusjoner og refleksjoner, og det matematiske språket utvikler seg i positiv retning. Ofte har jeg overhørt ganske intense diskusjoner om hvorfor en løsningsmetode er «mer rett» enn en annen, og argumentasjonen blir ofte mer og mer faglig begrunnet. Strategiene legger vekt på at elevene må bli enige, og de må stå for utfallet som en gruppe. I mange av strategiene må alle gruppens medlemmer kunne forklare gruppens «resultat» for hele klassen, en annen elev eller en annen gruppe. For garvede lærere er nok alt dette selvfølgeligheter, men for meg var det en øyeåpner. Det mest utrolige var at jeg fikk det til å virke etter å ha prøvd noen ganger, og jeg blir fortsatt begeistret når jeg ser hvordan det virker i dag.

Konkurranser har alltid trigget meg, og da jeg på begynnelsen av 2000-tallet oppdaget at det fantes en matematikkonkurranse for niendeklassinger, måtte elevene mine delta. Oppgavene som kom, var interessante. De var kanskje noe vanskeligere enn de oppgavene jeg brukte til daglig, men oppgavetypen passer rett inn i strukturene som Cooperative Learning krever. Det er ikke alltid det er lett å integrere konkurranser i undervisningen, men her finner jeg det ganske lett.

Introduksjonen av KappAbel ble et vendepunkt for meg i arbeidet med matematikk. I 2006 vant elevene mine den nasjonale konkurransen, og i den forbindelse fikk jeg en hyggelig prat med abelprisvinner Lennart Carleson. Han sa noen velvalgte ord om hvorfor det er viktig at elevene øver matematisk argumentasjon, og at de må øve seg på bevis. Etter denne samtalen har aldri elever i min klasse hatt som noe alternativ å ikke være med i denne typen konkurranser.

Det er artig å se at elevene vinner en konkurranse, og det gir elevene en opplevelse av mestring som jeg tror de sjelden opplever i samme dimensjon. Det fine med denne typen konkurranse er at den oppmuntrer til samarbeid, diskusjon og strategiutvikling. For læreren gir det en indikasjon på at man kanskje gjør noe riktig. En bivirkning er at man blir kjent med andre som brenner for matematikk.

Referanser:

Kagan, S., & Stenlev, J. (2006). *Cooperative Learning. Undervisning med samarbejdsstrukturer.* København: Malling Beck.

Pythagoras i Tareskogen

– romforståelse for 0–3-åringer

Gitte Drage

Vitensenteret Sørlandet har laget et aktivitetsrom for de aller minste barna, 0–3 år. Aktivitetsrommet heter Pythagoras i Tareskogen, og har spesielt fokus på romforståelse. Ved å satse på 1, 2 og 3-åringer får barna en tidlig innlæring av grunnleggende begreper som gir de en gunstig plattform til å bygge ny kunnskap på. Romforståelse er en spesielt viktig ferdighet for å lykkes ikke bare i faget matematikk, men også de andre realfagene. Vitensentret Sørlandet har derfor valgt å satse på de aller minste barna fordi vi ønsker å vekke interesse og forståelse for matematikk så tidlig som mulig i barnas liv.

Pythagoras i Tareskogen er et aktivitetsrom i to etasjer der barn kan utforske, leke og erfare rommet og lære ulike rombegreper. Barna kan blant oppleve å:

- klatre i klatreveggen
- fiske i fiskedammen
- utforske kulebanen
- klatre opp
- rutsje ned
- leke med geometriske former i korallhulen
- gjette hva som er i posene på sanseveggen
- besøke Pythagoras sin grotte

Definisjon av romforståelse: forståelse av rommet og en selv i forhold til rommet.

Et rom kan være både lite og stort, og det kan være både ute og inne. Eksempler på rom er soverom, baderom, lekeplassrommet, turrommet og verdensrommet. Utviklingen av romforståelse skjer nesten av seg selv. Forskning viser at grunnlegende elementer for romforståelse er medfødt (Newcombe og Huttenlocker, 2003). Det ser vi fra barna er ganske små; de legger suttekluten over hodet, de gjemmer seg under stoler, de bygger rom av tepper og puter og slott høyt opp i trær. Treåringen viser romforståelse når hun forteller veien til mormor: «Vi kjører langt og veldig lenge. Over en bro og da ser vi huset til mormor …» Treåringens beskrivelse er ikke veldig detaljert og det hadde vært vanskelig for deg å finne frem til mormor, men treåringen har helt klart et mentalt kart som hun orienterer seg etter for å finne frem til mormor. Alt dette er eksempler på at barn har, og utvikler, romforståelse helt naturlig. Pythagoras i Tareskogen er en satsning som ønsker å være med å *forsterke* barns utvikling av romforståelsen slik at de kan «gripe rommet!»

For å gripe rommet må man ha mange erfaringer og begreper, samt kunne beskrive og orientere seg i rommet. Barn tilegner seg rombegreper ved å bruke kroppen sin og utforske rommet (romlige erfaringer) samtidig som både barn og voksne setter ord på og bruker begreper på de erfaringene barna gjør (romlig språk). Når Ole klatrer opp på en stein er vi med på å gi han rombegreper når vi sier: «Nå har du klatret høyt opp,» «Oi, du har kommet på toppen» eller «Du var flink til å klatre på skrå helt på toppen.» Når de voksne språksetter barns erfaringer på denne måten, kobler barnet begrepene til handlingen og utvikler sitt romlige språk. Romlig språk er nødvendig for å kunne beskrive plassering, avstand, areal, volum, fart, retning og tid.

I matematikk er det nødvendig å ha ferdigheten romforståelse for å utvikle god tallforståelse, gjøre problemløsingsoppgaver, forstå tabeller, grafer og visuelle fremstillinger, samt ha forståelse for geometri.

Romlige erfaringer + romlig språk = romlig tenkning /forståelse

Romforståelse handler om å oppfatte rommet og dets objekters ulike egenskaper. I tillegg er det nødvendig for å kunne være i stand til å orientere seg i rommet og mentalt forstille seg endringer i det. Barn utvikler sin romforståelse gjennom å gjøre fysiske handlinger i rommet, de språksetter handlingene sine og sammenhengene de oppdager, og de utvikler evnen til å se på rom med ulike blikk (Føsker, 2012).

Romforståelse med Pythagoras i Tareskogen

Når barnhagegrupper kommer på besøk til Vitensenteret Sørlandet blir de møtt av Krølla som tar dem med inn i Tareskogen. Der får de hilse på Pythagoras og brødrene hans: mellomstore Pythagoras og lille Pythagoras. Pythagoras og brødrene tar barna med på jakt for å finne romlige begreper i Tareskogen. Her blir barna oppfordret til å gjøre sine egne romlige erfaringer gjennom aktiviteter som lek, eventyr, regler, skattekart og oppdragskort. Krølla og Pythagoras er med barna hele tiden og språksetter de handlingene barna gjør. Vitensenteret Sørlandet mener at barn lærer best gjennom «å gjøre» og å bruke alle sansene sine. Dette gjenspeiles i

alle våre pedagogiske opplegg.

Her er fire av de pedagogiske oppleggene knyttet til Pythagoras i Tareskogen beskrevet med bilder

1. Eventyret om Pythagoras og den gylne kula

Her får barna møte Hypatia som har en magisk tryllestav. Hun tryller frem både kuber og pyramider, men kan en kube trille? Greier Hypatia å trylle frem en gyllen kule? Eventyret avsluttes med at barna selv må ut å lete i Tareskogen: hvor har den gylne kula gjemt seg? Vi leter over, under, foran, mellom, inni hjørner og bak vegger, helt til vi finner kula.

2. Pythagoras og barna reiser på fisketur.

3Barna og Krølla hjelper Pythagoras med å lage en båt. Skal båten være spiss eller rund? Lang eller bred? Hvor er det tryggest å sitte når man er om bord i en båt? Etter å ha rodd langt og lenge, prøver barna fikselykken. Hvor er det best å kaste ut snøret? På skrått eller rett frem? Er fiskene vi får små eller store?

3. Pythagoras-brødrene leker med sugerør.

Brødrene er veldig glad i å leke, særlig med sugerør. Hva kan man bruke et sugerør til? Hvordan ser et sugerør ut? Brødrene er veldig gode venner, men det er ikke veldig lett å være venner når man bare har ett sugerør! Barna må hjelpe Pythagoras-brødrene med å finne en løsning. Kanskje vi kan dele sugerøret? Barna klipper opp sugerøret. Men blir bitene like lange? Hvem skal ha hvilken bit?

4. Krølla forteller og dramatiserer Musa i bua av Alf Prøysen

Se egen boks på motstående side.

Avslutningsvis vil jeg vise til en studie (Klibanoff et. Al 2006 i Klein, Adi-Japha&Hakak- Benizri, 2010) som viser at barns matematikkspråk er klart påvirket av kvaliteten ved lærerens matematikkspråk. Jeg vil oppfordre deg, om du er lærer, foreldre, tante, onkel eller venn: snakk matematikk-begreper med barna! Det vil gi dem økt romforståelse som de kan ha store fordeler av både nå og senere i livet. Under finner du forslag til aktiviteter hvor barna kan gjøre sine egne romlige erfaringer sammen med en voksen som språksetter barnas handlinger:

- Hinderløyper
- Konstruksjonslek (Lego, klosser, pinner, kongler)
- Putte-leker
- Klatre i trær og stiger (Fugle- og froskeperspektiv)
- Språksette barns aktiviteter generelt
- Være på tur i skog og mark
- La barna beskrive veien til … (mormor?)
- Motoriske ufordringer
- Fortelle eventyr og regler med rombegreper
- Lage skattekart ute og inne, gjenskape rommet
- Lese bøker med rombegreper, for eksempel Ludde og Albert Åberg
- Bygge hytter av pledd, bord og esker
- Leke gjemsel, Tampen brenner og Lang, lang rekke
- Puslespill

Hvis du ønsker å lese mer om romforståelse kan jeg anbefale artikkelen til Line I. Rønning Føsker: Grip Rommet! (Føsker, 2012). Ellers er du hjertelig velkommen til å besøke Vitensenteret Sørlandet i Arendal om du ønsker ytterligere utforskning av Pythagoras i Tareskogen.

Litteratur

Føsker, L. I. R. (2012). Grip Rommet! I Fosse, T. (red.) *Rom for matematikk – i barnehagen*. Bergen, Caspar Forlag AS.

Newcombe, N. S, & Huttenlocher, J. (2003). *Making Space: the development of spatial representation and reasoning*. Cambridge, Mass., MIT press.

Klein, P., Adi-Japha, E., & Hakak-Benizri, S. (2010). Mathematical thinking of kindergarten boys and girls: similar achievement, different contributing process. I *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 233–246.

Foto: Vitensenteret Sørlandet

MUSA I BUA
av Alf Prøysen





Det bor ei mus i en gammal hatt
aller innerst i bua.
Så fikk den lyst til forleden natt
å ta en tur opp i stua.

Først gikk den langsmed et kosteskaft,
og foran tre flasker blåbærsaft,
og så i ring rundt en boks ansjos.
og bak ei krukke med eplemos,
og under skinker og fenalår,
og over bingen
og rundt i svingen
og bortom kroken der fella står,
opp på ei hylle og langs en vegg,
forbi en eske med åtte egg,
og gjennom holet ved grua,
og så stod musa i stua.

Men inni stua der satt en katt,
det satt en katt inni stua,
og musa snudde og sa «god natt,»
og pilte hjem igjen til bua,
igjennom holet ved grua,
forbi en eske med åtte egg,
opp på ei hylle og langs en vegg,
og bortom kroken der fella står,
og over bingen og rundt i svingen
og under skinker og fenalår,
og så i ring rundt en boks ansjos,
og foran tre flasker blåbærsaft,
og tull i tull fra et kosteskaft,
og så var musa i bua!

… Og den kom aldri mer til stua!

Nye medlemmer i LAMIS' sentralstyre

Tone Skori (leder)

Hun jobber nå i Bærum kommune PPT som faglig rådgiver i regning på ungdomstrinnet. Tidligere har hun jobbet ved Huseby skole i Oslo og ved Lesterud Skole i Bærum. En av oppgavene ved Huseby skole, var å bidra til oppbyggingen av matematikkskap med ulike typer konkretiseringsmateriell, samt matematikk-kasser til alle lærer som underviste i matematikk. Hun var også med i Prosjektet fra Ord til handling (2006 -2009) på Lesterud skole, da som representant for Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen (NSMO) der hun for øvrig har vært ressursperson siden 2005. I den forbindelsen har hun holdt en rekke kurs for lærere rundt forbi.

I tillegg har hun vært nettverksleder i Oslo kommunes matematikksatsing MATEMAtakkTIKK 2003- 2007. Satsingen dreide seg om å få til et godt samarbeid mellom skoleslagene og dele gode undervisningsopplegg. Har vært medlem av Landslaget for matematikk i skolen (Lamis) i ca 10 år, holdt kurs for Lamismedlemmer på egne kurskvelder og sommerkurs, og sitter som leder i Oslo/Akershus lokallag.

Per Gunnar Østerlie

Per Gunnar er matematikklærer ved Thora Storm videregående (tidligere Adolf Øiens skole) midt i Trondheim sentrum. Der har han vært ansatt siden 1992, men til sammen har han snart undervist i 30 år. Etter endt ingeniørutdannelse studerte han matematikk, biologi, informatikk og andre realfag ved det som nå er NTNU.

Som matematikklærer har han vært særlig opptatt av hvordan bruk av teknologi kan bidra i undervisningen i tillegg til studier innafor fagområdet har hanvært med på flere prosjekter med det som tema. Per Gunnar har en mastergrad i matematikkdidaktikk.

Skoleåret 2012/13 og 2013/14 er han engasjert ved Senter for IKT i Utdanningen i 50% hvor han arbeider med et spennende, og svært lærerikt, prosjekt: Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM). DVM settes i gang høsten 2013 og vil involvere 1000 ungdomsskoleelever som vil få muligheten til å ta matematikkfaget 1T gjennom nettstudier.

Tor Espen Kristensen (vara)

Tor Espen jobber på Stord videregående skole hvor han underviser i matematikk og fysikk. Han jobber også med å utvikle Den Virtuelle Matematikkskolen. Han har tidligere jobbet i universitet/høyskolesektoren og i grunnskolen. Han har siden 2008 vært ressursperson for Norsk GeoGebra Institutt og siden 2013 for Matematikksenteret. Han er med i Utdanningsdirektoratets eksamensnemd for programfagene i matematikk. Tor Espen har skrevet boka *GeoGebra 4,0 for videregående skole.* Hans interessefelt er problemløsing og digitale verktøy i Matematikklæring.