tangenten 2/2022

tidsskrift for matematikkundervisning 33. årgang

tangenten 2/2022

Tidsskrift for matematikkundervisning

Utgitt av Caspar Forlag AS

ISSN 0802-8192

Adresse
Caspar Forlag/Tangenten
Kanalveien 51
5068 Bergen

tangenten@caspar.no
www.tangenten.no

Abonnementspriser

Ordinært	479,– per år
Studenter	279,– per år
Klassesett	250,– per år
(ved minimum 15 studenter)	
Utland	500,– per år

Utgivelsesdatoer
20. februar, 20. april
20. september, 20. november

Layout
Caspar Forlag / Aasmund Kvamme

Grafisk produksjon
John Grieg, Bergen

Artikler til bladet sendes til
tangenten@caspar.no

Omslaget
Utforming: Sigrun Werner

Adresseendringer
Medlemmer i LAMIS må bruke
post@lamis.no
for å melde fra om adresseendinger.
Direkteabonnenter hos Caspar Forlag bruker
post@caspar.no

Retningslinjer for vanlige artikler
tangenten.no/for-bidragsytere/retningslinjer-for-forfattere/

Retninglinjer og informasjon for fagfellevurderte artikler
tangenten.no/for-bidragsytere/retningslinjer-for-niva-1-artikler/

Fagfellevurderte artikler er merket som dette i boksen med forfatteropplysninger.

Matematikk i krigstid?

Krigen har rammet Europa. Vi er alle preget av hvordan Russlands angrep på Ukraina fører til menneskelige lidelser og død. Vonde bilder fyller tv-sendingene og avisspaltene. I skolehverdagen snakker vi med elevene om dette, vi prøver å trøste og oppklare. Hva skal vi med matematikk i slike tider?

Matematikk er der uansett – matematikk er nødvendig når bombefly skal angripe mål, men også når hjelpesendinger skal nå fram til de som trenger det. Matematikk er viktig for teknologisk utvikling slik at propaganda spres, men gir også journalister verktøy til å grave etter hva som er sant og usant. Artikkelen til Hiis Hauge og Lilland belyser hvordan matematikk er nødvendig når ofre for krig og konflikter skal telles. Sannheten er ofte det første offeret i krig, og vi trenger gode metoder for å finne de mest mulig sannferdige tallene. Å telle ofre er et viktig steg i å få satt søkelys på et problem og nærme seg en løsning.

Til tross for store, tunge hendelser ute i verden, skal vi ikke undervurdere viktigheten av den solide, gode matematikkundervisningen vi holder på med i det daglige. Vi vet at matematikk er viktig for å forstå samfunnet rundt oss, for å delta i demokratiet og for å være kritiske til skjevheter i samfunnet. Både elevene vi har fra før og flyktningbarn som kommer fra krig, fortjener gode opplevelser med skolen og matematikken. Å trives i faget kan gi glede i hverdagen og tro på framtida. I dette nummeret av Tangenten beskrives aha-opplevelser om hva ordet «to» egentlig betyr og hvordan rykter sprer seg i skolegården. Tilsynelatende enkle myntoppgaver viser seg å kunne utforskes og videreutvikles til stadig nye utfordringer. Lærere intervjues om et prosjekt om å bruke «ekte og nære tall» i utforsking og i en annen artikkel framgår det hvordan en GPS-basert app kan gi oss mulighet for å lage utendørs læringsløyper. Dessuten fortsetter diskusjonen om hvordan en framtidig matematikkeksamen bør utformes.

Når sommeren nærmer seg slutten, skal det bli deilig å møte engasjerte matematikklærere og andre som heier på god matematikkundervisning til tre dagers sommerkonferanse i Sandefjord. På LAMIS-sidene er det mye informasjon om årets konferanse – legg merke til påmeldingsfristen! Etter to år med korona og en vår med krig, trenger vi tre dager tettpakket med inspirasjon, sol og hyggelige kolleger. La oss håpe at freden har senket seg innen den tid.

Bjørn Smestad

Hauge, Lilland

Å telle de usynlige

Hvordan lager man statistikker av titusener av rapporter om arrestasjoner, savnede eller henrettede? Hvordan settes ulike statistikker sammen med vitneutsagn slik at mønstre trer frem? Statistikk og maskinlæring (se under) har vist seg å være effektive våpen i kampen mot brudd på menneskerettigheter. Human Rights Data Analysis Group (HRDAG) er en gruppe med statistikere og databehandlere som jobber for menneskerettigheter, og har hatt en lang rekke prosjekter. Blant annet var de vitner i rettssaken mot tidligere president i Serbia Slobodan Milošević, og de har avdekket hemmelige gravsteder i Mexico og systematisk tortur i Tsjad. Et motto de har, er å telle de usynlige; å sette lys på de henrettelser som ikke er dokumentert, og som de sier: «We show that statistics have human consequences.»[1] For tiden jobber de med et litt annerledes prosjekt, nemlig om politivold i USA. For deres iherdige og verdifulle arbeid vant HRDAG Raftoprisen i 2021.

Kjellrun Hiis Hauge
Høgskulen på Vestlandet
khh@hvl.no

Inger Elin Lilland
Høgskulen på Vestlandet
iel@hvl.no

Human Rights Data Analysis Group (HRDAG)
Statisticians for human rights
https://hrdag.org/
HRDAG ble opprettet i 1991 av Patrick Bell, der han utviklet en database for El Salvador der militære offiserers handlinger og brudd på menneskerettigheter ble kartlagt i forbindelse med landets fredsprosess. Siden har HRDAG hatt prosjekter i 15 land fordelt på fem verdensdeler. HRDAG består av en liten kjerne av statistikere og databehandlere, men får hjelp fra en lang rekke frivillige med nøkkelkompetanser. Alle prosjektene foregår i samarbeid med andre, for eksempel sannhetskommisjoner og menneskerettighetsorganisasjoner.

Raftoprisen
https://www.rafto.no/
Raftoprisen deles ut årlig til kandidater som kjemper for menneskerettigheter. HRDAG vant prisen i 2021. Første pris ble delt ut i 1987, og det er Raftostiftelsen som står bak tildelingen etter en vurdering av innkomne forslag. Raftostiftelsen ble stiftet i 1986 for å minnes professor i økonomihistorie Thorolf Rafto og hans arbeid for menneskerettigheter og demokrati. Hovedkontoret ligger i Raftohuset, Bergen.

Forfatterne av denne artikkelen var så heldige å bli invitert til å treffe prisvinnerne i forbindelse med prisutdelingen, fordi vi holder et årlig kurs for lærere i regi av Raftostiftelsen. Kursets fokus er rettet mot hvordan matematikk- og norskfaget kan brukes til kritisk demokratisk danning, og da særlig knyttet til arbeid med kontroversielle temaer i klasserommet. I samtalen med Patrick Bell, grunnleggeren av HRDAG, var vi selvsagt interessert i arbeidet til HRDAG. Vi var i tillegg interessert i å høre om de gjennom sine erfaringer fra arbeidet i HRDAG hadde gjort seg noen tanker om matematikkundervisningen, og da særlig emnet statistikk i skolen.

I det følgende presenterer vi to av deres prosjekter, litt om metodene de bruker, og hva de etterlyser av allmennkunnskaper i statistikk. Avslutningsvis presenterer vi noen tanker om hvordan matematikkfaget i skolen kan bidra til at den enkelte i større grad kan bli i stand til å verdsette, vurdere og stille spørsmål ved tallbasert argumentasjon knyttet til samfunnsaktuelle temaer, for eksempel menneskerettigheter.

Ofrene i borgerkrigen i Colombia[2, 3]

Etter flere tiår med borgerkrig ville myndighetene i Colombia ha svar på hvem som ble drept, kidnappet eller som forsvant, og hvem som utførte de voldelige handlingene. En sannhetskommisjon ble opprettet, og 30 ulike organisasjoner bidro med hvert sitt datasett bestående av totalt 200 filer med til sammen rundt 20 millioner registreringer. HRDAG veiledet samarbeidspartnere og lærte dem opp i aktuelle metoder. De involverte samarbeidspartnerne lærte å vaske data (klargjøre data for analyser), blant annet hvordan man velger felles format, finner overlappende data og vurderer kvaliteten på dataene, og samarbeidspartnerne lærte om ulike analyseverktøy. Slik hjelper HRDAG til med å finne «manglende data» som skal få frem ofre som ikke er registrert. For eksempel ble det estimert at 40 % av forsvinningene under borgerkrigen ikke var rapportert. Arbeidet krever at institusjoner, organisasjoner og frivillige jobber sammen om data.

Politivold og rasisme i USA[4]

Siden 2015 har HRDAG jobbet med udokumenterte ofre for politivold og rasisme i USA. Analysemetodene er de samme som de har brukt i andre saker. Funnene er urovekkende. USA har programvare som skal hjelpe politi og dommere til å treffe fordomsfrie valg. Etter å ha analysert store mengder med data konkluderer HRDAG med at valgene likevel er rasistiske. Ikke rart, kanskje, da det blant annet viser seg at rasisme er innbakt i den såkalte fordomsfrie programvaren, fordi den bygger på tidligere (rasistiske) erfaringer. Dette gjelder både programvaren som skal hjelpe politiet med å ta beslutninger, og programvaren som hjelper dommerne i å avsi passende dom; et varsku om at kvaliteten på data er vesentlig i statistiske analyser, samt at slike analyser slett ikke trenger å være objektive. Videre i denne saken fant HRDAG at tiltalte som det ble kausjonert for, hadde større sannsynlighet for å bli dømt skyldig. I tillegg fant de at av alle drap i USA begått av fremmede for den drepte var en tredjedel begått av politiet. HRDAG har også laget statistikker over pågripelser med militære våpen i hjem med barn til stede, og de har sett på seksuell trakassering ved kroppsvisitering. Basert på politirapporter, offisielle klager og vitneutsagn fant de en rekke grove tilfeller av seksuelle overgrep bak rapporteringsordlyden «Improper Search of Person».

Metodene

HRDAG arbeider aldri alene fordi de trenger samarbeidspartnere som har den kontekstuelle kunnskapen. Deres egen kompetanse er innenfor analyse av data, dvs. statistiske metoder og maskinlæring. Maskinlæring er en form for kunstig intelligens og består av å gjøre datamaskiner i stand til å gjenkjenne komplekse mønstre basert på data. HRDAG trenger maskinlæring når de får et utall dokumenter og det ikke er mulig å få lest gjennom alle. Når det er snakk om tusenvis eller millioner av dokumenter, sier det seg selv at det er nødvendig med datahjelp. I politivoldsaken der de skulle kartlegge pågripelser med militære våpen i hjem der det var barn til stede, for eksempel, var det flere måter barns tilstedeværelse ble rapportert på. Noen rapporter hadde rubrikker for slik informasjon, men de var merket på ulikt vis, og i andre tilfeller kom det frem i tekst som beskrev hendelsen. Dette betyr at dataprogrammet må finne rapporter som inneholder pågripelser i hjem der militært utstyr er brukt, de må avdekke ulike ordsammensetninger som viser at barn var til stede, og informasjon som identifiserer rapportene slik at de kan hentes frem. Når papirdokumenter er skannet til en lang sammenhengende fil, trengs det dessuten maskinlæring for å finne ut hvor hver enkelt rapport begynner.

For å få tilstrekkelig informasjon til å belyse en sak må man kvalitetssikre dataene, og det trengs flere datakilder som må overføres til et felles format. Hvis det, for eksempel, er flere uavhengige oversikter over drepte eller forsvunne, er det vesentlig å finne overlapp mellom kildene. Deretter kan det totale antallet drepte estimeres, inkludert de som ikke er registrert. I Guatemalas langvarige borgerkrig ble utallige mennesker drept. I spørsmålet om drepte i Ixil-regionen i 1982–83, sammenliknet de antall overlappende registreringer fra to uavhengige kilder med enkeltregistreringer. Ved hjelp av sannsynlighetsberegninger, nærmere bestemt multiple systems estimation (MSE[5]), estimerte de antall ikke-registrerte drepte til å være en fjerdedel av totalt antall drepte.

HRDAG bruker som regel bayesiansk statistikk i sine analyser i kombinasjon med matematisk modellering. Bayesiansk statistikk skiller seg fra frekventistisk statistikk blant annet ved at det tas utgangspunkt i *a priori* sannsynlighetsfordelinger på ukjente parametre, altså at de behandles som stokastiske variabler (Heuch, 1997). Med støtte i innsamlede data og informasjon blir så den opprinnelige sannsynlighetsfordelingen justert i analysen. Slik kan bayesianerne håndtere visse usikre situasjoner bedre enn frekventistene, men det krever representative data som grunnlag for a priori-fordelingen.

HRDAG tar i bruk og videreutvikler statistiske metoder kontinuerlig. Fordi de har metodene til det, jobber de stort sett med forsvinninger eller dødsfall som ikke er dokumenterte. Enten står de selv for analysene, eller de lærer opp samarbeidspartnerne. HRDAG er avhengig av tillit og troverdighet, så de må være sikre på at påstandene bygger på solide analyser. Dette krever tålmodighet og langsiktighet. I noen saker tar det 10 til 20 år før dataene og analysene kan brukes i kampen mot brudd på menneskerettigheter.

Et av mottoene til HRDAG er at «hvert menneske som har blitt myrdet, skal bli husket.» Dette betyr ikke at de avdekker identiteten til hvert av ofrene. «Hvis vi ikke kan navngi hvert offer, kan vi i det minste telle dem,» som Megan Price, HRDAGs daglige leder, sa i takketalen under prisutdelingen. Men de er forsiktige med å oppgi *ett* tall for antall ofre, og opererer i større grad med intervaller bestemt ved hjelp av sannsynlighetsvurderinger og estimering når de skal si noe om omfanget av forsvinninger og drap. Det må være solid dekning for konklusjonene, ellers kan anklagede bli felt på feil grunnlag, og HRDAG kan miste troverdighet.

I tilfeller der dataene ikke er gode nok til at man kan anslå antall menneskerettighetsbrudd godt nok, eller til at man kan anslå et intervall, kan mønstre i dataene være verdifulle. For eksempel avslørte analyser i prosjektet om politivold at det kunne ligge grove seksuelle overgrep gjemt bak «Improper Search of Person». Det gir grunn til å mene at det må gjøres noe med rapporteringen. Andre eksempler er mønstre som avdekker skjulte gravsteder, og mønstre som avdekker hvem som har gitt ordrer som fører til brudd på menneskerettigheter.

Betydning for matematikk- og statistikkundervisning

Problematikken som HRDAG arbeider med, sammen med fortellingen om hvordan de arbeider med å «telle de usynlige», er viktig i seg selv å få formidlet til elever. Det gir eksempel på hvordan statistikk og tall kan bidra til å gi innsikt i grunnlaget for sosiopolitiske beslutningsprosesser i samfunnet, men også eksempel på hvordan tall kan brukes for å legitimere eller dekke over mer eller mindre kriminelle handlinger utført av et lands myndighetspersoner eller andre beslutningstakere. Det handler om å formidle betydningen statistikk har som redskap for å få innsikt i, men også når det gjelder å kunne skjule, grunnlaget for sosiopolitiske beslutningsprosesser i samfunnet. Samtidig kan fortellingen fungere som inspirasjon til utforskingsprosjekter i matematikkfaget alene eller som del av et tverrfaglig prosjekt i skolen. Gjennom det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap understreker Kunnskapsløftet viktigheten av å gi elevene kompetanse i å utforske, analysere og vurdere funn fra reelle datasett fra hverdagsliv og samfunnsliv, samt gjøre elevene bevisste på «føresetnader og premissar for matematiske modellar som ligg til grunn for avgjerder i deira eige liv og i samfunnet».

I samtalen vi hadde med Patrick Bell, uttrykte han at «It's not necessary for people to understand statistics, but to appreciate statistics.» Med det mente han at det ikke er nødvendig at oppdragsgivere og samarbeidspartnere forstår de kompliserte statistiske metodene, men at de verdsetter styrken ved statistiske metoder og har en bevissthet om hvor begrensningene ligger. Han fortalte videre at myndigheter og personer de ellers kom i kontakt med, ofte hadde begrensede allmennkunnskaper i statistikk. For eksempel var det ikke rent sjelden at oppdragsgivere hadde forventninger om objektive og entydige svar straks det forelå statistikker. Blant annet ble HRDAG møtt med liten forståelse for betydningen av at gode analyser krever data med god kvalitet. En vanlig oppfatning er at tallfestede opplysninger, og som dessuten er behandlet ved hjelp av en datamaskin, gir klare og objektive svar. Den nye læreplanens etterspørsel etter aktiviteter med reelle data og bevisstgjøring av tallmateriale og modellers begrensninger imøtekommer HRDAGs ønske om at folk skal kunne anerkjenne hva analysene krever av datakvalitet.

Fenomenet med overdreven tillit til kvantifiseringer er noe kritisk matematikkdidaktikk har vært opptatt av. Blant annet har Skovsmose (2005, 2006) påpekt at matematikkundervisning kan skape en form for overdreven tillit til tall om undervisningen domineres av et oppgaveparadigme der hver oppgave har kun ett gyldig svar. Det kan støtte opp under en ubegrunnet tro på at tallbeskrivelser er objektive. Videre peker Skovsmose på at anvendelse av matematikk og statistikk kan legitimere tvilsomme beslutninger, kan gi autoritet til fremstillinger og kan forskyve og filtrere etisk ansvarlighet. Når det foretas statistiske analyser, er også konteksten sentral. Patrick Bell understreket betydningen av å samarbeide med folk som hadde god kjennskap til konteksten til tallmaterialet. Uten denne innsikten kunne ikke HRDAG ha utført gode nok analyser. Dette er en erkjennelse som oppdragsgivere ikke har nok bevissthet rundt, sukket Patrick Bell. I tillegg fant han det problematisk at folk ikke vet forskjell på et estimat og en variabel, og han var opptatt av at her hadde skolen en jobb å gjøre når det gjaldt å legge til rette for at elever lærte seg denne forskjellen. Så, hvorfor er dette så viktig for HRDAG? Mens et estimat bare er et anslag på en størrelse, og beheftet med usikkerhet, kan en variabel representere flere verdier.

Datakvalitet kan være påvirket av så mangt. I tillegg til for få data, inkonsistente data og irrelevante data kan mindre opplagte forhold påvirke datakvaliteten, for eksempel hvordan data er samlet inn, hvordan undersøkelsen kan påvirke svarene, og hvordan konteksten og designet av undersøkelsen kan være verdiladd (Weiland, 2017). Hvordan seksuell trakassering ikke ble rapportert i saken beskrevet over, og dermed ikke kom frem i statistiske oversikter, er et eksempel på hvordan valg av rubrikker i et skjema muliggjør at grov trakassering blir gjemt eller dekket over. I mange av sakene HRDAG jobber med, er det i overgripernes interesse at drap ikke blir rapportert, eller at den ansvarlige ikke blir navngitt.

Hvordan kan matematikkundervisning i skolen øke bevisstheten om godt anvendt statistikk? Selvsagt må grunnleggende begreper være på plass, men i denne teksten konsentrerer vi oss om de kritiske perspektivene. Vi understreker betydningen av å inkludere samfunnsaktuelle og samfunnskritiske perspektiver der det er mulig, parallelt med begrepslæring. Uansett om statistikk er knyttet til brudd på menneskerettigheter eller til langt mindre dramatiske samfunnsspørsmål, er det å kunne stille kritiske spørsmål til data en viktig del av å være en aktiv medborger og verdifullt for demokratiet. Det krever imidlertid erfaring med ulike typer svake data og hvordan det påvirker kvaliteten i resultatet. I tillegg krever det erfaring med hva man faktisk kan finne ut av med gode data, og hva de kan bidra til å belyse, slik som for eksempel HRDAG demonstrerer. Dette er et ansvar skolen kan ta og gi elever på ulike trinn erfaringer med, for eksempel ved at elevene selv planlegger, gjennomfører og kritisk analyserer egne og andres undersøkelser foretatt i klasse eller i nærmiljø.

Når det gjelder spørsmål knyttet til kontroversielle temaer som for eksempel nedleggelse av grendeskoler, flyktnings- og innvandringsproblematikk, koronatiltak osv., kan elever få i oppgave å undersøke påstander eller spørsmål som presenteres og diskuteres i mediene. Til dette finnes datasett og tallmateriale til utforskning lett tilgjengelig på sidene til Statistisk sentralbyrå (særlig relevant er Kostra[6]), Flykninghjelpen, FN-sambandet og Folkehelseinstituttet, for å nevne noen. Når det gjelder å få innsikt i forskjellen mellom et estimat og en variabel, foreslår Lysø (2014) at elever i en klasse gruppevis kan få i oppdrag å finne middelverdien i en populasjon hvor en er ute av stand til å undersøke alle verdiene i populasjonen. Deretter kan de undersøke hvordan gruppenes beregnede middelverdier varierer mellom gruppene, og hva dette kan ha å si for hvordan vi kan snakke om middelverdien i populasjonen.

Kritisk vurdering av kontekst er et annet område som HRDAG er opptatt av. Data kan være samlet inn for et visst formål, i en viss kontekst, men det kan være fristende å bruke de samme dataene til andre formål som dataene ikke støtter i samme grad. Trolig er det dette HRDAG ønsker større forståelse for når de blir presentert for mulige brudd på menneskerettigheter samt oversikter og tallmateriale som det var tenkt skulle støtte slike påstander. Relevansen av informasjon og tilnærming for problemstillingen er sentralt både i statistiske analyser og for matematisk modellering, som igjen kan være del av eller bygge på statistiske analyser. For eksempel er metavalidering et begrep som er brukt i forbindelse med matematisk modellering. Dette innebærer å ha et kritisk blikk på data, dataenes relevans og hvordan antagelser og begrensninger påvirker resultatet (Niss, 2015).

Å øve opp elevenes evne til kritisk tenkning står sentralt i Kunnskapsløftet, hvor det understrekes at et hovedmål for skolen er å stimulere elevene til å bli aktive medborgere og gi dem kompetanse til å delta i videreutviklingen av demokratiet i Norge. Det handler om å gi elevene kunnskaper og ferdigheter til å møte utfordringer i tråd med demokratiske prinsipper, øve opp evnen til å tenke kritisk og lære seg å håndtere meningsbrytninger og respektere uenighet.

En kritisk tilnærming til statistikk og matematisk modellering i skolen og til å være kritisk kan bety å være vurderende og evaluerende, for eksempel ved å spørre om noe er feil. Men det å være kritisk kan også forstås som en prosess mot det å forstå og kanskje endre egne oppfatninger om noe (Weiland, 2017). Dette betyr at å jobbe med statistikk og matematisk modellering kan avsløre misbruk, men også utvide ens egen horisont. En kritisk tilnærming handler om å erfare både styrker og svakheter ved bruk av statistikk og matematisk modellering.

Noter

1 https://hrdag.org/
2 https://hrdag.org/2021/10/28/colombia-truth-reconciliation/
3 https://hrdag.org/casanare-colombia/
4 https://hrdag.org/usa/
5 https://hrdag.org/2013/03/11/mse-the-basics/
6 https://www.ssb.no/offentlig-sektor/kostra/

Referanser

Heuch, I. (1997). Striden mellom bayesianere og frekventister om idégrunnlaget for statistiske slutninger. I R. Strand & G.A. Bristow (Red.) *Naturvitere filosoferer* (s. 14–28). Megaloceros forlag.

Lysø, K. O. (2014). *Sannsynlighetsregning og statistisk metodelære* (2. utg.). Caspar Forlag.

Niss, M. (2015). Prescriptive modelling – challenges and opportunities. I G.A. Stillman (Red.), *Mathematical modelling in education research and practice. Cultural, Social and Cognitive Influences* (s. 67–79). Springer International Publishing.

Skovsmose, O. (2005). *Travelling Through Education. Uncertainty, Mathematics, Responsibility*. Sense Publisher.

Skovsmose, O. (2006). Kritisk matematikkundervisning – for fremtiden. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? – om matematiklæring* (s. 273–295). Malling Beck.

Weiland, T. (2017). Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educational Studies in Mathematics, 96*, 33–47.

Lie, Lampe, Børve

Engasjement smitter

Hvordan lærer elever når de arbeider med nære og ekte tall som er knyttet til samfunnsaktuelle problemstillinger? Hvordan bruker elevene faglig kunnskap i argumentasjon og kritisk tenkning? Gjennom prosjektet Argument (se ramme) er det utviklet fem læringsløp for ungdomstrinnet og en Argument-modell for læringsarbeid, med ressurser og veiledning til elever og lærere. I dette intervjuet snakker Johan Lie, en av forskerne i prosjektet med to av lærerne, Jannecke Lampe og Jørgen Børve.

Kan dere fortelle hvordan dere er involvert i Argumentprosjektet?

Jannecke: Vi var med i fra starten av, helt fra første runde. Som lærere har vi fått være med på å utvikle oppgavene, og bearbeide dem slik at de kan brukes i undervisningen. Vi har jobbet mye

Johan Lie
Universitetet i Bergen
Johan.Lie@uib.no

Jannecke Lampe
Ytrebygda skole
Jannecke.Lampe@bergen.kommune.no

Jørgen Børve
Ytrebygda skole
Jorgen.Borve@bergen.kommune.no

ARGUMENT (Allmenndannende Realfag Gjennom Utforsking Med Ekte og Nære Tall) er et forskningssamarbeid mellom Bergen kommune, Høgskulen på Vestlandet og Universitetet i Bergen. Prosjektet er finansiert av Norges forskningsråd.
Nettside: www.argument.uib.no

med å knytte kompetansemål til læringsløpene, og det har selvfølgelig vært justeringer underveis. Vi ble jo kastet ut i det. Vi fikk være med i prosessen med å finne samfunnsaktuelle tema vi skulle jobbe med. Argument-metoden ble presentert for oss, men det var en uvant måte å angripe et stort tverrfaglig tema på. Først hadde vi følelsen av at vi visste hvor vi skulle begynne, men vi ante ikke så mye om resten. Vi har fått påvirke, med de elever vi har og de kompetansemål vi jobber mot. Det har vært lettere å få det til i naturfag enn i matematikk. Det har ikke vært vanskelig å få inn matematikken, men litt vanskelig å få elevene til å forstå at det faktisk er matematikk de arbeider med. Jeg synes egentlig at vi fikk det ganske bra til, spesielt i læringsløpet om nedbør, der vi arbeidet med statistikk og omgjøring av måleenheter.

Jørgen: De som startet prosjektet, UiB, HVL og Bergen kommune, hadde en ide om hva det skulle dreie seg om. Alle de tre skolene og lærerne var med på å påvirke prosessen. I prosjektet var det en tanke om hvordan vi kan undervise matematikk og naturfag på en måte som er samfunnsaktuell og relevant for elevene, og hvordan det kan gjøres på gode måter i klasserommet. Vi lærere har vært involvert i prosessen hele veien. Og vi har sett potensiale for nye arbeidsmåter. Det kan lære elevene mye, men det må vinkles på en klok måte for å få alle elever engasjerte. Når lærerne velger å bruke mye tid på Argument, så er det verdt å legge ned en innsats for å få det så relevant som mulig.

Så dere har klart å implementere tenkningen i den vanlige undervisningen på en måte som er bra for skolen og elevene?

Jannecke: Ja, det er noe med metodene som vi kan bruke ut over dette prosjektet, hvordan vi kan videreføre det til nye tema, som har vært spennende.

Jørgen: Det har vært interessant med overføringsverdien. For eksempel når en skriver en bacheloroppgave eller en masteroppgave i høyere utdanning, så forsker en jo på et veldig snevert felt. Det er kanskje ikke akkurat den informasjonen en er på jakt etter. Det er mer arbeidsmetoden, utforskningen og hva en gjør metodisk som er spennende. Det er litt sånn her også. En lærer seg arbeidsmåten, kritisk tenkning, som en kan overføre til veldig mange aspekter ved livet, ikke bare på skolen. Elevene kan ha mye nytte av å kunne tenke kritisk når de for eksempel ser nyheter.

Så dere sier at prosjektet er nyttig for elevene ikke bare i klasserommet, men også utenfor skolen?

Jørgen: Et eksempel er kritisk tenkning og statistikk. Vi vet jo alle hvordan det går an å manipulere eller lyve med statistikk, når en presenterer resultater. De er gjerne objektivt sett riktige, men så tolkes de på en annen måte. Elevene kan få en forståelse for hva en skal se etter, hvordan en skal lese akser, altså finne ut hva det egentlig er som forklares. Dette kan de ta med seg i hverdagen, når de ser en graf på nyhetene. Så den overføringsverdien er viktig.

Tenker dere at dere har fått løftet frem denne overføringsverdien?

Jørgen: Det er jo vanskelig å si sikkert. En ting er jo å vise at en skjønner det i undervisningen, det er noe annet når en ikke er påskrudd og sitter hjemme og ser på nyhetene. Klarer en å gjøre den koblingen da? Jo mer vi jobber med dette, jo større sjanse er det nok for at de vil klare det.

Jannecke: Ja, og så refererer vi til det vi har gjort tidligere, trekker det inn i andre fag og situasjoner. «Dere husker når vi arbeidet med...». Dette kan gi elevene en knagg å henge det på. «Åja, det var sånn, ja». Elevene tenker gjerne «nå har vi dette faget» og «nei, dette hører ikke til i denne oppgaven». Det er vår jobb som lærere å få dem til å tenke helhetlig og tverrfaglig. På sikt har vi et mål om at de skal klare å finne sammenhenger og gjøre refleksjoner selv.

Jørgen: Det blir jo skrevet en doktorgrad på prosjektet. Noe av det som blir forsket på er hvorvidt elever har blitt flinkere på logisk resonnering og kritisk tenkning. Den forskningen kan jo kanskje vise om det har vært en forbedring hos elevene.

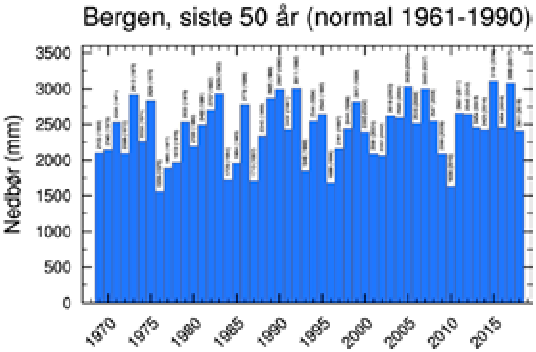
Er det noen spesielle emner, temaer eller kompetanser dere føler passer godt inn i prosjektet, spesielt kanskje i matematikk?

Jørgen: Ja, statistikk er kanskje det temaet som er enklest å ta i bruk.

Jannecke: Det er jeg enig i. Spesielt fikk vi tilrettelagt mye nyttig statistikk i læringsløpet om nedbør. Vi fikk hjelp fra forskere til å finne og tilrettelegge data som elevene kunne mestre å bruke på 8. trinn (figur 1).

Statistikk er et takknemlig tema. En utfordring er likevel at vi lett går i den fellen at vi bare behandler statistikken og ikke matematikken.

Jørgen: Jeg syns vi har fått ganske greit til å finne matematikken. Når elevene finner ut av det selv, så er de automatisk på et høyere nivå. Det er vanskeligere for de som ligger på lav måloppnåelse. Når de skal forklare argu-



Figur 1

mentene sine, så klarer de kanskje ikke å bruke matematikk for å underbygge argumentasjonen på egen hånd. Da kan matematikken bli borte.

Betyr det at å arbeide med et prosjekt som Argument er krevende for elever med lavere måloppnåelse?

Jannecke: Det å finne matematikken krever ganske mye, og en fare er at det lett kan gli over i den samfunnsfaglige biten. Vi har løst dette med å gi elevene konkrete oppgaver. Vi peker ut områdene hvor det glipper litt, og sier «nei, nå mister vi matematikken.» Vi bruker dette som holdepunkter for å trekke det inn senere. «Dette har vi jo regnet på, hva kan vi trekke ut av det?». For eksempel da vi arbeidet med bakterievekst brukte vi riskorn for å vise eksponentiell vekst (figur 2).

Dette er en praktisk øvelse som alle får en forståelse for, og senere kan vi knytte den eksponentielle veksten til bakterievekst. Elevene ser at det ligner på noe vi har gjort før. Vi har brukt introduksjonsoppgaver som har vært felles, slik at vi får alle med fra starten av.

Jørgen: Praktiske øvelser er jo kjempebra til sånt som dette.

Figur 2

Figur 3

Jannecke: I læringsløpet om nedbør jobbet vi med måling og regning. Elevene bygget regnmålere (figur 3) og var ute på fotballbanen og gjorde målinger.

Matematisk modellering er et kjerneelement i LK20. Når dere ser på prosjektet og hvordan elevene har arbeidet - klarer de å modellere selv?

Jannecke: Vi har vel egentlig hjulpet dem litt på vei, da det er en uvant arbeidsform for elevene. En av erfaringene vi sitter igjen med er at det er spennende å gi elevene tid til å utforske og arbeide på denne måten. Vi må ta høyde for at de skal lære å arbeide mer selvstendig. De er jo gjerne vant med å gjøre som jeg sier, mens elevene i prosjektet må være med på å bestemme hva de har tenkt å gjøre når de får presentert det overordnete målet. Vi har kanskje ikke noen supergode eksempler på at elevene har gjort modelleringer selv.

Jørgen: Men nå er vi jo på 8. trinn begge to. Det er ganske stor forskjell fra 8. til 10. trinn på hvor selvstendige elevene er og hvor mye hjelp de trenger. På 10. trinn kommer de gjerne fra A til Å alene, mens vi på 8. trinn gjerne må innom både B, C og D på veien før elevene klarer å se sammenhenger.

Så det handler om elevenes erfaring?

Jørgen: Ja, både erfaring og modenhet.

Jannecke: Når vi snakket om bakterievekst på 8. trinn, så var nivået kanskje litt høyt for mange elever. Da laget vi modellene sammen. De hadde ikke den nødvendige kompetansen til å klare dette selv.

Dere har sikkert gjort dere opp en mening om hva dere sitter igjen med etter arbeidet i Argument-prosjektet? Er det noe spesielt dere vil trekke fram?

Jannecke: Det jeg tror har vært mest spennende er den tydelige koblingen til samfunnsaktuelle problemstillinger som prosjektet har lagt opp til. Det å løfte elevene ut av læreboken, hvis vi kan si det sånn. Det er krevende, men samtidig er det der vi fanger elevene. De syns det er litt kjedelig å arbeide med oppgaver i læreboken. Det å gå inn i undersøkelseslandskapet er spennende. Og så er det litt usikkert hvor vi lander, og det gjør det utfordrende både for elever og oss lærere.

Jørgen: Som lærere må vi ha en god plan i starten, men så må vi også være tilpasningsdyktige underveis. Noen av de første gangene hadde vi triggertimer som vi tenkte kom til å gjøre elevene veldig engasjert og motivert. Dette skjedde ikke nødvendigvis. Et eksempel er da vi skulle arbeide med læringsløpet om nedbør. Da brast en demning på den andre siden av byen på grunn av mye nedbør. Vi lærere tenkte at det er jo helt sykt og kjempespennende. Elevene responderte med «men hvor i all verden er dette?» De hadde aldri hørt om Munkebotn. De hadde ingenting å relatere det til.

Så det å treffe dem er en utfordring i seg selv, eller?

Jannecke: Ja, det er vel sånn som elevene opplever det med noen av eksamensoppgavene som er gitt tidligere. Vi voksne tenker at det er superspennende stoff, men elevene ser ikke relevansen.

Jørgen: Da er det mye mer spennende for elevene å selv gå ut og måle hvor mye nedbør som har kommet. Kanskje de har en hypotese om hvor mye som kommer, og så kan de sammenligne den med hvor mye det faktisk regnet?

Jannecke: Og elevene ble veldig interesserte når de oppdaget at det regner mye mindre i vårt nærområde enn det gjør i sentrum av Bergen. Det var jo kjempespennende. Det hadde vi ikke tenkt på i utgangspunktet.

Jørgen: Det er viktig å være klar over rammebetingelsene. Hvor mye tid trenger vi? Aktiviteter tar ofte mye lengre tid enn det vi har planlagt for.

Jannecke: Trinnet som vi har jobbet på har valgt å knytte Argument-prosjektet mest til naturfag og matematikk, og noen ganger samfunnsfag. Det har vært en styrke med tanke på matematikken. Da har vi klart å holde det faglige fokuset.

Jørgen: Det å vise at matematikken er relevant for verden utenfor klasserommet, at den er relevant for samfunnet, er utrolig viktig. En del av utfordringen, eller en del av problemet for matematikk på ungdomstrinnet, er at elevene ikke kan se relevansen for dem. Det å gi elevene knagger å henge matematikken på, der de kan kjenne den igjen i hverdagen, er viktig for interessen for faget. Det tar tid, og er arbeidskrevende, men det er absolutt verdt innsatsen.

Hvis dere skulle introdusere Argument-prosjektet til andre lærere, har dere noen råd?

Jannecke: Du må ha en plan som tydeliggjør relevansen til matematikkfaget. Videre må det være noen innledende praktiske eller utforskende oppgaver. Dette gir elevene knagger å henge matematikken på. Du må våge å hoppe i det, selv om du ikke helt ser hvor det ender. Vær fleksibel og la elevene få bestemme litt. Våg å slippe deg løs.

Jørgen: En ting som er viktig er samarbeidet mellom lærerne. Alle roller må avklares på forhånd, enten det er bare realfagslærerne som samarbeider eller lærere i alle fag i en prosjektuke.

Jannecke: Det er viktig at vi vet hva elevene skal få ut av det. Både faglig og rent metodisk. De gangene det ikke har vært avklart på forhånd, så har lærerne hatt ulike forventninger om hva elevene skal få til, og hva de egentlig skal lære. Den første gangen ville jeg startet enkelt, og hatt tydelige rammer.

Jørgen: Vi har hatt noen opphetede diskusjoner om hvilke fag som skal være med i prosjektet. I utgangspunktet er det jo tema hvor alle fag kan bidra. Du kan lett knytte prosjektet til å skrive en tekst i norsk. Når alle lærerne ville ha noe ut av prosjektet i forhold til sitt eget fag erfarte vi at dette ble utfordrende. De siste gangene har vi fått dette godt til, men jeg er enig med Jannecke; hvis jeg skulle gjort det for første gang, så ville jeg ha gjort det enkelt.

Er det noe dere ønsker å få fram nå før vi avslutter intervjuet?

Jannecke: Det er mye å hente i oppleggene som er laget. Nettsiden med læringsløpene er blitt bra. Disse er verdt å sjekke for å få inspirasjon. Metodene å jobbe på er engasjerende for elevene. De ser at det er en sammenheng mellom det de lærer på skolen og det som foregår ute i samfunnet.

Jørgen: Engasjerte matematikklærere fungerer bra. Vi må ha tro på prosjektet vi holder på med. Engasjement smitter mellom lærere og elever, innad mellom elever, og mellom lærere.

Moen

Ryktemodellering

I denne artikkelen ønsker jeg å vise et eksempel fra egen undervisning på 8. trinn hvor elevene lærte om potenser gjennom modellering. Grunntanken bak undervisningsopplegget var å ta utgangspunkt i noe kjent for elevene, la dem få modellere det, og ha en felles diskusjon rundt elevenes modelleringsvalg. Vi tok utgangspunkt i hvordan et rykte kan spre seg. Jeg opplevde undervisningsopplegget som spennende for elevene og en god introduksjon til å forstå potensregning. Artikkelen tar for seg undervisningsopplegget med mine erfaringer og refleksjoner.

Undervisningsopplegg med erfaringer

Undervisningen varte en time, og startet med at elevene fikk en oppgave der de skulle vise hvordan et rykte kan spre seg. Oppgaven er skissert i figur 1.

Ryktemodellering

Det er et veletablert faktum at Alexander er den beste læreren på KLUS til å spille fortnite.

Mona er grønn av misunnelse for dette og bestemmer seg for å sette ut et rykte. Hun forteller til 2 elever at hun er bedre. Hun observerer at en elev kun forteller ryktet til 2 nye personer.

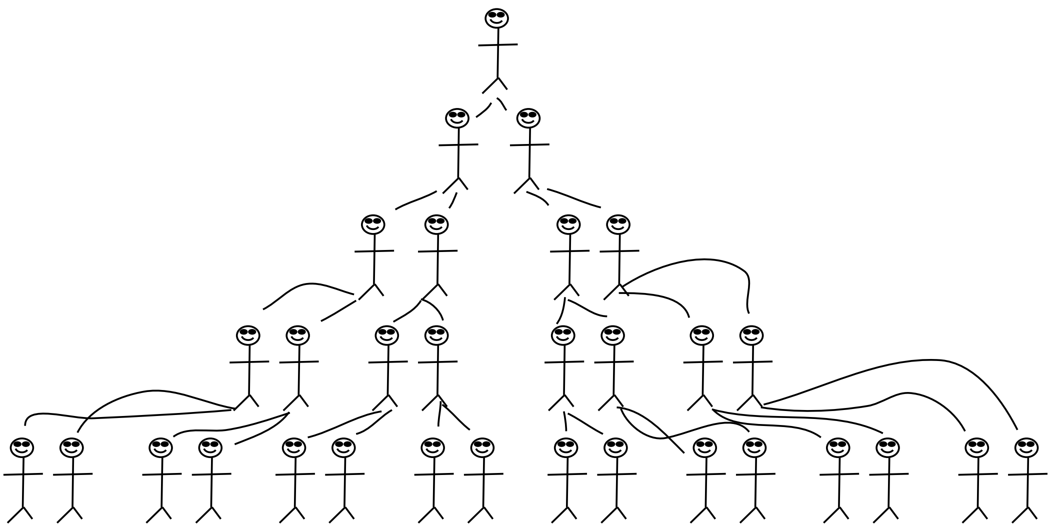
Hvordan sprer ryktet seg? Tegn og bruk matematikk til å vise dette.

Figur 1: Første bilde jeg viste til elevene.

De fleste elevene laget en visuell modell av situasjonen hvor de viste hvordan ryktet spredde seg (figur 2). Mens elevene arbeidet, gikk jeg rundt og stilte dem flere spørsmål underveis. Jeg spurte blant annet om hvorfor de tegnet akkurat denne figuren, og om de kunne begrunne valget sitt. Ingen av elevene kunne gi en begrunnelse, utover at de «følte at den viste ryktet». Siden samtlige av elevene tegnet akkurat denne figuren, virker det som figuren er en svært intuitiv måte å visualisere ryktespredningen på. Videre diskuterte vi hvorfor de ikke tegnet flere strekfigurer, altså hvorfor de avsluttet tegningen der de gjorde. Flere elever sa at de ikke orket å tegne mer, fordi figuren «ble så stor så fort». Hva mener de med dette? Er et rykte noe som vokser? Her svarte elevene at de er innforstått med at ryktet vokser videre. Man «ser jo» at ryktet vokser, og dermed var det logisk å ikke fortsette å tegne.

Etter at elevene var ferdige med å jobbe individuelt, tegnet jeg figur 2 på tavlen og stilte de samme spørsmålene i fellesskap. Målet var å skape en felles diskusjon rundt modellen og hvorfor nesten alle hadde tegnet den samme figuren. Også under fellesdiskusjonen ble de samme argumentene lagt fram. En elev sa at figuren på en god måte viste at det hele tiden er to nye som får vite ryktet. Eleven mente at man

Alexander Moen
Kleppestø ungdomsskule
axmoen@gmail.com



Figur 2: Hva hovedvekten av elevene tegnet. Denne tegner jeg også på tavlen og bruker i fellesdiskusjon.

ser at en har tilknytning til to nye ved å bevege seg nedover figuren. Her begrunner eleven modelleringsvalget sitt, og argumenterer for at figuren er en god løsning på oppgaven.

Mens flere elever sluttet å lage flere strekfigurer av praktiske årsaker («tegningen ble så stor»), forklarte andre at de stoppet opp fordi de mente at et rykte «uansett ikke kunne vokse i all evighet, på et tidspunkt vil det stoppe opp». Dette tyder på at elevene ikke bare ser løsningen av oppgaven som et teoretisk fenomen, men trekker linjer til hvordan et rykte vil spre seg i virkeligheten. Slike refleksjoner tyder også på at elevene stiller spørsmål rundt validiteten av modellen.

Etter diskusjonen rundt figur 2 gikk vi videre til del 2 av undervisningsopplegget. Elevene fikk en ny oppgave som bygget på den første. Oppgaven kan sees på figur 3.

I den andre delen av undervisningsopplegget fikk elevene i oppgave å lage en tabell over hvordan ryktet sprer seg. Dette viste seg å være en overgang som noen elever syntes var vanskelig. De fleste elevene klarte å finne ut at antallet personer som fikk vite ryktet, dobler seg for hver ryktebølge, men det å lage en tabell over ryktespredningen var utfordrende for noen av elevene. Tabellene som ble laget, var enkle, og bestod av to kolonner som viste hver ryktebølge og antall nye personer som fikk vite ryktet.

Når Mona sprer rykte til 2 elever sier vi at det har skjedd en ryktebølge. Når de 2 elevene sprer ryktet på nytt igjen sier vi at det har skjedd to ryktebølger.

Hvor mange nye får vite rykte for hver ryktebølge?

Lag en tabell hvor du sett opp antall nye som får vite rykte for de første 7 bølgene.

*Kan du bruke tall og matematiske operasjoner (+, - * og /);for å vise hvordan ryktet sprer seg?*

Figur 3: Den andre oppgaven jeg viste til elevene.

Ryktebølge	Antall nye
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128

Tabell 1: Tabell som viser hvordan ryktet vokser. Denne tegnet jeg også på tavlen, ved siden av figur 2, og brukte den i felles diskusjon.

For å se sammenhengen mellom den visuelle modellen og tabellen for ryktespredning skrev jeg begge deler opp på tavlen ved siden av hverandre. Jeg stilte også flere spørsmål for å få elevene til å reflektere over det som var på tavlen:

1 Finnes det andre eksempler fra virkeligheten som kan spre seg på denne måten?
2 Hvilke svakheter finnes for denne måten å modellere ryktespredningen på?
3 Hvordan henger tabellen sammen med tegningen vi laget? Hva er likt, og hva er forskjellig?

Disse spørsmålene valgte jeg for å poengtere hvordan matematikk kan brukes til å modellere hendelser og situasjoner fra virkeligheten, vise at modeller alltid har svakheter (som må vurderes), og hvordan man kan modellere de samme situasjonene på forskjellige måter. For å styre diskusjonen og rette den mer inn mot potenser stilte jeg også disse spørsmålene:

4 Hvordan kunne modellen og tabellen sett ut hvis Mona fortalte ryktet til tre personer og det spredde seg med tre nye personer for hver gang?
5 Finnes det andre måter å vise ryktespredningen på?
6 Vil rykter alltid spre seg på denne måten? Hva kan eventuelt årsaken være til at ryktespredningen stopper opp?

Eksempler elevene trakk fram fra virkeligheten, var korona, slektstre (hvis man snur figuren på hodet), sanger på Spotify, TikTok-trender o.l. Svakheter som ble trukket fram, var blant annet at ikke hver elev nødvendigvis ville fortelle ryktet til to nye personer. Noen elever påpekte for eksempel at hvis flere elever har samme omgangskrets, vil de ikke kunne fortelle ryktet til noen som ikke allerede har hørt ryktet tidligere. På den måten vil ryktespredningen dø ut. Dette syntes jeg var både spennende og viktige observasjoner.

Når det gjaldt sammenhengen mellom den visuelle modellen og tabellen, mente elevene at «det viser det samme, men ulikt». Det var lite refleksjon rundt sammenhengen mellom modellene, og hvorfor det kan modelleres på ulike måter. Det kan derfor være lurt å fremheve for elevene at dette er en ny måte å modellere på hvordan et rykte sprer seg, og be dem utdype hvordan de er like, og hvordan de er ulike. I diskusjonene med elevene trakk jeg fram at hver rad i tabellen samsvarer med antall strekfigurer per ryktebølge. Vi diskuterte også hvor mye lettere det er å fortsette å lage tabellen, mens figuren blir veldig stor. Likevel kan det være lettere å se på figuren enn på tabellen og forstå hvordan ryktet sprer seg.

I den siste delen av undervisningsopplegget tegnet jeg opp en ny kolonne i tabellen, se tabell 2. Denne nye kolonnen introduserer enda en ny måte å modellere ryktespredningen på. Etter at jeg hadde skrevet den nye kolonnen, stilte jeg elevene følgende spørsmål:

– Hva tror dere den nye kolonnen i tabellen betyr?
– Ser dere noen sammenhenger mellom de andre kolonnene?
– Hvilke spørsmål får/har dere når dere ser denne nye kolonnen, hva lurer dere på?

Ryktebølge	Antall nye	
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6
7	128	2^7

Tabell 2: Utvidet tabell av tabell 1 som viser hvordan ryktet vokser.

En del av elevene så sammenhengen mellom at ryktet doblet seg for hver ryktebølge, og betydningen av 2-tallet i den tredje kolonnen.

Flere pekte på at tallet i ryktebølgekolonnen henger sammen med eksponenten. De fleste spørsmål jeg fikk, handlet om hva for eksempel 2^4 betyr. Her fortalte jeg hva en potens er, og jeg viste elevene litt av tenkemåten bak potenser, nok til å forstå den nye kolonnen. Avslutningsvis snakket vi om hvordan tegningen og tabellen (med vekt på de ulike kolonnene) viser det samme, det vil si hvordan man kan presentere den samme informasjonen på ulike måter, og hvordan de alle gir en modell av ryktespredning med svakheter og styrker.

Refleksjoner

Det er først ved den siste delen av undervisningen at potenser blir introdusert. Man kan godt tenke at det er en lang omvei, men jeg mener at dette er en viktig avstikker. Jeg tror at ekstraturen hjalp elevene til å knytte kjent kunnskap opp mot ny kunnskap. Samtidig ble det gode diskusjoner rundt modellering av noe hverdagslig, som førte til at elevene så nytteverdien av potenser. Å se nytteverdien av matematikk kan hjelpe elever med motivasjon og lærelyst.

Det var interessant at de fleste elevene (fra totalt fire klasser) tegnet ryktespredningen som figur 2. Denne visuelle modellen får fram flere aspekter av ryktespredning, blant annet hvordan ryktet vokser, hvordan det vokser for hver gang noen får vite ryktet, hvor fort et rykte kan spre seg, o.l. Ingen elever jeg observerte, brukte matematikk, i form av tall, for å vise ryktespredningen. Dette hadde jeg en mistanke om i forkant, og det var grunnen til at jeg ønsket at de skulle lage en tabell i del 2 av undervisningen. Tanken var at tabellen ville hjelpe elevene til å forstå at ryktespredningen kunne representeres på flere måter. Det er også viktig å vektlegge for elevene at det finnes mange måter å modellere spredning på, og at den visuelle modellen og tabellene bare er eksempler på hvordan man kan løse slike oppgaver. Jeg har tro på at elevene kan lære mye av å lage ulike representasjoner av samme matematiske oppgave og se sammenhenger og ulikheter mellom dem. Det kan også være en morsom og kreativ øvelse for elevene å finne flere måter å representere den samme informasjonen på.

For å vurdere læringsutbyttet til elevene etter timen kunne man for eksempel startet neste time med en oppgave som viste ulike modeller av ryktespredning, og bedt elevene tatt stilling til om modellene representerte det samme ryktet. Eventuelt en oppgave hvor elevene skal sortere modeller til flere rykter (f. eks. et rykte som sprer seg hele tiden til tre nye, og et rykte som sprer seg til fire nye) i grupper som viser samme rykte.

Konklusjon

Elevene fikk i oppgave å modellere en problematikk som kan være kjent. Potenser er et nytt tema for de fleste på 8. trinn, men fra dette undervisningsopplegget kan de få et kjent startpunkt og se nytteverdien av potenser. Felles diskusjoner legger vekt på valgene de har gjort, begrunnelser for valgene og eventuelt hva annet man kunne ha gjort. Sammenligning mellom de ulike måtene å modellere på og å poengtere at alle modeller viser det samme, men med ulike svakheter og styrker, er viktig. Dette undervisningsopplegget kan legge til rette for et godt startpunkt for å undervise om potenser og gjøre det meningsfullt for elevene.

Nordskog, Daliri, Palmer

Sannsynlighet på tur

Denne artikkelen handler om et undervisningsopplegg på 9. trinn der vi testet en GPS-basert app som kan legge til rette for gjennomføringen av utendørs læringsløyper. Vi ville utforske om bruk av appen kunne skape engasjement i matematikkfaget, gjennom en kontekstbasert opplevelse utenfor klasserommet med fokus på samarbeid, fysisk aktivitet, bruk av digitale verktøy, orientering og sannsynlighetsregning.

I overordnet del av læreplanverket defineres kompetanse i fagene som evnen til «å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner». Beskrivelsen av kompetanse i fagene utdyper at elevene skal «møte oppgaver og delta i varierte aktiviteter av stadig økende kompleksitet».

Martin Nordskog
Lektorstudent, Universitetet i Agder
martn18@student.uia.no

Deyhim Marjan Daliri
Lektorstudent, Universitetet i Agder
deyhid15@student.uia.no

Helen Suzanne Palmer
Universitetet i Agder
helen.s.palmer@uia.no

Bruk av flere typer kart og digitale verktøy til å orientere seg i kjente og ukjente miljøer er synliggjort som et kompetansemål i kroppsøvingsfaget. Kartforståelse og orientering kan også ha relevans i matematikkfaget som et bidrag til elevenes kompetanse i symbolsk representasjon, romforståelse og geometri.

Matematiske turer

Matematiske byvandringer og utendørs løyper er en tilnærming som kan fremme kompetanse i matematikk (Moffett, 2011; Buchholtz, 2017). Matematiske byvandringer utenfor skolen tilrettelegger for at elever kan praktisere bruk av matematisk kompetanse basert på meningsfulle virkelighetsbaserte oppgaver. Et poeng med de matematiske byvandringene beskrevet av Buchholtz er at oppgavene er stedsbasert. En må være fysisk til stede på de utvalgte postene for å kunne svare på oppgavene. Et eksempel fra Buchholtz er en post ved en rullestolrampe ved siden av noen trapper hvor elevene er bedt om å måle høyden rampen overvinner, og beregne stigningsgradienten for å finne ut om den er innenfor de tillatte sikkerhetsretningslinjene.

Vi funderte på om det også kunne være verdifullt å ha matematiske turer med oppgaver som ikke nødvendigvis er stedsbaserte. Kunne det å bevege seg ut av klasserommet skape engasjement hos elevene, og ville det fungere som en drivkraft for å anvende et bredt utvalg av kunn-

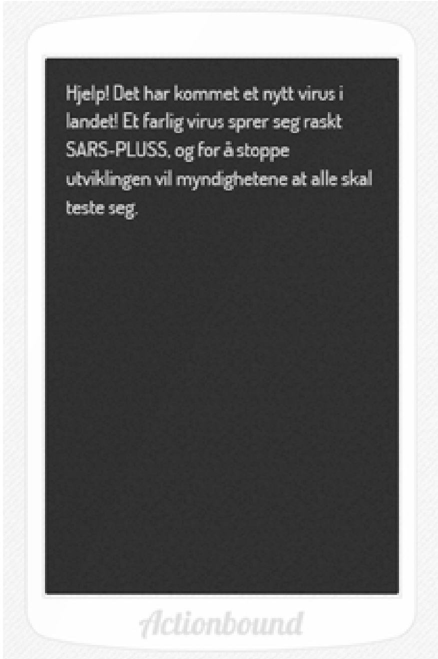
Den GPS-baserte utendørs læringsløypen ble laget i Actionbound (Actionbound, Berlin, Tyskland). Actionbound har en nettportal for lærere, i tillegg til en gratis app tilrettelagt for bruk av elever via smarttelefoner eller nettbrett (iOS og Android). Nettportalen er på engelsk, mens appen er tilgjengelig i flere språk, inkludert norsk. Elevene får tilgang til løypen gjennom appen ved å skanne en QR-kode og følger deretter instruksene de får i appen. Når de får instruks om å finne et sted, blir de presentert for enten en retningspil med avstand i meter eller et digitalt kart.

skaper og ferdigheter i en ukjent situasjon? Fysisk aktivitet er kjent for å fremme fysisk og psykisk helse, og fysisk inaktivitet er i økende grad et problem i høyinntektsland (World Health Organization, 2020). Selv om oppgavene i løypen vi laget, ikke var stedsbasert, var det likevel et forsøk på å lage oppgaver innenfor en virkelighetsbasert kontekst. Løypens matematiske tema var sannsynlighetsregning, og vi hadde en klasse på 9. trinn som over flere uker hadde arbeidet med temaet, til å teste løypen. Elevene gikk ca. 1 km i selve løypen pluss transport til start og fra mål.

Hjelp! Det har kommet et nytt virus i landet!

Konteksten for løypen vår er at det har kommet et nytt og farlig virus i landet som sprer seg raskt. SARS-PLUSS er et fiktivt virus, og flere av tallene vi bruker i beregningsoppgavene i løypen, er også fiktive. Konteksten er likevel virkelighetsbasert og bør oppleves som autentisk for elever i dagens skole. Elevene jobber i grupper på 2–4 med én smarttelefon per gruppe og blir først kjent med konteksten når de åpner løypen i appen, se figur 1.

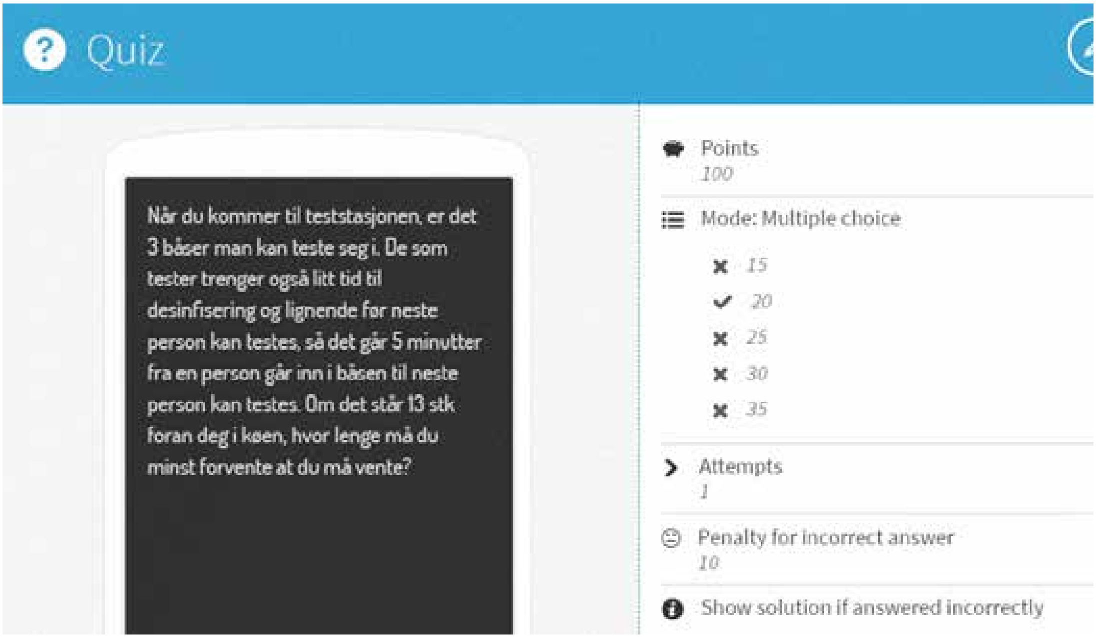
Den første oppgaven er en orienteringsoppgave hvor elevene blir bedt om å finne teststasjonen utenfor hovedinngangen og må bruke OpenStreetMap i appen til å finne frem til første GPS-post. Appen bruker mobiltelefonens GPS



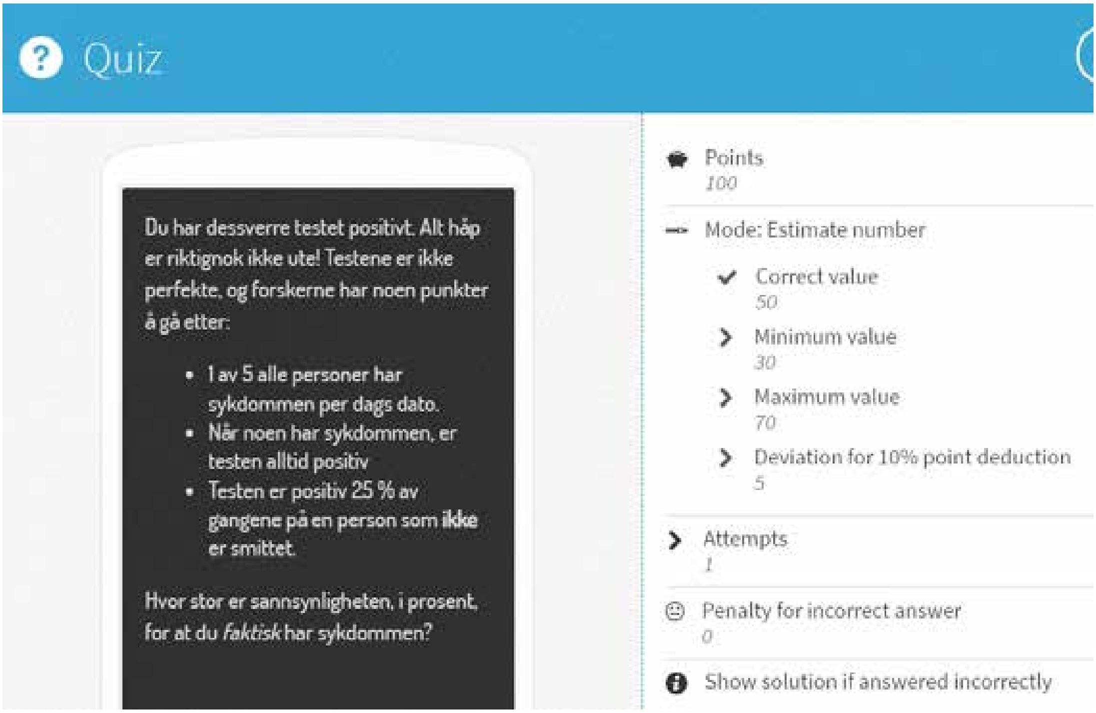
Figur 1: Første informasjonsskjerm som elevene ser når de åpner løypen i appen.

til å registrere at elevene har kommet frem til riktig sted, og elevene får poeng og blir deretter presentert med neste oppgave. GPS-signalet har en nøyaktighet på +/– 20 meter. Elevene får belønningssignalet fra appen (ikon, poengsum 10 poeng og lyd) når de kommer i nærheten av posten. Vi har ikke satt ut poster fysisk i terrenget, og elevene får derfor ingen fysisk bekreftelse på at de har kommet frem til riktig sted, og de kan heller ikke se posten fra langt unna. Det finnes derimot andre støttestrukturer til orienteringsoppgaver. Elevene får en blå prikk i kartet i appen som forteller dem hvor de er, og avstand i meter fra posten.

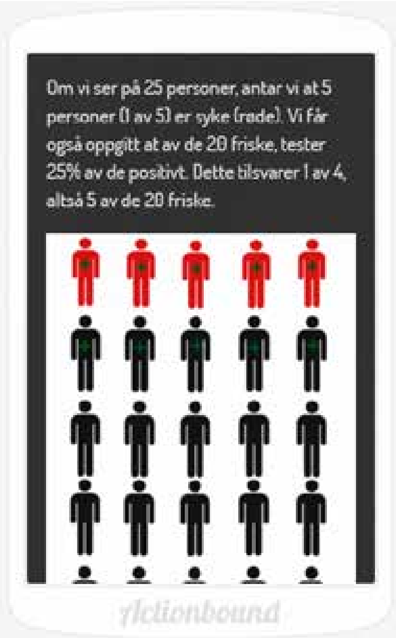
Den første quizoppgaven innebærer avkoding av en tekst og en problemløsningsoppgave, se figur 2. Vi forventer at dette er en mindre kompleks oppgave, slik at elevene kommer godt i gang, får poeng og opplever mestring tidlig mens de blir vant med hvordan appen fungerer. Vi ser i etterkant at 2/3 av gruppene svarte riktig på den første oppgaven, og vi observerte,



Figur 2: Skjermbilde fra nettportalen hvor vi har laget oppgavene som elevene får gjennom appen.



Figur 3: Skjermbilde fra nettportalen som viser oppsett av en av sannsynlighetsoppgavene. Her må elevene estimere sannsynligheten gitt i prosent ut fra gitte opplysninger, og de får poeng basert på hvor nær de er det riktige svaret.



Figur 4: Eksempel på en støttestruktur presentert via en informasjonsskjerm underveis i løypen. Poenget med å vise elevene denne figuren er å konkretisere punktene presentert i oppgaven som vises på figur 3, i tillegg til å demonstrere falsk positiv-konseptet tydeligere.

fra avstand, at gruppene brukte noen minutter til å diskutere oppgaven, noen telte med fingrene eller gestikulerte med armene, antakeligvis for å konkretisere bås og kø-konseptet beskrevet i oppgaveteksten. Elevene oppga i etterkant at den første oppgaven var lett å forstå.

Videre i løypen fikk elevene følgende beskjed: «Du har fått svar på testen, og den er positiv! Du må isolere deg ved bygg 15 inntil videre.» Og de blir ført videre på turen gjennom en ny orienteringsoppgave. Elevene ble deretter utfordret med en rekke oppgaver med sannsynlighetsregning av økende kompleksitet, se figur 3. I tillegg til flere «finn sted»-oppgaver ble noen stillaser presentert via informasjonsskjermer i den hensikt å gjenta vanskelige begreper og bidra til å bygge elevenes forståelse, se figur 4. Det viste seg at denne strategien med støttestrukturer fungerte til en viss grad siden halvparten av gruppene

Figur 5: En støttestruktur som er tenkt å hjelpe elevene til å se hvordan man kan bruke matematikk til å si noe om sannsynlighet av to hendelser man ikke kan forutsi.

Figur 6: En grafikk som er brukt som en del av en av oppgavene, fungerer også som en støttestruktur for å hjelpe elevene til å knytte konteksten opp med den virkelige verden.

svarte riktig på den siste oppgaven etter at de var blitt presentert for informasjonsskjermene.

Elevenes opplevelser

Læreren samlet inn og sendte oss dokumentasjon på elevenes oppfatninger av deres opplevelse. Da elevene ble spurt hva som var bra med denne måten å ha matematikk på, svarte de at det var gøy, de likte at de kunne gjøre noe annerledes, de opplevde det som positivt at de fikk beveget seg i frisk luft, og at det var sosialt.

Flere ga uttrykk for at det var mer engasjerende enn en vanlig matematikktime. Elevenes utsagn kunne tyde på at det var Actionbound som noe nytt i seg selv som gjorde opplegget engasjerende og spennende, mens flere nevnte spesifikt at det var godt å bevege seg og ikke sitte ved en pult.

Elevene ble spurt om hvordan de opplevde appen, og om det gikk fint å bruke appen uten å vite noe om den. De fleste oppga at appen var lett å bruke og enkel å forstå. Elevene slet mest med kartlesing og kommenterte at kartet var vanskelig å lese, og at det skulle ha vært et kompass. Ut fra våre observasjoner tror vi at dette kan skyldes elevenes kompetanse i kartlesing og orientering minst like mye som kvaliteten til kartet i appen. Det kan tyde på at elevene bør få flere muligheter til å trene på bruk av ulike typer kart for å oppnå kompetansemålet om det å kunne orientere seg, som de har etter 10. trinn i kroppsøvingsfaget. Flere elever opplevde at teksten var vanskelig å lese, og at det var generelt litt for mye tekst og for små bokstaver. Det var en gruppe som trodde at de fikk et virus på telefonen, og skulle ønske at de hadde fått beskjed om at de skulle jobbe med oppgaver om et virus. Sånn kan det gå når en blir utsatt for en ukjent situasjon!

Apropos det å bli utsatt for en ukjent situasjon er følgende kommentar fra en av elevene representativ og forteller noe om opplevelsen som flere elever beskrev: «Vi tror kanskje vi burde fått en bedre introduksjon om appen. Det var rart å starte opp appen for første gang, men etter hvert ble vi bedre kjent med appen, og da var det lettere å skjønne den.» Det er interessant at elevene sier at de tror de *kanskje* burde fått en bedre introduksjon om appen. Vi tolker dette som et tegn på at elevene er uvant med å starte opp med noe nytt uten å få klare instruksjoner. Samtidig oppgir elevene at det egentlig gikk fint. Vi tenker at denne opplevelsen er viktig for at elevene skal lære å stole på seg selv og mestre utfordringer livet byr på. Dette kan kobles opp med utvikling av problemløsningskompetanse i matematikkfaget. Det er ikke nødvendigvis positivt for elevenes utvikling at de alltid kan henvende seg til læreren i møte med ukjente problemer. Lærere er ofte veldig gode til å bryte komplekse problemer ned til mindre oppgaver som blir lettere for elevene å angripe. Elevene bør også få muligheter til å løse problemer selv.

Elevene ble også spurt om de fikk vite mer om hva man kan bruke sannsynlighetsregning til. Elevene kommenterte at det var interessant å vite mer om rekkevidden eller bruksområdet til sannsynlighetsregning, og at de også fikk med seg noe tverrfaglig kunnskap om virus og falske positive tester. «Vi skjønner nå hva man kan bruke sannsynlighetsregning til. Før skjønte vi egentlig ikke hva man skulle bruke det til», sa en av elevene.

Elevene ble spurt om hvilke oppgaver som var gode, hvilke som var vanskeligere, og om oppgavene kunne vært formulert annerledes. Det var store forskjeller i svarene vi fikk, noe som er å forvente fra en 9. klasse med ulikt matematisk nivå. Vi fikk inntrykk av at det var generelt litt for mye tekst som utfordret elevenes leseforståelse. Mens noen elever likte at oppgavene var utfordrende, og at de måtte tenke litt, opplevde andre at enkelte av oppgavene var altfor vanskelige, at de måtte gjette seg frem, at det var vanskelige ord og mye informasjon å holde tråden i.

Muligheter, (forbedrings)potensial og utfordringer

Verktøy som tilrettelegger for GPS-baserte utendørs læringsløyper, åpner muligheter for å kunne tilrettelegge for diverse læringsaktiviteter utenfor klasserommet som læreren kan planlegge, justere og videreutvikle fra arbeidsrommet, uten å sette ut poster fysisk i terrenget. Nettportalen som samler elevenes besvarelser, forenkler også lærerens arbeid med underveisvurdering av både egen undervisning og elevenes læring, men den presenterer også utfordringer knyttet til elevenes personvern. Vi samlet ikke inn personopplysninger om elevene fordi de brukte aliaser, og besvarelsene inneholdt ikke personidentifiserbare data som videoer, selfies, lydfiler eller lignende, kun svar på quizoppgaver.

I mange tilfeller vil det være ønskelig at læreren bruker verktøyet til sitt fulle potensial. Uten å overvåke elevene mens de gikk løypen, kunne vi ha samlet data om elevenes strategibruk om vi hadde lagt inn spørsmål om hvordan elevene løste oppgaven, og bedt elevene om å spille inn en lydfil hvor de sa noen ord om hvordan de hadde angrepet enkelte oppgaver. Men hadde vi gjort dette, hadde vi samlet inn personidentifiserbare data.

Før lærere tar i bruk GPS-baserte verktøy som Actionbound, er det viktig at de tar en risikovurdering om hvilke personidentifiserbare data som blir samlet, hvor dataene blir sendt og lagret, når de blir slettet, og hvem som kan gi samtykke til bruk av appen. Selv om apper er utviklet i Norge eller i EU, har de ofte underleverandør basert utenfor EU. Hvis en GPS-basert app bruker en karttjeneste som Google Maps eller OpenStreetMap, vil data vanligvis bli sendt til servere i USA som kobler IP-adresser til geolocations. Mange bruker GPS og karttjenester i hverdagen uten å tenke nøye over hva det betyr for vårt personvern, men som lærere må vi sette oss inn i dette.

Opplegget skapte engasjement hos elevene, og de ble utfordret til å anvende kunnskaper og ferdigheter i en ukjent situasjon. Dette mestret de delvis, og de utvidet sin forståelse for rekkevidden av sannsynlighetsregning som de allerede hadde jobbet med på skolen i flere uker. Det er verdt å poengtere at selv om den fysiske aktiviteten i seg selv kan gjøre at elevene blir engasjert i de matematiske oppgavene, ser det ut som det hjelper at oppgavene oppfattes som relevante og virkelighetsnære. Det ser også ut til at oppgavene ikke nødvendigvis trenger å være stedsbaserte for å være engasjerende. Det å ta oppgaver ut av klasserommet og inn i en aktiv kontekst er engasjerende i seg selv.

Teknologi og digitalisering av undervisning gir mange muligheter til å utforske og utvikle nye undervisningsformer, men den reiser også utfordringer med personvern. Teknologi er også mye dårligere enn læreren når det gjelder oppfølging av elevene. Løypen vår ga elevene mange utfordringer, og de kommenterte at det «ble mye informasjon å holde tråden i». Vi blir derfor påminnet om at man må finne en balanse mellom informasjon og instrukser elevene får og ikke får i forkant, slik at elevene blir utfordret med en ukjent situasjon, men samtidig har forutsetninger for å oppleve mestring.

Vi vil takke deltakerne, elevene og deres lærer, samt universitetslektor Linda Opheim, som ga oss tilbakemeldinger underveis i prosjektet og oppfordret oss til å skrive om dette for Tangenten.

Referanser

Buchholtz, N. (2017). How teachers can promote mathematising by means of mathematical city walks. I G.A. Stillman et al. (Red.), *Mathematical modelling and applications. Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education* (s. 49–58). Springer International Publishing AG.

Moffett, P.V. (2011). Outdoor mathematics trails: an evaluation of one training partnership. *Education 3-13, 39*(3), 277–287.

World Health Organization (2020, November 26). *Physical Activity*. https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/physical-activity

Fossum, Rogstad, Smestad

Eksamen på like vilkår?

Fram til koronapandemien var eksamen en fast del av elevenes sluttvurdering både i ungdomsskolen og i videregående skole. De siste tre årene har imidlertid både muntlig og skriftlig eksamen vært avlyst. Neste skoleår kommer eksamen tilbake. Pausen, sammen med ny læreplan, ny vurderingsforskrift og allerede planlagte endringer i eksamen, gir både grunn til og rom for å tenke igjennom hva eksamen bør være framover. Et forskningsprosjekt som har evaluert matematikkeksamen på 10. trinn i perioden 2017–2019 (Andresen et al., 2017), kan bidra med noen svar.

Eksamen er en viktig del av elevenes sluttvurdering. Gjennom å gi informasjon om elevenes kompetanse ved avslutning av faget fungerer også eksamen som et transparent grunnlag for rangering av elevenes prestasjoner. Utover dette har eksamen betydning for hvordan lærere tolker og arbeider med læreplanen, og hvordan prestasjoner vurderes (Utdanningsdirektoratet, 2019a). I tillegg brukes tidligere eksamensoppgaver som materiell i undervisningen (Andresen et al., 2017). Kort sagt, eksamen har ikke bare betydning for elevenes sluttvurdering, men også for den daglige undervisningen.

Aina Fossum
OsloMet – storbyuniversitetet
aifos@oslomet.no

Jon Rogstad
OsloMet – storbyuniversitetet
jon.rogstad@oslomet.no

Bjørn Smestad
OsloMet – storbyuniversitetet
bjorn.smestad@oslomet.no

Formen på ny eksamen

Utdanningsdirektoratet har arbeidet med å fornye eksamensoppgavene etter LK20. Foreløpig kan vi vurdere resultatet ut fra flere sett med eksempeloppgaver.[1] Blant dem er det et digitalt sett samt oppgaver til en todelt eksamen. Vi tar utgangspunkt i den siste versjonen av eksempelsettet (Utdanningsdirektoratet, 2022). Dette oppgavesettet består av en del 1, som skal besvares i løpet av én time, og en del 2, som skal leveres etter ytterligere fire timer. På del 1 er ingen hjelpemidler tillatt (som tidligere), mens det er tillatt med alle hjelpemidler på del 2, bortsett fra de som muliggjør kommunikasjon. Utdanningsdirektoratet har også utarbeidet et løsningsforslag til eksempelsettet.

Når det gjelder formen på eksamen, har vi særlig vært opptatt av antall oppgaver og språkbruken. I perioden 2017–2019 bestod hvert eksamenssett i matematikk på 10. trinn av om lag 50 deloppgaver. Dette er betydelig flere enn det som er planlagt i den nye eksamenen. I eksempeloppgaven vi har sett på særskilt, er det kun 22 deloppgaver. Reduksjonen er viktig fordi det kan gi mer konsentrasjon på eksamensdagen. Ikke minst synes dette grepet riktig ut fra funn vi gjorde i vår evaluering. I sluttrapporten pekte vi på at antall oppgaver fører til et tidspress som gjør det vanskelig å teste flere av de kompetansene som etter LK20 har blitt kjerneelementene i faget, for eksempel problemløsning (Bjørnset et al., 2020, s. 128–129).

I evalueringen var vi også opptatt av at norskferdigheter synes å være en forutsetning for å levere en god eksamen i matematikk.[2] Vi mener dette er problematisk, til tross for at vi erkjenner at kommunikasjon er et kjerneelement i matematikk. Store mengder tekst og ikke minst ord som mange av elevene ikke forstår (for eksempel klaffebro, kulelager og jerrykanne), resulterer i at elevene har systematisk ulike forutsetninger for å vise fram de matematiske ferdighetene de besitter. I dagens Norge, med et stort innslag av elever som ikke har norsk som morsmål, mener vi at denne innvendingen er vektig. Vi argumenterte derfor for at eksamenssett bør piloteres.

En reduksjon av antall oppgaver bidrar til at antall ord blir redusert, noe som vil gi kandidatene bedre tid. I den nye eksempeloppgaven er antall ord redusert med 40 prosent i forhold til perioden 2017–2019. For å vurdere språklig vanskegrad ser vi blant annet på ord per setning, andel lange ord, andel lavfrekvente ord, og andel sammensatte ord, og ut fra disse målene er eksempeloppgavene sammenliknbare med 2017–2019. Dette ser vi som positivt, fordi det innebærer at elever med begrensede norskferdigheter får mindre tekst å forstå, av om lag samme språklige vanskegrad. Imidlertid har andelen generelle akademiske ord økt fra 2 til 5 prosent. Dette er ord som verken er dagligtale eller fagspesifikke ord (for eksempel beskrivelse, argument, utvikling, sammenheng), og som ofte skaper problemer for bestemte grupper av elever. Mer konkret vil akademiske ord favorisere elever med høyt utdannede foreldre, mens barn med lavere utdannede foreldre gjerne har mindre kjennskap til disse ordene og begrepene. På den måten kan formen på eksamensoppgavene bidra til å gi klassebetingede forskjeller i hvem som lykkes i å dokumentere sine matematiske ferdigheter.

Utover enkeltbegreper kan også lange og komplekse ordsammensetninger bidra til å gjøre oppgaver (unødig) kompliserte. Dette finner vi også i eksempelsettet, for eksempel i oppgave 2b i del 2, hvor det står: «De ønsker å være det billigste firmaet om du leier sparkesykkel i inntil 25 minutter, men samtidig ønsker firmaet å tjene så mye som mulig.» Slike setninger kan være vanskelige å avkode selv for elever som tar eksamen på sitt morsmål.

Det er også grunn til å trekke fram preposisjoner. Preposisjoner har ofte avgjørende betydning i en setning, men er samtidig ord som man kan ha problemer med, ikke minst på andre språk enn morsmålet. Formuleringene «Argumenter for at …» (oppg. 3) og «Argumenter for om …» (oppg. 1 og 8) skiller seg ad bare ved en preposisjon, men de er avgjørende forskjellige. Vi mener at «Argumenter for om …» er uheldig i en eksamensoppgave, siden det er naturlig å forvente at «Argumenter for …» handler om å gi argumenter som støtter en påstand. Det er nok tydeligere å skrive «Argumenter for eller mot …».

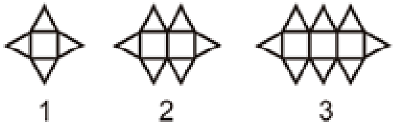
Illustrasjonene i eksamensoppgavene kan deles i de som er avgjørende for å løse oppgaven, de som er til hjelp, og de som er til pynt eller motivasjon. Det at det veksles mellom disse typene illustrasjon, kan gjøre det vanskelig for elevene å trekke ut det de trenger av informasjon. Med færre oppgaver er også antallet illustrasjoner redusert i eksempelsettet sammenliknet med perioden 2017–2019. I eksempelsettet er det totalt 14 illustrasjoner hvorav fem er til pynt. Sju av oppgavene der illustrasjonene er avgjørende eller til hjelp, er nevnt i oppgaveteksten, og en del av illustrasjonene som karakteriseres som «til pynt», kan gi elevene nyttige hint om hva oppgaven handler om.

Del 1

I 2019 var det 30 deloppgaver på del 1. Dette ga i gjennomsnitt fire minutter til å løse hver oppgave. I eksempelsettets del 1 er det 9–11 spørsmål, avhengig av hvordan man teller avkrysningene i oppgave 2. Eksamenstiden er bare én time, og det gir omtrent seks minutter til hver deloppgave. Dette gir rom for å tenke seg litt mer om. Formen på oppgavene i del 1 i eksempelsettet er lik formen på tidligere del 1 av eksamen og kan sammenliknes.

Vi vil se kort på oppgave 1 i del 1.

Oppgave 1



Bildet viser de tre første figurene i et mønster. Figurene er satt sammen av trekanter og kvadrater.

Hvor mange trekanter og kvadrater vil det være i figur nr. 10?

Trekanter: ________________

Kvadrater: ________________

Den har noen likhetstrekk med oppgave 25a på del 1 av eksamen i 2017.[3] Til tross for at denne lå helt til slutt i oppgavesettet, var det 80 prosent av kandidatene som fikk uttelling (Andresen et al., 2017, s. 52). Oppgaven i eksempelsettet kan løses ved regning eller ved å tegne figur 10 og telle. Siden antall kvadrater tilsvarer figurnummeret, ville det å snu på spørsmålet og sette kvadrater først kanskje gjøre at flere får mestringsfølelse fra start.

De siste årene har det vært en sterk økning i antall flervalgsoppgaver, og våre analyser har vist at elevene som presterer svakest, får en uforholdsmessig stor del av sine poeng fra flervalgsoppgaver.[4] Både sensorer og andre lærere har problematisert at det er vanskelig å tolke hvilken kompetanse elevene viser når de krysser riktig. I del 1 er 3 av 7 oppgaver (6 av 11 spørsmål) flervalgsoppgaver, så de har fortsatt en sentral plass i del 1, men siden del 1 er redusert fra 2 timer til 1 time, er andelen i settet under ett, redusert.

Del 2

Det er imidlertid særlig i del 2 av eksamen at det har skjedd flere og betydelige endringer.

Dette er den første oppgaven i del 2:

Oppgave 1

Nedenfor ser du hvordan Olav har forenklet uttrykket $\frac{6x^2+2}{2}$.

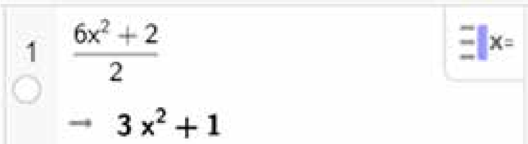
$$\frac{6x^2+2}{2} = \frac{6x^2+\cancel{2}}{\cancel{2}} = \underline{\underline{6x^2}}$$

Argumenter for om framgangsmåten Olav har brukt for å forenkle er riktig.

Oppgaven kan knyttes til kompetansemålet «utforske algebraiske rekneregler» på 8. trinn. Oppgaver med algebraiske uttrykk er gitt på del 1 av eksamen i 2017–2019 og uttellingen har vært lav på disse oppgavene. Eksamen i 2017 hadde to algebraiske uttrykk som skulle forenkles: $\frac{a+a+a}{a}$ og $\frac{a^2-b^2}{a-b}$. Uttellingen på disse var henholdsvis 26 og 18 prosent (Andresen et al., 2017, s. 52). I 2018 var den ene av oppgavene endret fra å skulle vise utregning i regnerute til flervalg, og denne oppgaven inneholdt heller ikke brøk. 75 prosent av kandidatene valgte riktig alternativ for forenkling av $3(a + 2) - 2a$, mens det samme år var 17 prosent av kandidatene som lyktes med å forenkle dette uttrykket: $\frac{a^2+a}{2a+2}$ (Bjørnset et.al., 2018, s. 83). Det var ingen helt tilsvarende oppgave på eksamen i 2019, men en oppgave som ledet kandidatene via to flervalgsoppgaver til forkorting av algebraisk uttrykk. Den første flervalgsoppgaven var uttrykket for volumet av en kube med sidekant x, deretter uttrykk for kvadrat med sidekant $(a - 3)$. Til slutt skulle kandidatene, uten å vise regningen, forenkle uttrykket: $\frac{a^2-6a+9}{a-3}$. Til tross for de innledende oppgavene var det kun 18 prosent som fikk uttelling på denne oppgaven.

Erfaring fra de tre eksamenene i 2017–2019 indikerer at dette er en oppgave som mange kandidater vil være usikre på, og sånn sett er den kanskje ikke så godt egnet som første oppgave på del 2. Som nevnt tidligere er også «Argumenter for om» en uheldig formulering. Her kunne man kanskje ganske enkelt spurt «Har Olav regnet riktig? Begrunn svaret ditt».

Det er uklart hva som skal til for å få full uttelling på denne oppgaven. Hvis vi forutsetter at det har vært brukt mye tid og fokus på formuleringer og tolkning av kjerneelementene, kan elevene fort tro at det er nødvendig å skrive «en halv norsk stil» for å argumentere godt nok. Matematisk sett vil det være tilstrekkelig argumentasjon å sette inn en verdi for x (for eksempel $x = 0$) og vise at løsningen er feil. Å vise en riktig løsning, for eksempel med CAS (se figur), er også nok så lenge man kan argumentere for at løsningen i oppgaven er annerledes. Ut fra løsningsforslagene kan det imidlertid se ut til at dette ikke er tilstrekkelig på eksamen.



Oppgavene 9 og 10 er av en helt spesiell type. Elevene anbefales å bruke 45 minutter på hver av oppgavene, og i motsetning til tradisjonelle oppgaver hvor elevene får beskjed om hva de skal gjøre matematisk, får de her isteden beskjed om hvilke former for kompetanse de skal vise. Vi vil se på oppgave 9, som presenterer tre påstander: «Summen av fem påfølgende heltall er alltid delelig med fem», «Summen av seks påfølgende heltall er aldri delelig med seks» og «Summen av sju påfølgende heltall er noen ganger delelig med sju». Elevens oppgave er: «Bruk påstandene ovenfor som et utgangspunkt for å vise kompetansen din innenfor abstraksjon og generalisering.»

Slik vi tolker kjerneelementene, viser løsningsforslagene for kompetanse på høyt nivå vel så mye kompetanse innenfor utforsking og representasjon. Dette tolkningsrommet kan gi utfordringer både for kandidatene og for sensorene. I Rammeverket for eksamen – LK20 og LK20S heter det: «Oppgavebestillingen må være forståelig for kandidaten og skal skrives slik at kandidaten ikke misforstår oppgaven.» (Utdanningsdirektoratet, 2021, kapittel 5.2) Det er flere av oppgavene på del 2 der dette kravet ikke er oppfylt, og hvor løsningsforslagene ikke synes å bidra til klargjøring.

Tradisjonelt får de elevene som presterer svakest på eksamen, svært liten uttelling på oppgavene som inngår i del 2. De har først og fremst fått poeng fra enkelte deloppgaver hvor det har vært mulig å få mange poeng, og i oppgaver hvor det ikke kreves høy matematisk kompetanse. I 2019 fikk de noe uttelling på oppgaven med å lage stolpediagram, lese av en graf og reprodusere et regneark som var vist i oppgaveteksten (Bjørnset et al., 2020, s. 71–72). Denne typen oppgaver finner vi ikke blant eksempeloppgavene.

Digital eksamen

I evalueringen av eksamen konkluderte vi i rapporten for 2018 med at det er grupper av elever som har det vi refererte til som «digitale privilegier», noe som ga disse elevene bedre forutsetninger enn andre for å lykkes på eksamen. Digitale privilegier er ikke knyttet til matematiske ferdigheter, men til ytre faktorer som blant annet tilgangen på digitale verktøy (Bjørnset et al., 2018, s. 61). I sluttrapporten fokuserte vi spesielt på elever som presterer svakt på eksamen, og fant at denne gruppen får lite uttelling på del 2 av eksamenssettet og i liten grad viser kompetanse i kommunikasjon, problemløsning og bruk av hjelpemidler (Bjørnset et al., 2020, s. 76). En eksamen hvor en større del er med hjelpemidler, og en eksamen som stiller høyere krav til elevenes digitale kompetanse, vil kunne forsterke disse forskjellene.

Med en digital eksamen vil elevene trenge kompetanse i bruk av de digitale hjelpemidlene som brukes i løsning av matematikkoppgavene (graftegner, kalkulator/CAS og regneark), og de vil trenge generell digital kompetanse for å kunne redigere dokumenter, klippe inn bilder, lagre i ulike formater og laste opp i eksamenssystemet. Det var stor variasjon i hvilken opplæring elevene hadde fått i bruk av digitale verktøy de trengte i løsning av matematikkoppgaver, og bare en liten økning i opplæringen når det gjaldt digital graftegner og regneark fra det ene året til det neste (Bjørnset et al., 2018, s. 57; Bjørnset et al., 2020, s. 82). Få elever hadde fått opplæring i CAS til tross for at det i Eksamensveiledningen var presisert at dette verktøyet skulle være tilgjengelig for kandidatene under hele del 2 av eksamen (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Det er interessant at CAS er helt utelatt i Utdanningsdirektoratets løsningsforslag til eksempelsettet til tross for at det presenteres flere løsninger for mange av oppgavene (Utdanningsdirektoratet, 2022).

Elevene får nå ansvar for bearbeiding og opplasting av filene på eksamen. Tidligere har sensorene rapportert om ulike utfordringer med besvarelsene, og etter eksamen i 2019 meldte 8,9 prosent om problemer som skyldtes feil besvarelse / feil fil, og 9,7 prosent meldte om teknisk feil med filen (Bjørnset et al., 2020, s. 118). Det er ikke trolig at disse problemene vil bli mindre nå.

Pandemien har ført til mer hjemmeskole basert på digitale løsninger. Det kan ha gitt økt kompetanse hos elevene. Det kan også ha ført til større digitale forskjeller fordi tilgang til utstyr og mulighet for hjelp hjemme er ulik, til tross for at mange skoler har forsøkt å utjevne forskjellene så godt de har maktet.

Vurdering

Selv om det er godt samsvar mellom sensorene når det gjelder forslag til karakter før de møtes til fellessensur, viste gjennomgang av en del vurderingsskjema fra eksamen i 2017 stort sprik i vurdering på enkeltoppgaver (Andresen et al., 2017, s. 114). Oppgavene som pekte seg ut, var de som krevde bruk av digitale hjelpemidler, oppgavene hvor elevene selv skulle velge hensiktsmessig metode, og oppgavene som stilte høyere krav til kommunikasjon og begrunnelse.

En ytterligere analyse av et lite antall besvarelser på ulike nivå der kandidatene hadde fått ulik uttelling fra de to sensorene, viste eksempler både på at fullgode besvarelser ikke hadde fått uttelling, og på at ufullstendige og gale svar fikk full uttelling (Bjørnset et al., 2018, s. 113–115). I eksempelsettet har oppgaver sensorene tradisjonelt har ment at det er vanskelig å vurdere, fått mer plass enn denne typen oppgaver hadde i tidligere eksamensoppgaver. I tilbakemeldingene etter eksamen i 2018 etterlyste flere sensorer bedre veiledning (ibid.).

Ved tidligere eksamener har det vært oppgitt antall poeng det er mulig å oppnå på hver oppgave. I veiledningen sensorene får gjennom forhåndssensurrapporten, stod det i 2019:

> Poenggivning og poengsum kan støtte opp om sensors vurdering av elevens kompetanse i matematikk, men er ikke et avgjørende kriterium for karakterfastsettelse. Karakteren skal fastsettes etter en samlet vurdering på grunnlag av kjennetegn på måloppnåelse. (Utdanningsdirektoratet, 2019c)

I tilbakemelding fra sensorene er det flere som kommenterer utfordringen ved å forholde seg til poengene samtidig som helhetsvurderingen og kjennetegn på måloppnåelse skal være avgjørende for karakteren (Bjørnset et al., 2018). I eksempelsettet er det ikke oppgitt poeng, og vi vet heller ikke om vurderingen fortsatt vil basere seg på poeng. Det vi vet, er at det har kommet et utkast til vurderingskriterier (Utdanningsdirektoratet, 2022) som det er bedt om innspill til. Uavhengig av om det utarbeides poengskala eller ikke, må vi regne med at oppgaver vil veies ulikt. Fram til og med 2017 tilsvarte andelen poeng det var mulig å oppnå på de to delene av eksamen, tiden som var til rådighet. Dette ble endret fra 2018, da 47 prosent av poengene kunne hentes på del 1, og dette økte ytterligere til 48,4 prosent i 2019. Eksempelsettene viser ikke hvor stor uttelling de enkelte oppgavene vil gi. Ut fra tidsfordelingen skulle det være 20 prosent på del 1, 15 prosent hver på de to siste oppgavene på del 2, og 6–7 prosent hver på de åtte øvrige oppgavene i del 2. Ut fra våre analyser av tidligere eksamensoppgaver er det grunn til å frykte at de elevene som presterer svakest på eksamen, får enda mindre uttelling enn tidligere.

Konklusjon

Redusert antall oppgaver er et viktig grep for å gjøre det mulig å ha en eksamen i tråd med intensjonene i LK20, og det har samtidig redusert ordbruken en del, noe som er en fordel. Store, åpne oppgaver åpner for å vise kompetanse i kjerneelementene. Men det er utfordrende å lage slike oppgaver som fungerer godt, og eksempelsettene og løsningsforslagene reiser mange viktige spørsmål som det vil være fint å få svar på før eksamen 2023.

Noter

1 Alle eksempeloppgavene er tilgjengelige fra https://matematikk.net/side/Eksamensoppgaver.

2 I Andresen et al. (2017) analyserte vi betydningen av språk- og begrepsbruk og illustrasjoner.

3 Tidligere eksamenssett er tilgjengelige fra https://matematikk.net/side/Eksamensoppgaver.

4 I Bjørnset et al. (2020) er det spesielt fokus på elever som presterte svakt på eksamen.

Referanser

Andresen, S., Fossum, A., Rogstad, J. & Smestad, B. (2017). På prøve. *Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn våren 2017*. Fafo-rapport 2017:36.

Bjørnset, M., Fossum, A., Rogstad, J., Smestad B. & Talberg, N. (2018). *Digitale skillelinjer: Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn våren 2018*. Fafo-rapport 2018:36.

Bjørnset, M., Fossum, A., Rogstad, J. & Smestad B. (2020). *På like vilkår?: Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn 2017–2019. Sluttrapport.* Fafo-rapport 2020:01.

Utdanningsdirektoratet. (2019a, 27. februar). *Kunnskapsgrunnlag for evaluering av eksamensordningen*. https://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/Kunnskapsgrunnlag-for-evaluering-av-eksamensordningen/

Utdanningsdirektoratet (2019b). *Eksamensveiledning – om vurdering av eksamensbesvarelser 2019, MAT0010 Matematikk, Sentralt gitt skriftlig eksamen.*

Utdanningsdirektoratet (2019c). *Forhåndssensurrapport 29.05.2019. MAT 0010 Matematikk. Forhåndssensur 28.–29. mai 2019.*

Utdanningsdirektoratet. (2020, 16. juni). *Vurderinger og anbefalinger om fremtidens eksamen*. https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/vurderinger-og-anbefalinger-fremtidens-eksamen/

Utdanningsdirektoratet. (2021, 15. februar). *Rammeverk for eksamen – LK20 og LK20S*. https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/rammeverk-skriftlig-eksamen-i-lk20-og-lk20s/

Utdanningsdirektoratet. (2022, 24. januar). Eksempeloppgaver i matematikk for 10. trinn. https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/eksempeloppgaver/eksempeloppgaver-i-matematikk-grunnskolen/

Choat

Antallsforståelse uten telling

I denne artikkelen belyser jeg hvordan tidlig utvikling av antallsbegrep kan foregå uavhengig av telling, og knytter dette til muligheter for meningsfulle samtaler om antall med de yngste barna i barnehagen.

Ordet «telling» kan bety mange ting, men i denne teksten viser jeg til opptellingsprosedyre. Dette innebærer at hvert objekt i en mengde blir tildelt et tallord fra telleramsa, i tur og orden, helt til hvert objekt har fått et tallord. Det er fullt mulig å telle uten å forstå at denne prosessen kan gi et antall som resultat, og det er også fullt mulig å finne et antall uten å bruke telling.

I en rekke kulturer har det blitt lagt vekt på ferdigheter i å bestemme små antall uten bruk av en opptellingsprosedyre. Meaney og Evans (2013) gjengir en beretning om barndomstid på 1870-tallet på den australske landsbygda, der Mary Gilmore forteller om hvordan ei kvinne fra et aboriginersamfunn lærte henne å «telle på den innfødte måten»:

> Hun begynte slik hun ville ha gjort det med sine egne barn, og viste meg to fingre, to pinner lagt sammen, to øyne, to ører, to albuer, to føtter. Hun viste meg ikke to tomler, siden tomler hadde en gruppebetydning og hun ikke ville forvirre meg. Siden brukte hun bittesmå pinner, barkebiter, og små jordklumper. Dette var for å vise at gjennom ulike former og ulike plasseringer så ble to værende to; det var også for å trene øyet i å oppfatte raskt. Så snart jeg hadde oppfattet to gikk jeg videre til treere. (Gilmore, 1963, sitert i Meaney & Evans, 2013, s. 490)

Hannah Ruth Choat
OsloMet – storbyuniversitetet
haruc@oslomet.no

Gilmore forteller at det å oppfatte tre og tre, eller enda større mengder av gangen, ble brukt til nøyaktig bestemmelse av antall sauer. Meaney og Evans viser til at barn fra ulike aboriginersamfunn ofte bruker estimeringsstrategier og romlige mønster fremfor opptellingsprosedyren til å finne antall (s. 485–). Et barn kunne finne riktig antall matbiter til 16 personer ved å oppfatte ei gruppe på 16 personer som sammensatt av 5 menn, 6 kvinner og 5 barn, uten å telle (s. 488–489).

Izard m. fl. (2008) undersøkte antallsord blant brukere av Mundurucú-språket i Amazonas, et språk som har ord for mengder på én, to og tre objekter, og som bruker ordet for hånd til å referere til mengder på fem, men som ikke har ei telleramse. Språket omfatter også kombinasjoner av disse tallordene, slik at en kan snakke om «to hender» eller «ei hånd og to ved siden» eller «to på begge sider» (s. 500).

Tverrkulturelle studier bekrefter ideen om at grunnleggende antallsbegreper ikke er avhengige av telling. Det er fullt mulig å finne fram en gitt mengde, og å sette sammen mengder til nye mengder og fortelle hvor store disse er, uten å bruke en opptellingsprosedyre.

Ord for antall er vanskelig

Gilmores (1963) beretning ovenfor viser at barn i aboriginersamfunn fikk opplæring av voksne til å forstå antallsord. Også i samfunn hvor barn møter telling i språkmiljøet sitt lenge før de kan snakke, ser det ut til at det tar tid å lære å bruke de første antallsordene (Wynn, 1992). Dette til tross for at de fleste barn er i stand til å skjelne mellom to og tre ting lenge før de lærer å snakke, noe de for eksempel kan vise ved konsekvent å krabbe mot en skål med tre rosiner fremfor en skål med to rosiner.

Vi kan til en viss grad tenke oss til at antallsordene er vanskelige å lære, ved å reflektere over hva det er disse ordene refererer til. Ord som viser til objekter, som for eksempel «kopp» eller «katt» kan vi langt på vei forklare ved å peke på gjenstander når vi sier ordene. Vanskeligere er det å lære ord som beskriver objektene, som for eksempel en svart kopp, eller en sint katt. Når et barn erfarer at en voksen peker på en sint, svart katt og sier «svart», kan det i første omgang ikke være lett å vite om ordet viser til katten, eller fargen, eller hveselyden, eller den lange halen, eller noe annet. For å forstå ordet «svart» må en oppdage at det samme ordet brukes i ulike situasjoner: for eksempel ved å peke på en svart kopp eller en svart katt. Så må en trekke slutningen at «svart» er noe som er felles for disse objektene, og at det er fargen det dreier seg om.

Antallsord kan imidlertid være enda mer utfordrende enn dette. De viser ikke til egenskaper ved objekter, men til mengder av objekter, og mengder er, som Bloom og Wynn påpeker, «notorisk abstrakte entiteter» (1997, s. 512). En kan peke på en svart kopp og en svart katt, men ikke på en «tre» katt eller en «to» katt. Det er riktignok mulig å peke i retning av tre katter, men når en peker på tre sinte katter, er det neppe antallet tre som fester seg som innholdet i kommunikasjonen. Enda verre blir det om en peker på en samling av ulike gjenstander, for eksempel en katt, en kopp og en kloss. Dette er såvisst «tre», men det er knapt «tre-heten» som er det mest fremtredende trekket ved det vi da viser til.

Antallsbegrepet er altså vanskelig å konstruere. Wynn (1992) viser at mange barn i en lengre periode vet at tallord er knyttet til et bestemt antall, uten å vite hvilket antall som svarer til hvert ord (s. 235). De kan for eksempel forstå at ordet «fire» ikke er en farge eller en plassering eller en ting, lenge før de kan hente fram fire gjenstander når de blir spurt om det.

Et viktig spørsmål blir hvordan barn lærer de første antallsordene, hvordan de finner ut hva de betyr når det å peke er så problematisk for disse ordene. Ifølge Bloom og Wynn (1997) er løsningen at barn oppfatter hint i språket som innsnevrer de mulige betydningene tallordene kan ha. De peker på likheter mellom bruksmåter for tallord og for ord som «alle», «mange» og «ingen», altså ord som beskriver samlinger. Slike likheter mellom språklige kontekster for antallsord og for mengdeord kan sette barn på sporet av innsikt om at tallord handler om samlinger av diskrete objekter (Bloom & Wynn, 1997, s. 517).

Studier som sammenlikner tallordlæring på ulike språk støtter tanken om at språklig informasjon betyr mye for dannelsen av antallsbegreper (Sarnecka, 2014). Barn som vokser opp med slovensk og saudi-arabisk lærer hva ordet «to» betyr tidligere enn andre barn, men ikke fordi de har mer erfaring med telling. På disse språkene brukes grammatiske former som skiller mellom ett, to, og flere enn to objekter, og barna må være oppmerksom på antall objekter som omtales for å lære å snakke grammatikalsk riktig (Sarnecka, 2014).

Det kan være problematisk å overføre slike forskningsfunn direkte til barnehagesammenhenger. Samtidig gir funnene et utgangspunkt for å reflektere over om hverdagslige samtaler, der mengde- og antallsord inngår i meningsfulle sammenhenger, kan være vel så nyttige som erfaringer med telling når barn skal bygge opp antallsbegreper. «Her var det mange bær! Vil du ha ett bær? Her har du ett til, da blir det to! Nå har dere like mange!» Kanskje slik språksetting kan være mer verdifull enn å telle antall bær sammen med barna?

I lys av refleksjonen om hvor vanskelig det er å få tak i begrepsinnholdet som svarer til antallsordene, er det kanskje ikke så rart om den første oppdagelsen av hva et lite tallord betyr, kan fremstå som en aha-opplevelse. Elena Bøhler har fortalt meg om en episode fra barnehagen som gir et glimt av dette gjennombruddet:

> Ole er nesten tre år gammel. Han er en aktiv gutt, en liten propell (…). Men i dag står han stille i flere minutter midt på gulvet på avdelingen, og stirrer intenst på noe i hendene. Det ser ut som om han tenker på noe og er veldig konsentrert, for han hører tydelig ikke at andre roper på ham. Jeg kommer nærmere og ser at han holder to rosa perler, en perle i hver hånd. Jeg skal til å spørre ham hva han gjør, men da sier han selv med en utrolig innlevelse: «To!». Han puster lettet ut og løper mot garderoben uten å se på meg.

Kanskje var det Ole erfarte her en plutselig innsikt i hva tallordet «to» betyr. Det kan vi ikke vite, men det er en rimelig tolkning av episoden. Vi kan da spørre hvilken betydning det har at det er en voksen er til stede og oppfatter at det skjedde en matematisk oppdagelse. Bøhler forteller fra en annen dag i barnehagen:

> En voksen rydder bordet, mens Thomas (to og et halvt år) kommer løpende inn med en ball i hver hånd. Det er små baller i forskjellige farger. «Se, baller! To baller!» roper han til den voksne. Han legger trykk på ordet «to». Den voksne snur seg mot Thomas, smiler og bekrefter «Ja, det er fine baller!». Thomas ser på den voksen med et forvirret blikk. Han står en liten stund ved siden av, det ser ut som om han venter på noe mer. Så snur han seg bort og begynner å gå. Når han går forbi meg, spør jeg: «Har du funnet to baller, Thomas?». «Ja!» smiler Thomas tilbake og går bort til lekekassen.

Forskjellen mellom barnets reaksjon når den voksne sier «Ja, det er fine baller» og når den andre voksne sier «Har du funnet to baller?» er slående. En voksens kunnskap om barns læring av tallord kan gjøre det mulig for barnet å oppleve seg sett og forstått.

I begge tilfeller er det nokså like objekter barnet holder sammen og kaller «to». Mens en voksen, som har et robust begrep om hva «to» betyr kan tenke på en elefant og ei gipsskrue som «to objekter», så er det nok lettere å danne begrepet «to» ved erfaring med to like rosa perler, eller to nesten like baller. Gilmore beskrev at den voksne hadde valgt ut «to ører, to albuer, to føtter». At objektene er forholdsvis like og ikke hver for seg har svært fengende egenskaper kan bidra til at mengden kommer i fokus, og ikke objektene hver for seg – nettopp dette er avgjørende for å danne antallsbegrep.

Å forstå antallsord og telling

I forskning på små barn sine antallsbegreper konkretiseres «forståelse» av antallsord ofte ut fra hvordan barn svarer på en «gi-et-antall-oppgave» (se for eksempel Sarnecka, 2016, s. 158–; Sarnecka & Carey, 2008, s. 664; Wynn, 1992, s. 228–229): En større samling leker blir lagt foran barnet, og den voksne spør barnet om å gi et visst antall av disse til et kosedyr: «Gi fem fisk til maurslukeren». Barnet blir først spurt om å gi ett objekt, og så – hvis dette går bra – om å gi to objekter, og så videre inntil barnet ikke legger fram det antall objekter som det har blitt spurt om. Forskeren spør på nytt om mindre antall. Et barn kan ved tilfeldighet gi riktig antall uten å forstå tallordet, eller tilfeldigvis gi feil antall selv om det forstår tallordet, men det blir vanligvis fort tydelig hvilke antallsord barnet klarer å danne tilsvarende mengder til (Lee & Sarnecka, 2010).

En slik spesifisering av hva det skal bety å «forstå» et antallsord er selvsagt en forenkling. Forstår en for eksempel hva «fire» betyr hvis en kan legge fram fire fisker til bamsen, men ikke vet at man får «fem» hvis det kommer en fisk til? Hva om barnet ikke kan legge frem fire fisk, men vet at det dreier seg om flere enn to fisk? Eller vet at hen er fire år, men ikke kan legge fram fire fisk? Studier som har brukt «gi-et-antall»-oppgaven har likevel gitt en rekke funn som kan være nyttige i barnehagen.

En rekke slike studier konkluderer med at antallsordene læres ett av gangen, i stigende rekkefølge (Sarnecka & Carey (2008) gir en oversikt). Barn som forstår ordet «fire» klarer vanligvis også å legge fram ett, to eller tre objekt. Det å lære nye antallsord tar dessuten tid. Fra et barn har forstått hva ordet «to» betyr går det ofte flere måneder før barnet også forstår hva «tre» betyr, fant Wynn (1992) da hun fulgte ei gruppe amerikanske barnehagebarn over tid. Fra disse barna forsto ordet «en» og til de kunne bruke telling til å finne fram fem ting gikk det godt over et år (Wynn, 1992 s. 241).

Telling og «forståelse» av de første antallsordene er ikke avhengig av hverandre. Det er vanlig at to- og treåringer kan telleramsa, og kan peke på ett og ett objekt av gangen i takt med at de sier «en, to, tre», og at de til og med understreker det siste tallordet ved å uttale det med ettertrykk («tre er det!»), uten å forstå hva «tre» betyr. Hvis de blir spurt om å hente tre biler, eller legge fram tre lekegulrøtter til Frøken Kanin, kan de se uforstående på den voksne og legge fram et tilfeldig antall. Motsatt kan mange to- og treåringer legge fram det antallet lekegulrøtter de blir spurt om uten å telle, så lenge antallet er en, to eller tre. Det er først for antall større enn fire at det er en klar sammenheng mellom det å kunne legge fram et gitt antall objekter og å kunne telle opp tilsvarende mange objekter (Sarnecka, 2016, s. 158–).

Disse funnene kan tyde på at antallsforståelse ikke er et resultat av å ha lært å telle, men heller omvendt. Spelke (2017) argumenterer for at det først er etter at barna har lært hva de første tre antallsordene betyr at de kan analysere telleramsa – som de for lengst har lært utenat som ei regle – og forstå at ordene i regla faktisk benevner påfølgende kardinalverdier for mengder. Nå trenger de ikke lenger å lære betydningen av ett tallord av gangen, gjennom erfaringer med mengder på to, og tre, og fire. De kan generalisere og bestemme antall for alle ordene i telleramsa, så langt de kan den. Slik er «virkelig forståelse for telling en konsekvens av, snarere enn en årsak til, barns oppdagelse av de naturlige tallene» (Spelke, 2017, s. 160).

Hvis dette er riktig er det grunn til å tvile på verdien av å telle så mye sammen med de aller yngste barnehagebarna. Langt viktigere kan det være å snakke om mengder – om to rosiner og tre bamser – enn å telle dem.

Samtaler med barn om antall

Ideen om at antallsbegreper utvikles før telling kan gi nye perspektiver på mange hverdagslige situasjoner i barnehagen. Jeg vil avslutte med å diskutere en interessant praksisfortelling som jeg har fått av Gunvor Østberg Lømo:

> Anni (nesten to år) satt på en matte og lekte med dyrefigurer. William (to og et kvart år) kom bort til henne, han hadde selv to dyrefigurer i hendene, og satte seg ned rett overfor henne. Han hadde blikket rettet mot dyrene. Anni lekte med, og etter et par sekunder strakte han seg frem og grep ett av dem. Anni rynket brynene, smalnet øynene, sa «Nei! Min!» og samlet fort alle dyrene mellom beina og lente seg fremover.
>
> Jeg gikk bort og sa: «Det er vanskelig å leke når du sitter på dyra. Kan jeg hjelpe?». Begge så opp, jeg satte meg ned, sa «Først

> kan dere gi alle dyra til meg». De nølte, men la dyrene i fanget mitt. Jeg la dem ned på matten. «Nå kan Anni ta ett dyr» – hun valgte ett. «Nå kan William ta ett dyr» – han valgte ett. Gjentok en gang.
>
> «Nå kan Anni ta to dyr og så kan William ta to dyr». Barna satt fremoverbøyd og fulgte nøye med på hverandre, begge forsynte seg med to dyr. «Nå kan Anni ta tre dyr og så kan William ta tre dyr», Anni tok tre, William tok fire. Anni strakte seg over mot William, grep det siste dyret han hadde valgt og la det foran meg. William så sint ut og tok det tilbake. Anni så sint ut, sa nei og rakte hånden mot William.

I lys av teorien om at antallsordene tilegnes ett av gangen og i stigende rekkefølge, kan dette hendelsesforløpet tolkes som at Anni forstår antallsordene opp til tre, mens William forstår tallordene opp til to. Når William tok fire dyr, så var dette ikke i noe forsøk på å ta flere dyr enn han hadde blitt oppfordret til å ta. Han forsto ganske enkelt ikke ordet «tre», og tok kanskje et tilfeldig antall større enn to, siden «to» er det største tallordet han forstår. Han vet at det ikke er ett eller to dyr han kan få ta, for disse to ordene kan han. Anni, derimot, som vet hva «tre» betyr, ser med en gang at William har tatt for mange dyr og justerer mengden hans slik at han får nøyaktig de tre tildelte dyrene.

Hva gjør den voksne videre? Når voksne oppfatter at barn ikke forstår små tallord, er det vanlig at de forsøker å hjelpe ved å bruke opptellingsprosedyren:

> Jeg stoppet henne med vent-signal og sa: «Vi kan telle de dyrene du tok nå». Jeg pekte på ett av gangen og talte 1-2-3-4. «Det var en for mye, Anni tok tre». Pekte på hennes tre dyr og talte 1-2-3. «Legg det tilbake, så kan du være først nå. Nå kan William ta to og så kan Anni ta to».

Men hvor mye hjelper det å telle? Det ser ikke ut for at barna får avklart uenigheten sin om antall dyr ut fra den voksnes hjelp med opptellingen. Samtidig virker det som at barna virker fascinert, som om den voksnes innspill treffer noe som i alle fall Anni ønsker å utforske videre:

> De var litt usikre, men lot det fare. Når dyrene var fordelt (det ble ett til overs som jeg sa kunne være mitt), så Anni litt på meg før hun skjøv alle sine dyr tilbake mot meg. Rett etter gjorde William det samme. Vi begynte på nytt, men holdt oss til ett og to.

For voksne som samtaler med barn hver dag, kan det være til hjelp å vite at antallsord læres som andre ord: ved å peke og snakke, ved å høre ordene bli brukt i meningsfulle sammenhenger, og spesielt gjennom samtaler med voksne som viser interesse for hva barna vil uttrykke. Det er ikke først og fremst gjennom bruk av telleramsa og en spesiell opptellingsprosedyre at de første antallsbegrepene dannes.

Takk til Elena Bøhler og Gunvor Østberg Lømo for tillatelse til å gjengi situasjonsbeskrivelsene deres fra barnehagen.

Referanser

Bloom, P., & Wynn, K. (1997). Linguistic cues in the acquisition of number words. *Journal of Child Language, 24*(3), 511-533.

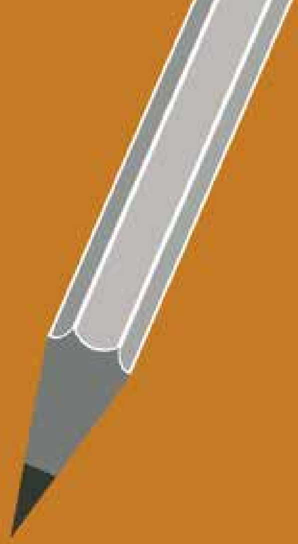
Gilmore, M. (1963). *Old days, old ways: A book of recollections*. Sirius Books.

Izard, V., Pica, P., Spelke, E., & Dehaene, S. (2008). Exact Equality and Successor Function: Two Key Concepts on the Path towards Understanding Exact Numbers. *Philosophical Psychology, 21*(4), 491-505.

Lee, M. D., & Sarnecka, B. W. (2010). A Model of Knower-Level Behavior in Number Concept Development. *Cognitive Science, 34*(1), 51-67.

Meaney, T., & Evans, D. (2013). What is the responsibility of mathematics education to the Indigenous students that it serves? *Educational Studies in Mathematics, 82*(3), 481-496.

(fortsettes side 35)



Om eksamensoppgaver

I forbindelse med privatundervisning fikk jeg se forslag til eksamensoppgaver i matematikk på ungdomstrinnet. To av oppgavene gir meg lyst til å gi en kommentar om matematikkundervisning. Jeg mener at den første utregningsoppgaven i et eksamenssett bør være en utregning og ikke en likning. Men når det kommer en likning, er denne slik:

$3 \cdot 24 \cdot 9 = 4 \cdot 9 \cdot x$. Hvilket tall tilsvarer x?

Jeg har lest noen kommentarer der det påpekes som en vanskelighet at x står på høyre side av likhetstegnet, mens når oppgaven er ferdig utregnet, skal x stå på venstre side, og at dette vil få noen elever til å falle av med en gang. Jeg stiller da spørsmålet *hvorfor det?* Alle vet at likhet er symmetrisk. Når 5 kr er prisen for et eple, så er prisen for et eple 5 kr. Her er det viktig å ikke snakke om å bytte fortegn når ledd flyttes til den andre siden av likhetstegnet i en likning.

Einar Jahr
Pensjonert matematikklærerutdanner
einjahr@hotmail.no

Får man likningen $5 = x$, skal man altså ikke måtte følge opp med $-x = -5$, og så multiplisere med -1 på begge sider, før læreren godkjenner svaret $x = 5$. Hvis man forlanger det, bidrar man til å *venne elevene av med å tenke*, og man skaper unødvendig mange tapere i faget. Når matematikkfaget har rykte på seg for å skape tapere, tror jeg det i stor grad skyldes at enkle oppgaver som denne gjøres vanskelige gjennom rigide krav til framgangsmåter og liten frihet til å følge egne tanker.

Den neste oppgaven som jeg vil kommentere, er denne:

> Helltunnelen utenfor Trondheim er 4 km lang. En bil kjører i 80 km/h gjennom tunnelen. Hvor lang tid vil bilen bruke gjennom tunnelen?

Elevene skal velge mellom følgende svaralternativer: 2, 3, 5 eller 20 minutter. Professor Thomas Nordahl sier at elevene her blir narret til å krysse av feil, idet mange elever nok vil dividere 80 med 4, for så å krysse av på 20 minutter. Han regner altså med at mange elever har denne «strategien» for å løse tekstoppgaver:

«lag et regnestykke med tallene i oppgaven, regn ut og håp det beste». Den strategien blir ikke brukt av elever som har vent seg til å tenke på grunnlag av meningsinnholdet i teksten. De aller fleste skoler har en veistrekning i nærheten på omtrent 4 km, og elevene vet utmerket godt at de ikke bruker 20 minutter på å kjøre den i 80 km/h.

Jeg kjenner mange som har lidd av undervisningsskader av denne typen. På spørsmålet «hvor langt kjører man i 30 minutter med 80 km per time?» har reaksjonen vært «husker ikke formelen». Jeg er sikker på at folk flest vet at 30 minutter er en halv time og at man med konstant fart kommer halvparten så langt på en halv time som på en hel. Men de har lært at i matematikk gjelder det å huske formler, og da er tankene permittert. Jeg vil foreslå å løse oppgaven slik: Det gjelder å finne anvendt tid på en gitt strekning. Det som er oppgitt, er bilens fart i kilometer per time, altså hvor langt den kommer på en gitt tid. Hvordan kommer man derfra til hvor lang tid den bruker på en gitt strekning? I undervisningen ville jeg da ha vent elevene til å «snu på flisa» og si at en fart på 80 km/h er å bruke 60 minutter på 80 km. Oppgaven er å finne ut hvor mange minutter bilen da bruker på 4 km. Det er en tjuedel av 80 km, og en tjuedel av 60 minutter er 3 minutter. Ingen formell likning er nødvendig, men trening i praktisk forståelse av hva oppgavens opplysninger betyr, er det som skal til.

Men jeg har også en mer overordnet didaktisk innvending mot denne oppgaven. Ett moment er at elevene må lese mye før de kommer til matematikken. Men hva er det de må lese? Dette er et av de altfor mange mislykkede forsøkene på å sette matematikken inn i en kjent kontekst. Den skal knyttes til elevenes nærmiljø, heter det så vakkert. Men hvor nær er Helltunnelen til f.eks. Setesdal? Spiller det noen rolle for å kunne vurdere elevenes kunnskaper i matematikk at denne bilen kjører gjennom akkurat den tunnelen? Nei, tilknytningen til elevenes hverdag og nærmiljø skal skje i undervisningen av de faktiske elevene. Matematikkens store styrke er at dens abstrakte og teoretiske karakter gjør det mulig å anvende den i utallige forskjellige konkrete sammenhenger. Det aspektet er umulig å ta hensyn til i eksamensoppgaver som skal ha samme relevans over hele landet. Den nevnte oppgaven burde ganske enkelt ha vært slik: «En bil kjører i 80 km/h. Hvor lang tid bruker den på 4 km?» Den blir ikke lettere av at den liksom knyttes til et bestemt sted i Norge som kanskje noen elever vet hvor er.

(fortsatt fra side 33)

Sarnecka, B. W. (2014). On the relation between grammatical number and cardinal numbers in development. *Frontiers in Psychology, 5*, 1132.

Sarnecka, B. W. (2016). How Numbers Are Like the Earth (and Unlike Faces, Loitering, or Knitting). I D. Barner & A. S. Baron (Red.), *Core Knowledge and Conceptual Change* (s. 151–170). Oxford University Press.

Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: what children must learn and when they learn it. *Cognition, 108*(3), 662–674.

Spelke, E. S. (2017). Core Knowledge, Language, and Number. *Language Learning and Development, 13*(2), 147–170.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology, 24*(2), 220–251.

Matematikk og kreativitet

Diskusjon og løsninger

Her kommer diskusjon og løsninger til oppgavene om froskehopp og frosketårn i Tangenten 1/22.

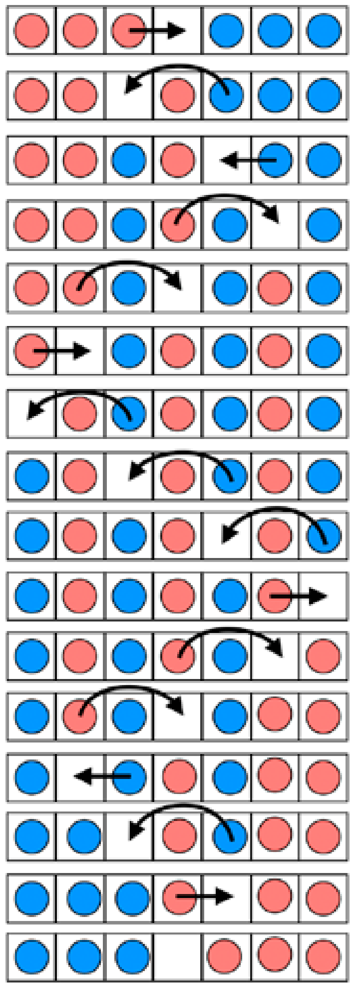
Froskehopp

For å løse oppgaven er det viktig at du ikke gjør et trekk som fører til at to frosker av samme farge sitter ved siden av hverandre. Løsningen til nivå 3 er vist i figur 9.

For å finne ut hvor mange trekk du trenger for å løse hvert nivå er det lurt å skrive ned trekkene for å oppdage et mønster. En måte å skrive trekkene på er å skrive 's' for 'skyve' og 'h' for 'hoppe', eller skriv bokstaver for å beskrive hvilke farger frosker som flyttes ('r' eller 'b' for rød og blå, f.eks.) Data til de forskjellige nivåene er vist i tabellen. Det fins mange nydelige mønstre som kan brukes for å hjelpe å telle antall trekk. Dette er spennende i klasserommet!

Formelen for antall trekk i nivå n kan regnes ut på forskjellige måter ved bruk av trekant-tall, som lett gir summen til en rekke heltall $1 + 2 + 3 + \ldots + n$:

$$T(n) = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = n(n + 1)/2$$



Figur 9

Mike Naylor
DragonFjord puzzles
mike@dragonfjord.com

Nivå	R/B	S/H	# trekk
1	r – b – r	s – h – s	3
2	r – 2b – 2r – 2b – r	s – h – s – 2h – s – h – s	8
3	r – 2b – 3r – 3b – 3r – 2b – r	s – h – s – 2h – s – 3h – s – 2h – s – h – s	15
4	r – 2b – 3r – 4b – 4r – 4b – 3r – 2b – r	s – h – s – 2h – s – 3h – s – 4h – s – 3h – s – 2h – s – h – s	24
...			
50	r – 2b – 3r – ... – 50b – 50r – 50b – ... – 3r – 2b – r	s – h – s – 2h – ...49h – s – 50h – s – 49 – h – ...2h – s – h – s	2600
n	r – 2b – 3r – ... – nb – nr – nb – ... – 3r – 2b – r	s – h – s – 2h – ...(n – 1)h – s – nh – s – (n – 1)h – ...2h – s – h – s	n(n+2)

Tabell 1

Ved bruk av *R/B*-notasjon, kan vi se at antall trekk i nivå n skal være

$$
\begin{aligned}
&1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n + n + \\
&n + (n-1) + \ldots + 3 + 2 + 1 \\
&= T(n) + n + T(n) \\
&= n(n+1)/2 + n + n(n+1)/2 \\
&= n(n+2)
\end{aligned}
$$

Ved bruk av S/H notasjon, kan vi se at

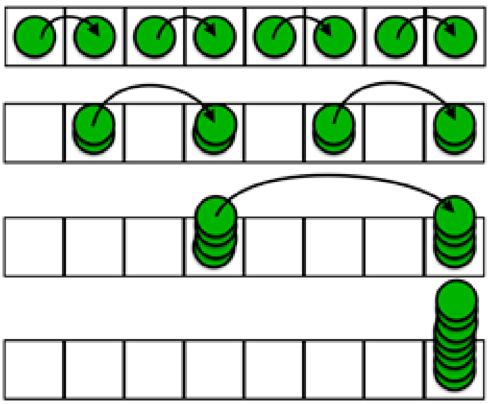
$$
\begin{aligned}
&\text{antall skyv} = 2n \\
&\text{antall hopp} = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n + \\
&(n-1) + (n-2) + \ldots + 3 + 2 + 1 \\
&= T(n) + T(n-1) \\
&\text{antall skyv + hopp} = 2n + T(n) + T(n-1) \\
&= 2n + n(n+1)/2 + (n-1)n/2 \\
&= n(n+2)
\end{aligned}
$$

Du har kanskje lagt merke til at antall trekk også er en mindre enn et kvadrattall: $(n + 1)^2 - 1$. Det er morsomt å vise at dette uttrykket gir det samme resultatet som $n(n + 2)$.

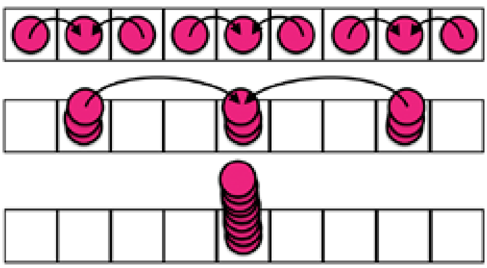
Frosketårn

Oppgave 1. Det finnes mange fine måter å løse oppgaven på. Hvis det er et partall frosker, f. eks. åtte frosker, kan annenhver frosk hoppe til høyre for å få fire tårn som kan hoppe to ruter – de oppfører seg på samme måte som fire enkelte frosker. Hvis vi da har løst en oppgave med m frosker har vi også en løsning til $2m$ frosker, osv. (figur 10).

Likedan, hvis antall frosker er et multiplum av 3, kan vi stable tårn med 3 frosker for å redusere oppgaven slik at de har den samme strukturen som i oppgaven med antall frosker delt på 3 (se figur 11)!

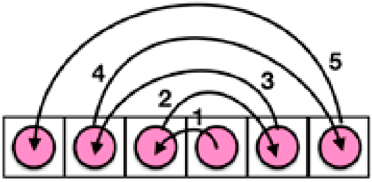


Figur 10



Figur 11

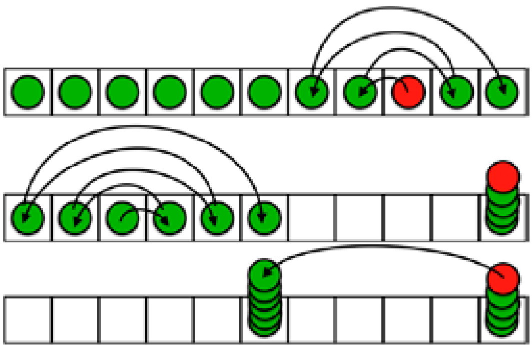
En måte du kan bruke for å løse oppgaven for *alle* antall frosker er ganske elegant: begynn med en frosk i midten og hopp frem og tilbake, høyre og venstre, og stable et økende tårn som hopper lengre og lengre (figur 12).



Figur 12

Oppgave 2. Begynn med dronningen og flytt henne frem og tilbake på den måten som er vist ovenfor slik at hun stopper helt på enden av rekken. Stopp her. Hvis hennes tårn hopper én gang til, skal det lande på enden av rekken av froskene som er til overs.

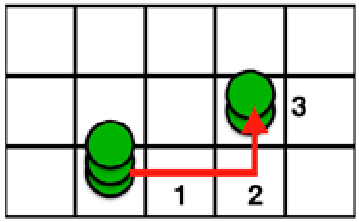
Nå kan du bruke frem-og-tilbake-metoden med resten av froskene for å stable dem i et tårn. Du må tenke litt over hvilken retning du skal begynne å hoppe fra, slik at hele tårnet lander nærmest dronningen på ruten som dronningens tårn kan hoppe til. Flytt dronningen sitt tårn på toppen og oppgaven er løst! Se figur 13 som viser et eksempel på metoden.



Figur 13

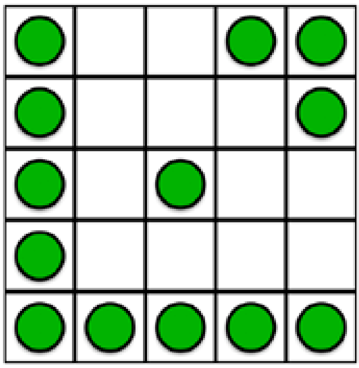
Oppgave 3 og 4. En liknende metode kan brukes for å løse oppgave 3. Kan du finne ut hvordan? Oppgave 4 med en dronning og en lat frosk er ikke alltid mulig! Kan du finne ut når det er mulig og når det ikke er det?

Videre … Hva med å utvikle oppgaven i 2d? Legg froskene i et rektangel, 3x4 for eksempel. Froskene og frosketårn kan hoppe loddrett eller vannrett, men de må alltid ta den korteste veien gjennom start- og stopp-rutene. I figur 14 kan tårnet med tre frosker hoppe to ruter til høyre og en rute opp, som blir tre ruter til sammen.

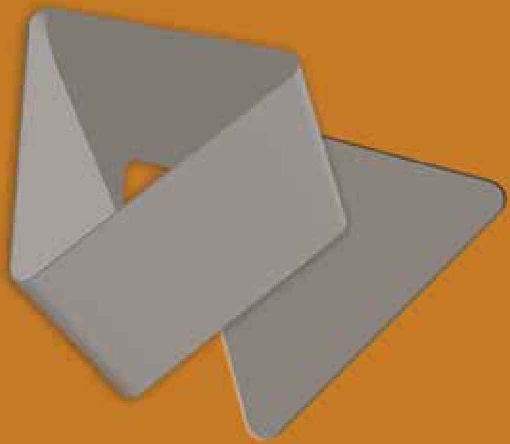


Figur 14

Du og klassen din kan lage oppgavekort med forskjellige utfordringer. Figur 15 er et eksempel på en slik oppgave. Husk at froskene ikke kan hoppe i en tom rute!



Figur 15



Naylor

Fascinerende oppgaver med mynter

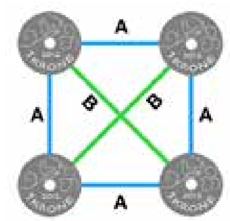
Her er noen oppgaver som passer veldig fint til middagsbordet eller klasserommet. Du trenger bare noen få mynter - men litt strategisk tenkning og geometrisk resonnering kan også bli veldig nyttig!

To-avstands-oppgave

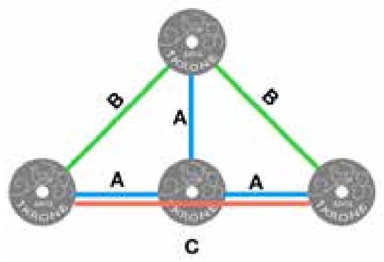
Når fire mynter er plassert på et bord kan du velge to mynter på seks måter, og dermed er det forskjellige avstander som kan måles. Hvor mange plasseringer kan du finne som har nøyaktig to forskjellige avstander mellom myntene?

For eksempel, i figur 1, er myntene plassert i et kvadrat. De seks avstandene er tegnet med streker i figuren. I denne plasseringen finnes det nøyaktig to forskjellige avstander: en kort avstand mellom myntene i vannrette og loddrette retninger (A) og lengre avstander mellom myntene på motsatte hjørner (B). Dette er en av de seks løsningene til oppgaven (den første er gratis!)

Mike Naylor
DragonFjord puzzles
mike@dragonfjord.com



Figur 1: to avstander



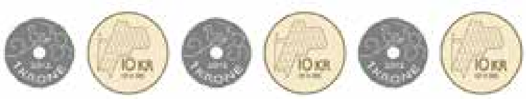
Figur 2: tre avstander

Figur 2 viser en plassering som ikke er godkjent. Ved første blikk ser det kanskje ut som at denne plasseringen bare har korte vannrette og loddrette avstander og lengre diagonaler, men det er en tredje avstand mellom de to ytterste myntene (markert med (C) i figuren). Denne plasseringen har derfor tre forskjellige avstander.

Kan du finne alle de seks løsningene med bare to forskjellige avstander?

Ulver og sauer

Arranger tre 1-kronemynter og tre 10-kronemynter som vist i figur 3. Kronemynter representerer sauer og 10-kronemynter representerer ulver. De er blandet sammen – litt farlig for sauene! Vi ønsker å separere dem slik at alle sauene er på den ene siden og alle ulvene er på den andre.

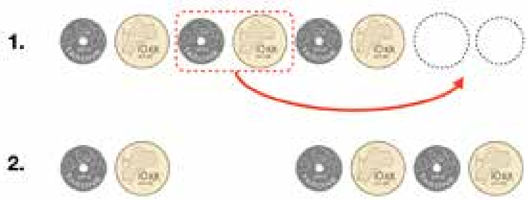


Figur 3: Start

Her er reglene:

1. Du må flytte to mynter samtidig.
2. Myntene du flytter må være ved siden av hverandre og forbli ved siden av hverandre under flytting. Myntene kan ikke bytte plass med hverandre under flytting.
3. Alle myntene må være på rad etter hvert flytt.

Et mulig flytt er vist i figur 4.



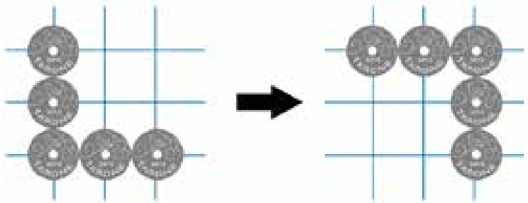
Figur 4

Det fins flere løsninger. Kan du finne en løsning hvor alle sauene er til høyre og en løsning hvor alle sauene er til venstre?

Snu L-en

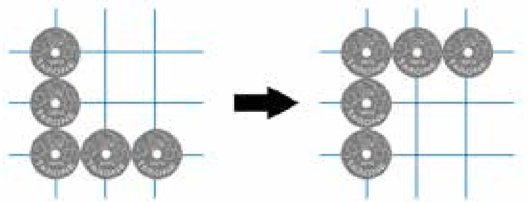
I disse to oppgavene kan du flytte en mynt om gangen. Mynten som flyttes må røre minst to andre mynter på slutten av hvert trekk.

Oppvarming: Start med fem mynter i L-form og slutt med L-en snudd 180° som vist i figur 5.



Figur 5

Vanskelig! Begynn med den samme formen, men prøv å snu L-en 90° (figur 6).



Figur 6

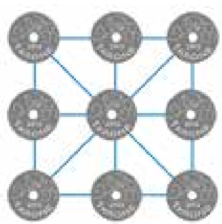
TIPS: Med disse reglene, og på et firkantet gitter, er det umulig å flytte myntene ut fra det minste rektangelet som kan tegnes rundt alle myntene. Siden sluttposisjonen er i et 3×3-rektangel, må du sikre deg at du aldri gjør et trekk hvor myntene kan passe i et 2×3-rektangel, ellers vil du aldri få dem ut fra dette rektangelet igjen.

Rekker med 3

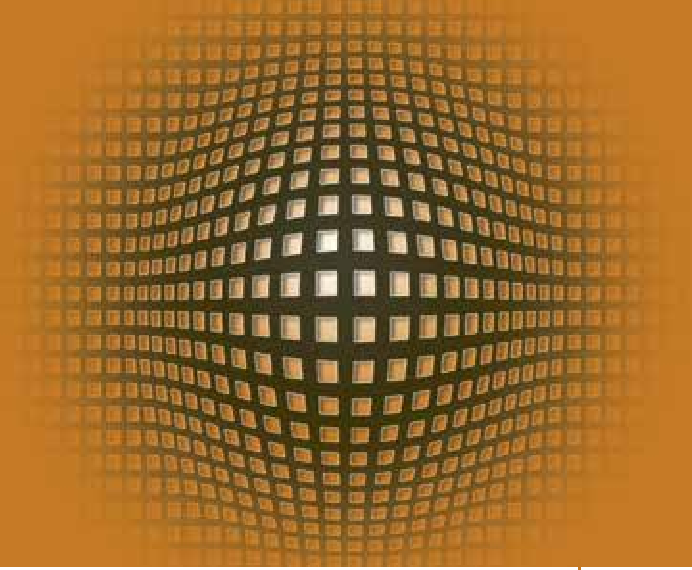
Figur 7 viser ni mynter som er arrangert slik at de skaper åtte rekker med tre mynter i hver rekke.

Kan du omorganisere de ni myntene slik at du får ni rekker med tre mynter i hver?

Kjempevanskelig: Kan du med de samme ni myntene lage ti rekker med tre mynter i hver?!



Figur 7



Oppgaver

Torkildsen

Pyramidespill

Per fikk en e-post som beskriver en prosess for å tjene penger. E-posten så slik ut:

> Kjære venn
>
> Ønsker du å bli rik?
> Bare følg instruksjonen som er beskrevet under.
>
> Sist i denne e-posten er det en liste med 5 navn og tilhørende adresser. Send 10 kroner til den som står først på lista.
> Stryk ut dette navnet og skriv ditt navn og adresse nederst på lista.
> Send så denne e-posten videre til 5 nye venner.

1. Hvis denne prosessen går som planlagt, hvor mange penger vil Per få?
2. Forklar hva som muligens kan gå galt?
3. Hvis prosessen ikke går som planlagt: Undersøk hvor mange penger Per vil få da. (Her må du gjøre ulike antakelser.)
4. Undersøk hvorfor slike kjedebrev er ulovlige.

Ole Einar Torkildsen
Høgskulen i Volda
oet@hivolda.no

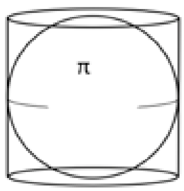
Johannessen

Arkimedes og π

Arkimedes levde 287-212 f.Kr. i Syrakus på Sicilia, og var rekna som ein av oldtidas ypperste matematikarar. Han er jo mest kjend for teorien om oppdrift i vatn, samt ei skrue som pumpa vatn. Men han fann og at volumane til ei kule med same diameter og høgd som ein sylinder heldt seg til kvarandre som brøken 2:3.

Det er lett å prova når ein kan formlane for volum av sylinder og ei kule, men Arkimedes levde for over to tusen år sidan, og då kjende ein heller ikkje til den eksakte verdien til pi. Det er heller ikkje naudsamt for reknestykket.

Det påstås at ein liknande teikning som vist her vart rissa inn på gravsteinen hans. Namnet på gresk, sjølvsagt: Ἀρχιμήδης.



For den som likar reknestykkje: Finn ut kor mykje vatn som vert att når ein pressar ei slik kule ned sylinderen.

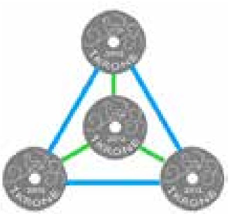
Tor Hjalmar Johannessen
Pensjonist
tor.hjalmar.johannessen@gmail.com

Løsninger på myntproblemene (side 39)

To-avstands-oppgave

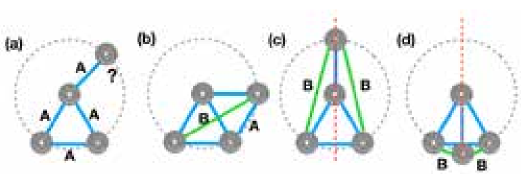
En løsning er altså et kvadratisk arrangement som er vist i oppgaven.

Hvis vi starter med en likesidig trekant kan vi finne en plass til den fjerde mynten som er like langt fra alle myntene i trekanten? Ja! Akkurat i midten, som vist i figur 8.



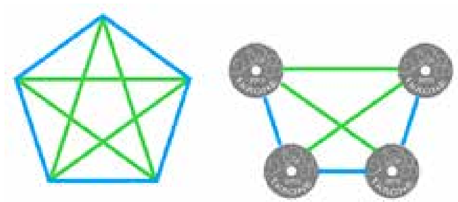
Figur 8

Vi kan finne tre løsninger til ved å begynne med en likesidet trekant. Vi skal kalle sidelengdene A. Tegn (eller visualiser) en sirkel med sentrum på toppen av trekanten og radius A. Uavhengig om hvor den fjerde mynten er på denne sirkelen, er avstanden fra sentrum lik A (figur 9a). Hvis mynten på sirkelen er helt til høyre eller venstre kan den bli avstand A fra en av de nederst myntene og vi får en rombe som en løsning (figur 9b). Ellers kan den fjerde mynten være på sirkelen og ha samme avstand fra begge myntene på bunnen av trekanten (altså ligge på symmetrilinjen). Da skal den bli like langt fra de to nederst myntene og vi finner to løsninger til (figur 9c og 9d).



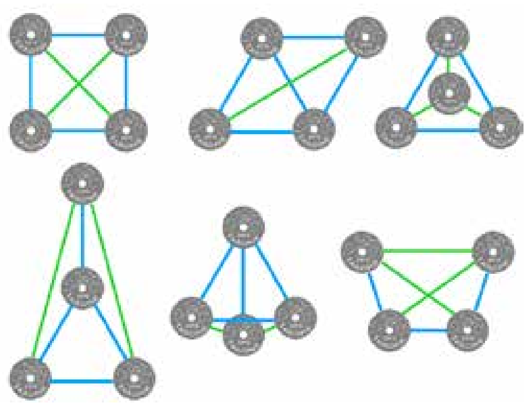
Figur 9

Den siste løsningen er kanskje den vanskeligste. Vi har prøvd å starte med en likesidet trekant og et kvadrat… hva om vi starter med en regulær femkant? Det finnes bare to forskjellige avstander mellom hjørnene i en regulær femkant – korte sidelengder og lengre diagonaler. Da kan vi finne en løsning av oppgaven ved å plassere fire mynter på fire av hjørnene til en regulær femkant (figur 10).



Figur 10

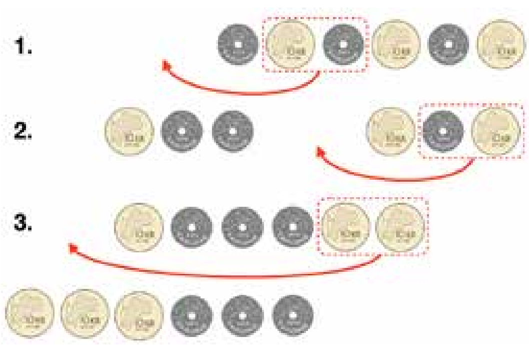
Alle 6 løsninger er vist i figur 11.



Figur 11

Ulver og sauer

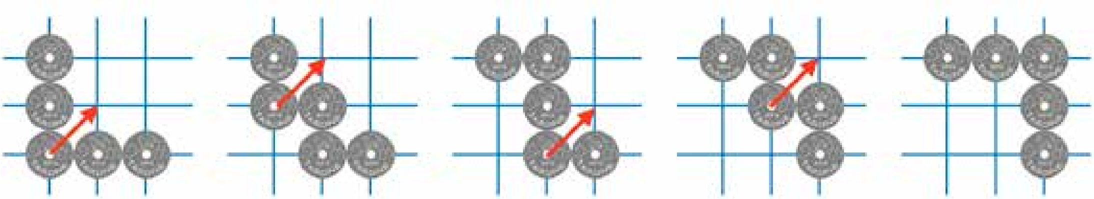
En løsning er vist i figur 12.



Figur 12

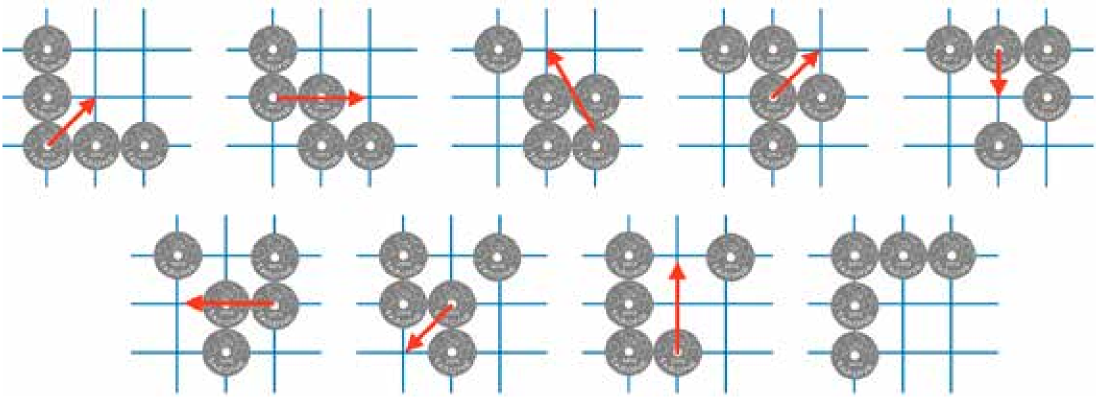
Snu L-en

L-en kan roteres 180° ved å bruke bare fire trekk (figur 13).



Figur 13

For å rotere L-en 90° trenger vi mange trekk! En løsning er vist i figur 14.



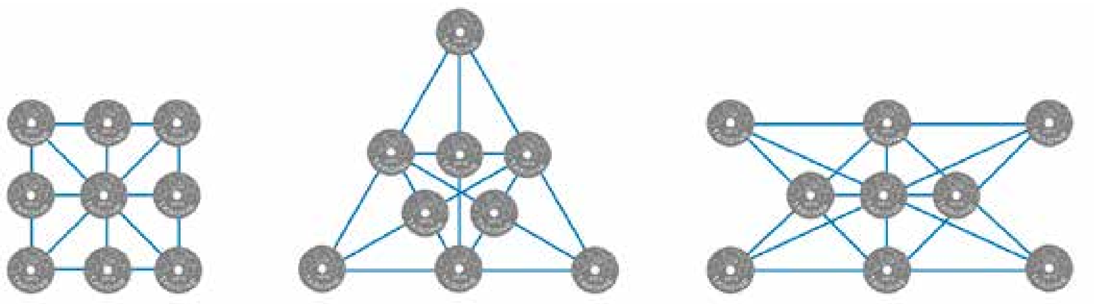
Figur 14

Rekker med 3

Løsninger til oppgaven med åtte-, ni- og ti-rekker er vist i figur 15.

Ni mynter, ni rekker, tre mynter i hver … 3-ganger symmetri er nøkkelen til løsningen!

Start med løsningen til oppgaven med åtte rekker og trekk hjørnene ut til venstre og høyre. Overraskende?



Figur 15

NYTT FRA MATEMATIKKSENTERET

Vi jobber med kompetanseutvikling, forskning, formidling og utvikling av læringsressurser og digitale verktøy, i tett samarbeid med praksisfeltet.

I dette nummeret skriver vi om:

- Vil du bidra på Novemberkonferansen?
- Matematisk observasjon
- 25 nye oppgaver på MatteLIST
- Satsing på vurderingskompetanse i Trønddelag

Vi jobber tett med både praksisfeltet, lærerutdanningene, høgskoler og universitet. Vi har ca. 30 ansatte, hvor de fleste har bakgrunn som lærere fra grunnskolen, videregående skole, lærerutdanning eller som barnehagelærere. Vi forsker på matematikkdidaktikk, og utvikler arbeidsmetoder og læringsressurser.

Besøk våre nettsider:

Matematikksenteret.no
Fagstoff og læringsressurser

MatteLIST.no
Oppgaver og aktiviteter for utforskning og problemløsning

Matamatikk.org
Spill, oppgaver og fakta om matematikk

Alleteller.no
Vurderingsverktøy for talloppfatning og tallforståelse

Realfagsloyper.no
Kompetanseutvikling i realfagene

NTNU

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Vil du bidra på Novemberkonferansen 2022?

NOVEMBERKONFERANSEN

2022 | INKLUDERING OG VURDERING I LK 20

Novemberkonferansen er den største årlige konferansen for matematikklærere i Norge. Tema i 2022 er «Inkludering og vurdering i LK20». Har du kunnskap, erfaring, praksiseksempler eller forskning knyttet til temaet, som du vil formidle til andre? Send oss ditt bidrag.

Novemberkonferansen samler over 500 lærere fra hele landet til engasjerende og inspirerende dager med faglig påfyll. Temaet for årets Novemberkonferanse er «Inkludering og vurdering i LK20».

Novemberkonferansen arrangeres den 22. og 23. november på Scandic Lerkendal i Trondheim.

Vi ber om bidrag til verksted på 80 minutter der tiden hovedsakelig benyttes til en aktivitet, eller en kombinasjon av presentasjon (maks 15-20 minutter), aktivitet og diskusjon. Vi legger vekt på at verkstedene må være aktivitets- og/eller diskusjonsbaserte. Rene foredrag vil ikke bli tatt med.

Verkstedene skal knyttes opp mot konkrete læringskontekster og matematiske temaer.

I første omgang ønsker vi følgende:

- Forslag til tittel på verkstedet
- Kort presentasjon av verkstedsholder med bilde
- En kort beskrivelse av verkstedet (ca. 200-300 ord)
- Presisering av målgruppe (småtrinn, mellomtrinn, ungdomstrinn, videregående, alle)
- Maks antall deltakere

Alle som skal holde verksted kan bli spurt om å holde det to ganger i løpet av konferansen. Dette for at så mange som mulig skal få mulighet til å delta på det de ønsker.

Vi betaler ikke honorar, men dekker konferanseavgift, reise og opphold for de som får sitt bidrag antatt.

Send inn ditt forslag til konferanse@matematikksenteret.no innen 1. mai 2022. Vi gir tilbakemelding innen 9. mai.

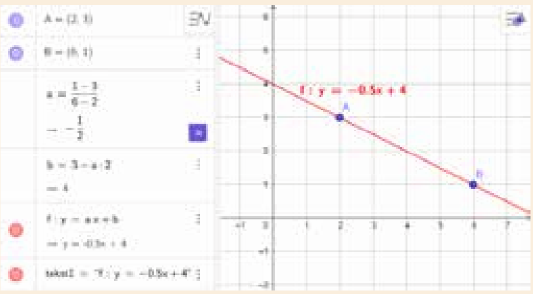
Matematisk observasjon

Lene Grøterud Leer og Susanne Stengrundet

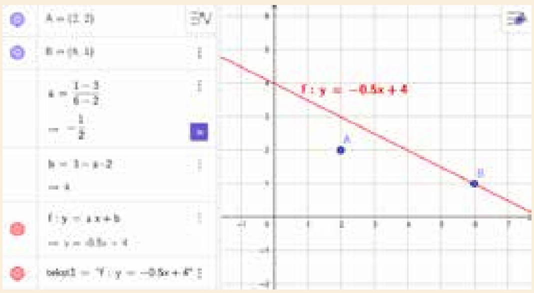
Observasjon er viktig i matematikkfaget, i andre fag og i dagliglivet. Erfaringer fra klasserommet har vist at elever strever med å observere i matematikk. De er usikre på hva som er relevant i en gitt situasjon og hva de skal se etter. I denne artikkelen skal vi derfor se nærmere på observasjon og hvordan elever kan bli bedre til å observere.

Observasjon er den første naturvitenskaplige ferdigheten elevene utvikler. Når elevene observerer gjør de mer enn å se. De samler informasjon, gjenkjenner likheter og ulikheter, gjenkjenner sekvenser og hendelser, oppdager mønster, og ikke minst forstår observasjonene sine. Elevene kan bruke alle sansene når de observerer (Rahman, 2019). Observasjon er viktig for å utvikle og utvide forståelse i matematikk. Det er imidlertid ikke like opplagt hva det betyr å observere i matematikk som i noen av de andre realfagene. Når elevene skal utforske, løse problemer og lage modeller må de observere underveis i prosessen. En konsekvens av dette er at elever som strever med å observere, også vil ha utfordringer med å resonnere, argumentere og generalisere. Observasjon er derfor viktig for at elevene skal mestre kjerneelementene i matematikk.

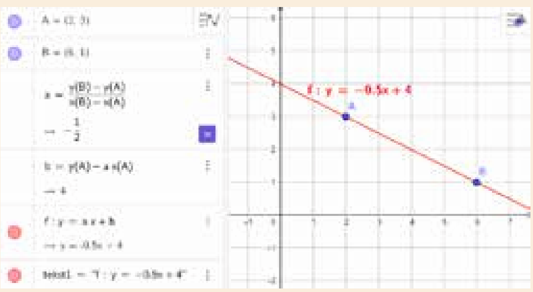
I et opplegg for å trene elevene på observasjon ble elevene bedt om å lage et uttrykk for en linje gjennom to gitte punkter i GeoGebra. Først skulle de bruke tallkoordinatene til punktene (figur 1–2), og etterpå variabler (figur 3–4). I eksemplet med tallkoordinater følger ikke linjen med når de drar i punktene. Derimot vil linjen alltid gå gjennom punktene hvis elevene bruker variabler.



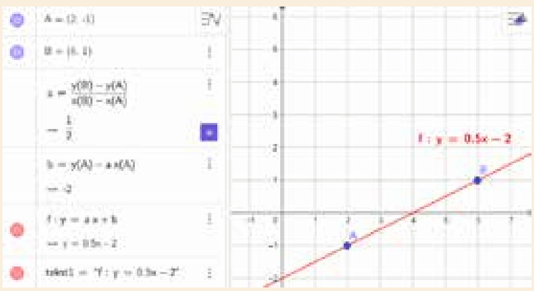
Figur 1: Uttrykk med tall for koordinatene.



Figur 2: Linjen følger ikke med når punkt A endres.



Figur 3: Uttrykk med variabler for koordinatene.



Figur 4: Linjen følger med når punkt A endres.

Mange av elevene observerte at uttrykket for linjen endret seg når de beveget punktene i eksemplet med variabler. Observasjonen er riktig, men den fører ikke til en utvidet forståelse for variabler.

Elevene som var dyktige til å observere sammenlignet de to uttrykkene og gjenkjente likheter og ulikheter mellom dem, og forstod at forskjellen er bruk av variabler. De kunne dermed utvide forståelsen ved å observere sammenhengen mellom variablene, punktene og linjen.

Det er lett å ta elevenes observasjonsferdighet for gitt, men i likhet med andre ferdigheter krever det øving for å bli god til å observere. Elevene kan utvikle gode observasjonsferdigheter hvis de får varierte erfaringer med å observere og hvis de de får diskutere observasjoner med andre.

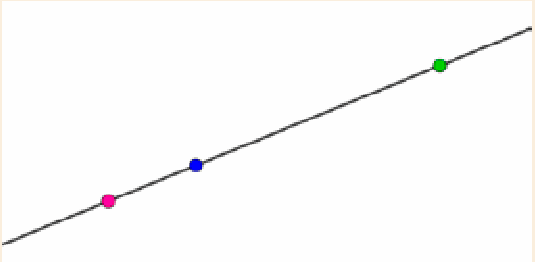
GeoGebra kan gi elevene en arena hvor de kan øve på å observere. Programmet har mange verktøy og lager nøyaktige figurer. Det er også lett å endre og lett å angre. Det kan være lurt å endre innstillingene slik at GeoGebra ikke lager navn på nye objekter (i *Grafikkfeltet*) slik at elevene ikke blir forstyrret av det i observasjonsprosessen.

Nå skal vi presentere noen aktiviteter hvor elevene kan øve på å observere.

Aktivitet 1: Linje og punkter

En aktivitet som det kan være fint å starte med er å la elevene tegne en *linje* i GeoGebra. Linjen får automatisk to punkter. Elevene bør endre fargen til punktene (rosa og grønn på figur 5) slik at det blir lettere å beskrive hva de observerer. Lag så et nytt punkt på linjen (blå på figur 5). Så skal elevene observere mens de drar i punktene og linjen.

Når elevene har fått god tid til å undersøke figuren, skal de forklare hva de har oppdaget til medelever. Det er like viktig å høre på andre elever sine forklaringer som å forklare egne observasjoner. La elevene sammenligne ulike forklaringer. Det er ikke opplagt at flere forklaringer kan handle om det samme.


Figur 5: Linje med punkt.

Mulige elevobservasjoner:

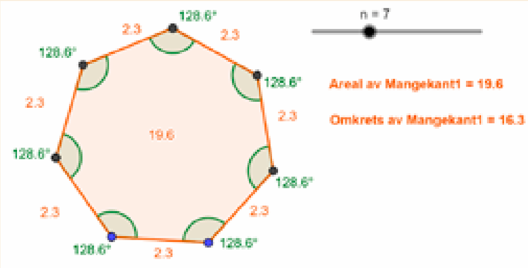
- Hvis jeg drar i det grønne punktet, følger det blå punktet med.
- Hvis jeg drar i det rosa punktet, følger linjen med.
- Hvis jeg drar i det rosa punktet, følger det blå punktet med.
- Hvis jeg drar i linjen, følger alle punkter med.
- Punktene ligger alltid på linjen.
- *Linjen beveger seg ikke hvis jeg drar i det blå punktet.*

Den siste observasjonen skiller seg fra de andre. Mange elever vil slutte å observere når de har funnet ut at de hva de kan bevege. Men i matematikk er det også sentralt å finne ut hva som ikke beveger seg, altså hva som er konstant.

Aktivitet 2: Regulære mangekanter

På mellomtrinnet lærer elevene om egenskapene til todimensjonale figurer. De kjenner til begreper som vinkler og kanter og hjørner fra før. Det gir et godt utgangspunkt for å øve på å observere egenskapene til likesidede (regulære) mangekanter i GeoGebra. Elevene starter med å lage en *heltall-glider n* med intervallet 3–15. Så lager de en *regulær mangekant* og velger antall hjørner lik *n* (figur 6). Nå kan elevene observere hva som skjer når de endrer glideren eller grunnlinjen.

Gi elevene god tid til å sette ord på og forklare for hverandre. Oppfordre gjerne elevene til å ta i bruk flere verktøy som støtte i obser-



Figur 6: Likesidet mangekant med glider.

vasjonsprosessen. For eksempel kan GeoGebra vise størrelsen på vinkler, lengden på sider, omkrets og areal.

Mulige elevobservasjoner:

- Hvis jeg drar i glideren, endrer antall sider seg.
- Sidene er fortsatt like lange når jeg drar i glideren.
- Alle vinklene inni figuren er like store.
- *Alle sidene i figuren er like lange.*
- Vinkelen blir større når figuren får flere sider.
- Hvis jeg drar i ett av punktene, endrer lengden på alle sidene seg.
- *Omkretsen blir større når antall sider øker.*

Elevene samler informasjon mens de beveger punkter og drar i glideren. De undersøker hva som endrer seg og hva som ikke endrer seg, og knytter det til begreper og erfaringer de har fra før. De oppdager mønster, for eksempel at omkretsen øker med antall sider. Denne observasjonen er et godt utgangspunkt når elevene skal finne egenskapene til likesidede mangekanter. Når elevene forstår observasjonene sine, kan de koble observasjonene til begreper de kjenner fra før. De vet at omkretsen er summen av lengden til alle sidene. Sammen med observasjonen av at alle sidene er like lange, kan elevene finne ut at omkretsen til likesidede mangekanter er sidelengde ganger antall sider.

Aktivitet 3: Lineære funksjoner med glidere

Lineære funksjoner og tilhørende funksjonsuttrykk er kjent for elevene på ungdomstrinn og i videregående skole. Det er en fordel når elevene skal øve på å observere. De har allerede en del begreper og erfaringer som de kan bruke i observasjonsprosessen. I tillegg må elevene vite hvordan de skriver inn funksjonsuttrykk i GeoGebra og kjenne til verktøy som kan hjelpe i observasjonsprosessen som *Nytt punkt*, *Skjæring mellom to objekt*, *Stigning* og *Vis spor*.

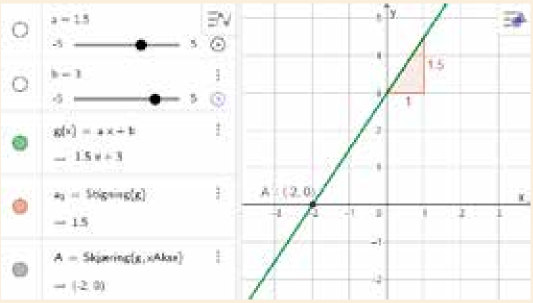
Be elevene skrive inn $g(x) = a \cdot x + b$ i GeoGebra. Programmet lager da glidere for a og b. Pass på at programmet viser minst 1 desimal. Så skal elevene observere. Hva oppdager de? Hva endrer seg? Hva endrer seg ikke? La elevene oppdage at det er lurt å endre en ting om gangen.

Mulige elevobservasjoner:

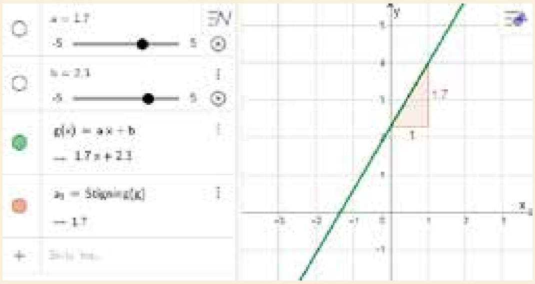
- Glider a styrer hvor bratt grafen er.
- Når a er 0 er grafen vannrett.
- Når jeg drar i glider b, flytter grafen seg opp og ned i koordinatsystemet.
- Hvis jeg endrer glider b, er grafen fortsatt like bratt.
- Når glider a er negativ, peker grafen nedover.
- Hvis jeg endrer glider a, skjærer fortsatt grafen y-aksen på samme sted.
- *Grafen skjærer y-aksen i punktet* $(0, b)$.
- Glider a bestemmer stigningstallet til grafen.
- Glider b bestemmer konstantleddet til grafen.
- Grafen skjærer x-aksen der $x = -b/a$.

Elevene kjenner til dette uttrykket for lineære funksjoner fra før, men observasjonsprosessen kan gi økt forståelse for sammenhengen mellom graf og uttrykk. Elevene skal fokusere på å lage gode beskrivelser av egne observasjoner og sammenligne disse med medelever sine. Hvordan henger observasjonene sammen med det elevene kan fra før?

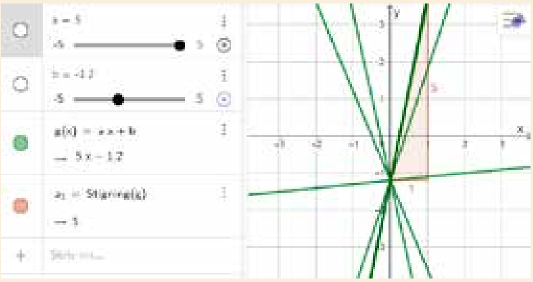
Elever som trenger mer utfordringer kan observere funksjonsuttrykket $f(x)=u \cdot (x-v)+w$. Dette er et annet uttrykk for lineære funksjoner



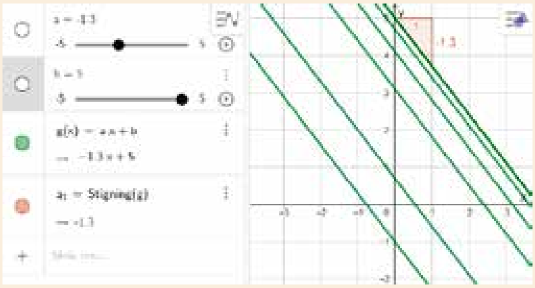
Figur 7:



Figur 8:



Figur 9:



Figur 10:

som er mer ukjent for elevene. Hva skjer hvis elevene drar i gliderne? Hva er likhetene mellom $g(x)$ og $f(x)$? Hva er forskjellene? I observasjonsprosessen vil elevene ha stor nytte av å kunne skrive inn punkter med variabler i GeoGebra (se observasjon med kursiv skrift).

Oppsummering

Øvelse gjør mester! Elevene blir bedre til å observere med erfaring. Ved å sammenligne og diskutere observasjoner i helklasse, vil elevene utvikle sine egne observasjonsferdigheter. Det er viktig at læreren støtter elevene i prosessen, for eksempel ved å la elevene snakke om likheter og ulikheter til forklaringene. Et godt spørsmål for å bygge bro mellom observasjon og forståelse kan være «Hvorfor er det slik?».

Målet med å observere er å gi elevene et godt utgangspunkt for å knytte sammen nye erfaringer med kjente begreper og sammenhenger. Vi håper at aktivitetene har inspirert dere til å arbeide mer med observasjon i klasserommet slik at elevene får et best mulig utgangspunkt for å mestre kjerneelementene.

Referanser

Rahman, M. (2019). 21th century skill "problem solving»: Defining the concept. *Asian Journal of interdisciplinary research, 2(1),* 64-74.

MatteLIST

MATEMATIKKSENTERET

25 nye oppgaver på MatteLIST!

Flere og flere lærere bruker MatteLIST – det er vi veldig glade for! Med de 25 nye oppgavene vi har publisert der nå, finner du nærmere 500 oppgaver på nettsiden.

MatteLIST er en samling med aktiviteter og problemer innenfor emner i tall og algebra, geometri og data og statistikk. Aktivitetene inneholder som regel starthjelp og lærerveiledning, i tillegg til at en del har løsningsforslag, og er designet slik at elevene får utfordringer på sitt nivå. De fleste aktivitetene er såkalte «LIST-oppgaver» (rike oppgaver), hvor prinsippet er at oppgavene skal ha «lav inngangsterskel og stor takhøyde».

Matematikksenteret har utviklet og prøvd ut utforskende undervisning med LIST-aktiviteter i mange år, og vi ser at dette styrker klasserommet som et læringsfellesskap hvor alle får mulighet til å bidra.

På MatteLIST inviteres elevene til å bruke problemløsningsstrategier, de kan sammenligne og diskutere fremgangsmåter, bruke forskjellige representasjoner, forklare og begrunne, beskrive og argumentere. Og sist, men ikke minst: Oppgavene gir rom for å utforske – og å være kreativ!

Satsing på vurderingskompetanse i Trøndelag

I Trøndelag får lærere i ungdomsskolen tilbud om å styrke sin vurderingskompetanse i norsk, matematikk og engelsk. Det faglige innholdet er utviklet av Matematikksenteret, Skrivesenteret og Fremmedspråksenteret.

Høsten 2020 ble ny læreplan innført, med nye begreper som dybdelæring, tverrfaglige temaer og dessuten en ny måte å forstå kompetanse på. Utfordringen på skolene er å få en felles forståelse av kompetansebegrepet og hvordan elevenes kompetanse skal vurderes.

Samarbeidsforum for Dekom Trøndelag bestemte seg for å ta tak i dette, og etablerte et fellestiltak for å styrke lærernes vurderingskompetanse. Tilbudet omfatter fagene norsk, matematikk og engelsk, og alle nettverk i Trøndelag får mulighet til å delta. Det er NTNU (Skrivesenteret og Matematikksenteret) og Høgskolen i Østfold (Fremmedspråksenteret) som har det faglige ansvaret for samlingene.

Målet med tiltaket er at lærere skal utvikle en god forståelse av vurdering i det nye læreplanverket LK20, og de skal kunne gjennomføre en vurdering som er i tråd med intensjonene i forskrift og læreplan. Skolene skal utvikle felles forståelse av vurdering i læreplanene og implementering av dem, og skoleeierne skal støtte skolene i dette arbeidet.

LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
c/o Elin Unstad
Postboks 181
1371 Asker

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det er en demokratisk rett å få en matematikkundervisning som setter en i stand til å delta aktivt som borger i et demokrati. Derfor vil Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS) sette fokus på matematikk for alle.

Styret for LAMIS

Leder
Renate Jensen, Vestland

Barnetrinnet
Henrik Kirkegaard,
Møre og Romsdal

Mellomtrinnet
Inger-Lise Risøy, Viken
Svend Eidsten, Viken

Ungdomstrinnet
Kari-Anne Bjørnø Rummelhoff,
Viken

Videregående skole
Odd-Bjørn Lunde, Rogaland

Høgskole/universitet
Marianne Maugesten, Viken

Varamedlem (Barnetrinnet)
Hilde Svendsen

Medlemskontingent

450 kr for enkeltmedlem
200 kr for husstandsmedlemmer
300 kr for studenter/pensjonister
975 kr for skoler/institusjoner

Organisasjonssekretær

Elin Unstad, org.sek@lamis.no

Lederen har ordet

Renate Jensen

Kjære LAMIS-kollega!

Det blir sommerkonferanse i Sandefjord 5.–7. august! Sommerkonferansekomiteen og LAMIS sentralstyre gleder oss veldig til å treffe dere alle igjen – og vi håper å se mange nye deltagere. Det er planlagt et flott faglig program med mange spennende bidragsytere. Det blir et gjensyn med flinke folk dere kanskje har truffet tidligere, men også mange nye spennende verkstedsholdere. Det blir også nye poster på programmet, blant annet et plenum med de mange realfagskonkurransene som arrangeres i løpet av et skoleår. Det blir også en presentasjon av ressursen om FN sine bærekraftsmål, som nå begynner å ta form. Her vil vi se på hvordan variasjon i metoder er viktig for å få relevans og motivasjon for elevene. Tusen takk til alle dere i lokallagene som har bidratt i arbeidet med norsk tekst til aktivitetene. Dere kan lese mer om plenum og verksteder på de neste sidene og på vår hjemmeside www.lamis.no. Der finner dere også den praktiske informasjonen om konferansen og informasjon om det sosiale programmet. Meld dere på, og del arrangementet med kollegaer. Det er alltid nyttig å dra flere sammen, slik at inspirasjon og ideer kan tas i bruk med elevene.

Nå nærmer det seg semifinale og finale i UngeAbel for elever på 9. trinn. Dette blir også et fysisk arrangement som vi ser frem til etter to år med digitale semifinaler/finaler. Etter innledende runder har vi nå 16 skoler som stiller med lag på Gardermoen i april. Alle klassene er i gang med en spennende fordypningsoppgave. På Gardermoen vil statssekretær Kristina Torbergsen dele ut premier og holde en tale for elever og lærere. Vi setter stor pris på dette.

Til slutt vil jeg informere om nyttige nettsider om sluttvurdering i matematikk. Eksamen denne våren er avlyst, men vi oppfordrer til å sjekke ut eksempelsettene med løsningsforslag. Disse ligger på Udir sine sider, og er nyttige for å se hvilken retning matematikkfaget får når kjerneelementene skal spille en viktig rolle i det daglige læringsarbeidet. Hvordan kan vi arbeide i faget for at elevene får snakke matematikk og sette ord på sine tanker og strategier – både muntlig og skriftlig. LAMIS har vært en viktig bidragsyter i arbeidet med å få på plass presiseringer om sluttvurdering for 10. trinn. Standpunktkarakteren skal være et uttrykk for kompetansen eleven har i faget ved avslutningen av opplæringen. Det er kompetansemålene etter 10. trinn som skal utgjøre hovedgrunnlaget for standpunktvurderingen. For å nå kompetansemålene bygger elevene videre på kompetanse de har utviklet på tidligere trinn. Det er derfor rom for å trekke inn kompetanse eleven viser knyttet til enkelte kompetansemål fra 8. trinn og 9. trinn dersom lærerne vurderer det som relevant for å få et mer helhetlig bilde av eleven sin samlede kompetanse. Kompetansemålene skal forståes i lys av teksten om faget i læreplanen. Det betyr at teksten om faget, inkludert kjerneelementene, gir en innramming for å tolke kompetansemålene. Alle kompetansemålene springer ut av kjerneelementene, og kjerneelementene er med på å gjøre det tydelig hva som utgjør kompetanse i matematikk.

På sommerkonferansen håper vi å gi gode eksempler på og få viktige diskusjoner om hvordan arbeidet i matematikk kan planlegges for og vurderes fremover for alle barn – fra barnehage til videregående skole.

Lykke til med innspurten av skoleåret og håper å se mange av dere i Sandefjord.

Velkommen til LAMIS Sommerkonferanse 2022

Tema: Matematikk – Nå går vi i dybden.

Dato: 5.–7. august 2022
Sted: Sandefjord
Hotell: Scandic Park Sandefjord.

Det er LAMIS sitt lokallag i Vestfold i samarbeid med sentralstyret som arrangeres årets sommerkonferanse. Vi håper at mange vil ta turen til Sandefjord i august.

Link til påmelding ligger på hjemmesiden. Det er mulig å delta enkeltdager. Det er også mulig å delta med dagpakker om du bor i nærheten og ikke trenger overnatting.

På hjemmesiden finner du også informasjon om både det faglige og det sosiale programmet. Les mer om plenumsforelesere på side 56 og verkstedsholdere på side 57.

Fristen for å melde seg på er 31. mai. Lokallagene har fått en e-post med informasjon om påmelding av lokallagsrepresentanter.

Det sosiale blir ekstra viktig denne gangen. Det er lenge siden vi har hatt muligheten til å treffes og ha gode samtaler om både matematikk og annet.

Lokallaget har planlagt problemløsingskonkurranser under konferansen og en spennende utflukt på lørdagen. Etter det faglige programmet tar vi turen til det lokale mikrobryggeriet Fjordfolk i Sandefjord. Her vil vi få smak av bryggeriets ulike øl og cider, litt å spise som komplementerer smakene og noen gode historier. Det er bare å glede seg!

Årsmøtet blir arrangert på fredagen.

LAMIS Sommerkonferanse 5.–7. august 2022

Fredag 5.8.2022		
	10.15–11.20	Registrering
	11.30–13.00	Åpning Praktisk informasjon Plenum – Mona Røsseland
	13.00–14.00	Lunsj
	14.00–15.20	Verksted 1
	15.20–15.40	Pause m/forfriskninger
	15.40–17.00	Verksted 2
	17.15–19.00	LAMIS årsmøte
	20.00	Middag
Lørdag 6.8.2022		
	07.00–09.00	Frokost
	09.00–09.15	Velkommen dag to
	09.15–10.45	Plenum – LAMIS sentralstyre
	10.45–11.30	Pause, Utstillers time
	11.30–12.30	Plenum – Holmboeprisvinner
	12.30–13.00	Teaser
	13.00–14.00	Lunsj
	14.00–15.20	Plenum – Pedagogisk bruk av matematikkonkurranser
	16.00–19.00	Utflukt / sosialt
	20.00	Festmiddag med underholdning
Søndag 7.8.2022		
	08.00–09.15	Frokost
	09.15–09.30	Velkommen dag tre
	09.30–10.15	Plenum – Nytt fra matematikksenteret
	10.15–10.45	Pause m/utsjekk
	10.45–12.05	Delplenum: Overganger v/ Svanhild Breive (barnehage-småtrinn) Programmering v/ansatte ved Inspiria. (4, trinn - vgs)
	12.15–13.00	Plenum – Hanan Abdelrahman
	13.00–13.15	Avslutning og presentasjon av neste års sommerkonferanse
	13.15–14.15	Lunsj

Sommerkonferansen 2022 – plenumsforedrag

I Sandefjord blir det både plenum og delplenum. Her kan du lese kort om innholdet i noen av plenumsøktene. Det blir et variert og spennende program. Det er bare å glede seg.

Plenum v/ Mona Røsseland, HVL

«Yes! Jeg elsker matte!» roper 8-åringen. «Stønn,» sier 14-åringen.

Hvordan beholde elevenes engasjement og lærelyst i matematikk gjennom hele skoleløpet?

Både norsk og en stor mengde internasjonal forskning viser at motivasjonen hos elevene synker gradvis på mellomtrinnet helt opp til 10. trinn, og at det særlig er en negativ utvikling i holdningen til matematikk. Vi kan også se en økning i elever som utvikler ulike grader av matematikkangst etter hvert som de blir eldre. Foredraget vil se på hva forskning sier om årsaker og ikke minst muligheter for å hindre at elevene mister motivasjon for å lære matematikk. Det har bl. a. sammenheng med mestringsfølelse og grad av elevinvolvering, som å få stille spørsmål, utforske og arbeide med virkelignære problemstillinger og dybdelæring.

Plenum v/ LAMIS sentralstyre

En ressurs om bærekraftsmålene – hvordan få engasjement og aktive elever.

LAMIS ønsker å gjøre matematikk til et fag som oppleves som relevant, nyttig og motiverende for alle elever. Når vi spør elever hva de tenker er viktig å lære for fremtiden er svarene vi får; klima, bærekraft, teknologi, det å forstå andre, økonomi og helse. Gode tverrfaglige oppgaver er relevante for elevene, og når elever opplever læringsarbeidet på skolen som meningsfullt, blir de engasjert i arbeidet, både kognitivt og følelsesmessig.

LAMIS har fått muligheten til å oversette en ressurs om FN sine bærekraftsmål utarbeidet av Danmarks Matematiklærerforening. Ressursen inneholder aktiviteter til elever og lærerveiledninger til alle trinn i grunnskolen. Elevene får gjennom aktivitetene mulighet til å utforske og fordype seg i diskusjoner og praktisk arbeid. Kjerneelementene og verdier fra overordnet del er sentralt. Elevene får være aktive i problemløsing, modellering, argumentasjon og kommunikasjon.

Delplenum v/ Svanhild Breive

Å lære matematikk gjennom lek og utforsking i barnehagen og på småskoletrinnet

En god overgang fra barnehage til skole der barna opplever sammenhenger mellom de to institusjonene har vist seg svært viktig for barnas videre skolegang. Utforskning og lek er allerede sentrale elementer i barnehagen og har nå også kommet inn som sentrale elementer i den nye læreplanen for skolen. Men hvordan kan vi forstå barns lek og utforskning knyttet til matematikk, og hvilke utfordringer støter man på når man forsøker å knytte sammen lek og matematikk? I foredraget knytter Svanhild disse spørsmålene til erfaringer fra tidligere og pågående prosjekter som fokuserer på utforskende og lekbasert læring av matematikk blant de eldste barna i barnehagen og blant de yngste barna på skolen.

Delplenum v/ ansatte på Inspiria

Programmering fra 4. trinn til videregående skole

Dette blir en praktisk delplenum. Vi vil programmere en micro:bit, hvor hvor vi skal jobbe med variabler, løkker og if-then-else. Vi bruker i utgangspunktet blokkprogrammering i makecode, men går raskt over til tekstprogrammering i Python. I tillegg bruker vi en bit:bot (robotbil) for å konkretisere programmeringen, og kommer også borti radiostyring når bit:bot-ene skal avslutte med radiostyrt fotball.

Vi vil også jobbe kreativt, utforskende og skapende tverrfaglig med matematikk, kunst og programmering. Vi skal programmere mønstre av geometriske former med blokkbasert programmering og/eller i tekstbasert programmering, Python.

Hvordan arbeide med problemløsing og utforsking v/ Hanan Abdelrahman

I dette plenumet vil temaet være gode matematiske aktiviteter i arbeidet med kjerneelementet problemløsing og utforskning. Hvordan vurderer vi meningsfulle matematiske aktiviteter der vi legger til rette for dybdelæring? Jeg vil presentere elementer fra lesson-study som kan brukes i arbeidet. Et viktig spørsmål vil også være hvordan sikre en god overgangen fra mellomtrinnet til ungdomstrinnet der elevene får progresjon i sine problemløsningsstrategier.

I tillegg blir det et plenum med nytt fra Matematikksenteret.

Sommerkonferansen 2022 – verksteder

Det blir to økter med verksteder på sommerkonferansen. Her blir noe for enhver – fra barnehage til videregående skole. Her er en kort beskrivelse av de flotte verkstedene. Når du melder deg på må du velge hvilke verksteder du ønsker.

Reggio Emilia i barnehagen v/ Sissel Saltkjel og Elisabeth Hast Rønnestad.

«Om sola forsvinner svever planetene og vi bare rundt i verdensrommet. Da kan jeg ha en plan …» (Jente 4,5 år).

I Reggio Emilia betraktes læring som noe som oppstår når man utforsker et problem sammen med andre. Når en legger til rette for at barna kan dele sine tanker og teorier med hverandre og oss, kan vi komme inn i spennende kollektive læreprosesser.

På verkstedet vil vi gi eksempler fra spennende prosjektarbeider som viser at denne arbeidsmåten gjør at barns læreprosesser kan gå i dybden og være tverrfaglige.

I en tverrfaglig arbeidsmåte tenker vi at man ikke bare samarbeider, men at man våger å låne arbeidsredskaper av hverandre og jobbe innenfor hverandres arbeidsfelt og diskurser (Anna Palmer).

Vi håper og tror vi kan inspirere kolleger i andre barnehager og i småskolen til å jobbe i dybden gjennom tverrfaglige prosjekter.

Elisabeth Hast Rønnestad og Sissel Saltkjel er barnehagelærere og arbeider i hver sin barnehage i Ålesund. Begge er i sitt arbeid inspirert av Reggio Emilia-filosofien, som har en uttalt tro på barns iboende kraft, kompetanse, nysgjerrighet og lærelyst.

Uteskole i begynneropplæringa v/Trude Sundtjønn og Maria Rogvin

Algoritmisk tenkning – hva kan man gjøre på uteskole? Vi gjør noen aktiviteter med frakoblet programmering som kan passe på uteskole for småtrinnet, knyttet opp til læreplanmålen «lage og følge regler og trinnvise instruksjoner i lek og spill» – både knyttet til geometri, koordinatsystem og måling. Vi tenker at hovedmålgruppa er 1–4, men det kan være interessant for hele barnetrinnet.

Algebraisk tenking v/ Marianne Eskeland

Vi skal først se litt på hva algebraisk tenkning på barnetrinnet kan være. Deretter skal vi gå mer i dybden på funksjonstenkning og hvordan dette kan integreres i de andre fagområdene i matematikken. Målet er at algebraisk tenkning skal berike arbeidet vi gjør i matematikktimene. Verkstedet kan også være interessant for lærere som underviser på ungdomstrinnet.

Marianne har de siste årene fordypet seg i algebraisk tenkning på barnetrinnet. Hun har skrevet en masteroppgave om algebraisk tenkning på barnetrinnet, der undersøkte hun hvordan lærere tolker beskrivelsen av algebra i læreplanen og hvordan lærerne kan støttes når de skal undervise i algebra på barnetrinnet. Hun jobber som lærer på Slemmestad barneskole i Asker og er også veileder i begynneropplæring i matematikk i Asker kommune.

Med knute på tråden? v/Olaug Svingen og Ingunn Valbekmo

I LK20 er representasjoner et av kjerneelementene. «Representasjoner i matematikk er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Elevene må få mulighet til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Elevene må få mulighet til å forklare og begrunne valg av representasjonsform. Elevene må kunne oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket og veksle mellom ulike representasjoner.»

Med utgangspunkt i en konkret og åpen oppgave, skal vi utforske ulike representasjoner. Med tau, klistrelapper, tusjer og plakater skal deltakerne konkretisere og visualisere en konkret situasjon fra hverdagslivet. Videre skal vi diskutere sammenhenger mellom de ulike representasjonene og mellom representasjonene og den konkrete oppgaven.

Brett et ark og klipp en gang – Utforsking av geometriske mønster og strukturer i et ark v/Christian Salvesen

Har du noen gang lurt på hva som er mulig å klippe ut av et ark hvis du bare fikk lov å brette og å klippe en rett strek en gang? «Brett og klipp»-teoremet har vært kjent i flere hunder år. Teoremet sier at «alle figurer i planet som kun består av rette linjer kan brettes slik at du kun trenger ett rett klipp for å klippe den ut».

Verkstedet tar utgangspunkt i «brett og klipp»-teoremet. Som deltaker får du mulighet til å lage egne brettestrategier og å lære andres strategier. Du vil få innblikk i en kreativ og utforskende aktivitet som gir rom for samtaler rundt geometriske strukturer og sammenhenger. Aktiviteten forankres i kjerneelementen «utforsking og problemløsning» og kompetansemål knyttet til geometri for 6. og 9. trinn i LK20. Som deltaker får du kanskje også muligheten til å klippe ut din egen bokstav?!

Dybdelæring og kjerneelementene v/Linda Bråthe

På verkstedet vil vi se på kjerneelementene, hvordan sikre at man faktisk jobber med det som er det sentrale i faget, og praktiske tips til hvordan jobbe med dette. Det blir fokus på elevstemmen og tilpasset opplæring.

Dette er et verksted for ungdomstrinnet, men med metodikken er ganske generell og kan passe for både mellomtrinn og vgs.

Kvadrat + kvadrat = kvadrat v/Susanne Stengrundet

I dette verkstedet for ungdomstrinnet skal vi undersøke sammenhenger som bygger på Pytagoras' setning. Dynamisk geometri gir oss mulighet til finne sammenhenger som er umulig å utforske med papir og blyant. Vi bruker både formlikhet og kongruensavbildinger og lager glidere. Alle aktiviteter starter med blanke ark og det blir tid til å teste dem underveis. Du må ha med egen PC med GeoGebra.

Lek og utforsking med tall, mengder og telling v/Camilla Justnes og Kjersti Spigset, Matematikksenteret, NTNU

Dette er et praktisk verksted der du får prøve ut en rekke aktiviteter som passer til de eldste i barnehagen og de yngste i skolen. Aktivitetene er lekende og utforskende og gir mulighet for å uttrykke tall, mengder og telling på ulike måter. Vi kommer spesielt inn på ulike måter å telle på, og oddetall og partall. Vi tar i bruk både barnelitteratur, kroppen vår og konkretiseringsmateriell.

Matematiske samtaler bidrar til at barna/elevene kan finne det meningsfylt å engasjere seg i de matematiske aktivitetene. Vi vil derfor underveis diskutere alderstilpassede strategier for hvordan du kan initiere, følge opp og avslutte aktivitetene med barna/elevene for å rette oppmerksomheten mot de matematiske ideene.

Blir været fint, skal vi være utendørs!

Stemmer det alltid at oddetall + oddetall = partall? v/Anja Olsen

Dette verkstedet har som mål å vise at elever helt ned i 2. klasse, mulig også 1. klasse, kan bevise at oddetall + oddetall = partall, partall + partall = partall og oddetall + partall = oddetall. Det er mulig å få til når elevene får tid undersøke tallenes egenskaper, snakke sammen, og at man som lærer er bevisst sin rolle som veileder og kan lede elevene i riktig retning gjennom den matematiske klasseromssamtalen.

Undervisningsopplegget tar høyde for at elevene kan ha jobbet med partall og oddetall tidligere, men at de ikke nødvendigvis har en presis beskrivelse av egenskapene. Til verkstedet vil jeg ta med egenproduserte konkreter for å vise hvordan man kan jobbe fra det konkrete og mot det abstrakte for å få elevene til å utarbeide presise beskrivelser av partall og oddetall, samt bruke disse for å bevise setningene over. Det blir erfaringsdeling og diskusjoner rundt opplegget mot slutten av verkstedet.

Å spille med dagliglivets figurer v/Bjørn Smestad

En hovedingrediens i verkstedet er en «kortstokk» bestående av fotografier av hverdagslige ting som har elementer av geometriske figurer i seg. Kortstokken skal gi en bro mellom dagliglivet og det matematiske, samtidig som det gir muligheter for å sortere basert på ulike kriterier (for eksempel biler og tegnestifter i samme haug). Uvante perspektiver gir rom for undring.

Verkstedet har tre hovedelementer. Presentasjon av og diskusjon om kortstokken. Hvordan kan en slik kortstokk være et hjelpemiddel for å ordne, sammenligne og reflektere over former og figurer? Hva er gode spørsmål å stille for å få til undring? Hvordan kan kortstokken etter hvert videreutvikles i samspill med elevene?

Lage spill: Det er rike muligheter for å lage enkle (og mer kompliserte) spill – for eksempel kortspill eller brettspill – med utgangspunkt i en slik kortstokk. Klarer vi å lage noen artige spill som samtidig gir erfaringer med å beskrive og sammenligne figurer? Kan vi inspirere elevene til å lage nye regler?

Deltakerne (og verkstedsholder) presenterer sine spillideer.

Geometrisk programmering i Turtlestitch v/Elise Haugerud

Utforsking og programmering står sterkt i den nye læreplanen. På dette verkstedet blir du tatt med gjennom utforskende aktiviteter med programmering av geometriske mønstre, og hvordan du kan gjøre dette med elever. Opplegget passer bra til kompetansemål fra både 6. trinn og 8. trinn i matematikk, men kan også brukes til å jobbe med mål på 4., 5. og 9. trinn. Vi skal også snakke litt om hvordan denne programmeringsaktiviteten kan kjøres tverrfaglig med kunst og håndverksfaget. Økta passer for alle, uansett om du er nybegynner innen programmering, eller om du har programmert i andre språk tidligere. Du bør ha med PC eller Ipad.

Escape Room v/Asle Grude

Escape Room gir matematisk læring, spenning, konkurranse, samarbeid, osv – perfekt kombo. Kursdeltakerne «spiller» elever, og jobber seg gjennom rommet mitt i små grupper, for å få en førstehånds erfaring med hvordan et rom kan settes opp.

Deretter en samtale om opplegget de nettopp har vært gjennom. Jeg presenterer hvordan det var å planlegge (julerommet og eventuelt påskekrimmen) – utfordringer jeg møtte på underveis, faktorer å tenke på for å få faglig utbytte, tidsbruk osv. Forarbeid/

etterarbeid sammen med elevene for læring. Bruk i undervisning og kanskje i vurdering. Spørsmål/samtale med kursdeltakerne. Opplegget deles til alle i etterkant.

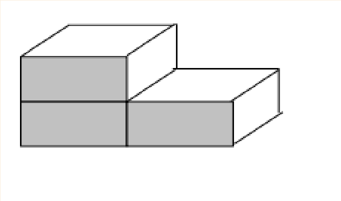
Med MatteLIST i fagfornyelsen, videregående og u-trinn
v/Anne-Mari Jensen

LIST står for Lav Inngangsterskel, Stor Takhøyde. LIST-oppgaver er oppgaver som skal kunne gi elever på ulike nivå i samme klasse utfordringer. Aktivitetene i MatteLIST gir elevene mulighet til å undersøke, diskutere og reflektere, og slik bidra til god læring. I verkstedet presenteres nettstedet MatteLIST og litt av det vi finner der. Se mattelist.no. Vi skal arbeide med noen av oppleggene og diskutere hvordan de kan være med på å skape dybdelæring i matematikk.

For å delta må deltakerne ha med egen PC.

Løsningsforslag til oppgave fra UngeAbel v/Marianne Maugesten

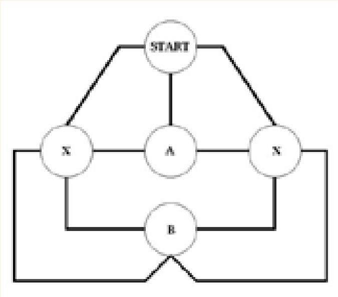
Tre esker



Hver eske må ha volum 56 (= 168 : 3) liter. Vi er altså på jakt etter tre naturlige tall *a*, *b* og *c* (alle større enn 1) slik at $a \cdot b \cdot c = 56$. Vi kan finne dem ved å prøve oss fram. Det kan her være nyttig å ta utgangspunkt i primfaktoriseringen $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$, som hjelper oss å se at det er to mulige løsninger: $2 \cdot 4 \cdot 7$ og $2 \cdot 2 \cdot 14$.

Oppgave fra UngeAbel

Prinsessen eller løvene



Oppgaven er fra semifinalen 2021.

En prinsesse forelsker seg i en klok, men fattig, ung mann, som kongen ikke liker. Kongen befaler derfor at mannen skal kastes til løvene. Prinsessen ber kongen om nåde og kongen går da med på følgende: Den unge mannen skal gå inn i en labyrint med fire rom. Han må starte i START og forflytte seg inne i labyrinten for å finne prinsessen. To av rommene er tomme (X). Prinsessen får velge om hun vil vente i rom A eller rom B. I det rommet hun ikke velger, plasseres det sultne løver. Prinsessen velger det rommet hvor det er størst sannsynlighet for at den unge mannen skal finne henne

I hvilket rom valgte prinsessen å plassere seg? Husk å begrunne svaret.

UngeAbel 2021–2022

v/Elin Unstad

Vinnerlaget i 2019. Klasse 9A ved Skøyenåsen skole i Oslo. Foto: John Petter Reinertsen.

Årets UngeAbel-konkurranse er godt i gang. Nå gleder vi oss til at alle lagene kan samles fysisk på Gardermoen i april.

Runde 1 ble gjennomført i november 2021 med 199 klasser. Totalt var det 4573 elever som jobbet med problemløsningsoppgavene.

Runde 2 ble gjennomført i januar 2022. Her utsatte vi fristen en uke for å få med noen klasser som hadde mye sykefravær på grunn av covid 19.

I begge de første rundene har vi testet ut en ny nettløsning, som er spesialutviklet for konkurransen, og dette har fungert fint.


Her er semifinale-salen klar til bruk i 2019. Foto: Svend Eidsten.

Etter de innledende rundene var det spennende å se hvilke lag som gikk videre som semifinalister. Det er elleve lag som er vinnere av fylkene sine. I tillegg er det fem lag som går videre basert

Her er juryen fra 2019. Foto: Svend Eidsten.

på poengsum. Denne ordningen gjør at det er flere muligheter for lag som kommer fra fylker med mange deltakere. Dette er andre året med denne ordningen. I fjor var det flest lag fra Viken i semifinalen. I år er det derimot flest fra Møre og Romsdal som går videre på poengsum. Ingen grunn til å ikke slenge seg med i konkurransen uansett fra hvor i landet skolen deres er lokalisert.

Kunnskapsminister Jan Tore Sanner og Preses Hans Petter Graver fra Det norske vitenskaps-akademi kaster glans over finalen i 2019. Foto: John Petter Reinertsen.

Nå jobber de 16 klassene som er kommet til semifinalen med fordypningsoppgaven. I år er temaet for denne tetraedere. Klassen skal skrive en rapport, lage en utstilling og en presentasjon. Førstnevnte skal leveres før arrangementet. De to siste er en viktig del av opplegget på Gardermoen.

I slutten av april deltar fire elever og en lærer på Gardermoen. Det blir lag fra Eidbakken skole i Lyngen kommune i nord (Troms og Finnmark) til Abel skole i Gjerstad kommune i sør (Agder). Totalt kommer 64 ungdommer til å delta i semifinalen, og vi gleder oss til å ønske dem velkommen!

Praktisk matematikk er ikke lik urolige elever uten kontroll

v/ Henrik Kirkegaard

Syns du det er vanskelig å komme i gang med en praktisk tilnærming til matematikken?

Ikke fortvil – måling er et glimrende tema til å prøve ut praktiske oppgaver. Elevene liker det og du vil like det, ikke minst hvis du klarer å sitte i «ro» og la elevene selv finne en strategi og prøve seg frem. Med et læreplanord kalles det utforsking. Jeg har matematikk på 4. og 6. trinn. Begge klassene fikk samme oppgaven og alle elevene fikk med seg mye mer læring enn hvis de bare hadde regnet noen oppgaver i en bok. Oppgaven fant jeg i Oppgavebanken på lamis.no. Søk på «måling».

Hver elev får et A4-ark, en saks og en tommestokk (eller et annet måleredskap). Oppgaven går ut på at hver elev skal klippe en så lang remse (det var ikke alle som forsto ordet remse, så da ble det også litt norskopplæring) som mulig av arket. Det er ikke lov å bruke tape til å sette remsen sammen med. Det er lov å få et nytt ark, hvis det første forsøket ikke ble så vellykket. Det er også lov å snakke sammen eller besøke hverandre, for å finne en bedre strategi.

Etterhvert som elevene blir ferdige finner de en passende plass ute på gangen, hvor de taper remsen fast i begge endene

til gulvet. Da er det bare å finne frem tommestokken, måle opp så presist som mulig og skrive resultatet på tavlen. Klassen min brukte resultatene til en samtale om desimaltall, for det har vi nettopp jobbet med. Etterpå brukte vi lengdene og laget statistikkoppgaver. Her er det mange muligheter; lengst, kortest, sentralmål eller hva som nå er relevant for klassen din. Vi tegnet diagrammer og diskuterte om det var lurt å dele lengdene inn i intervaller. Mye god læring og flotte diskusjoner.

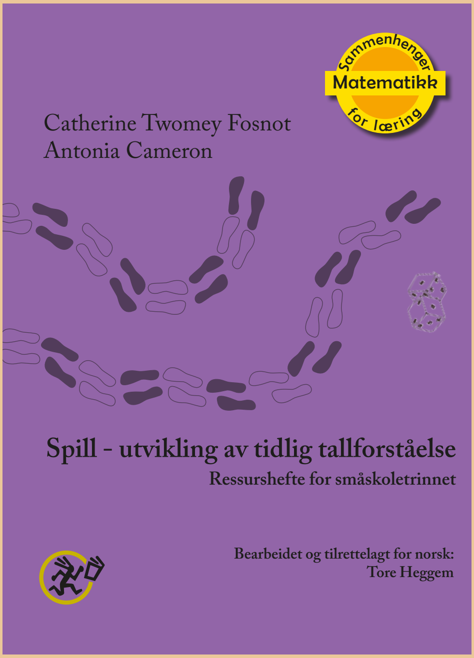
Du som lærer må huske ikke å vise hvordan det er lurest å klippe arket. Da får du bare en masse kopier uten at elevene har tenkt seg om, for å løse oppgaven. Du mister kanskje også muligheten for at noen elever finner en bedre strategi enn din.

Elevene mine gikk løs på oppgaven med stor fantasi. Det slår meg faktisk gang på gang, hvor mye vi må øve med elevene på å klippe med en saks. Mange trenger virkelig den finmotoriske treningen dette gir. Det er også en fornøyelse å se, hvilket gå-på-mot elevene har og hvilken utholdenhet de viser underveis. Du ser nesten hvordan det knaker i topplokket, når de forsøker å forestille seg hvordan deres klipperier skal bli til en lang, lang remse. De diskuterer innbyrdes underveis, prøver og feiler, men finner som regel ut at det kan være lurt å klippe «rundt» eller klippe «harmonika». Det gjelder jo også å klippe så «tynt» som mulig, uten at remsen sliter. Mange blir ganske overrasket over hvor langt det er mulig å klippe en remse. Vi burde i grunnen ha gjettet på lengden, før vi begynte. Oppfinnsomheten er ikke mindre stor, når de skal ha festet remsen til gulvet og målt opp. God læring får de også i å folde ut (og inn) en tommestokk og ikke minst snu den i riktig retning.

Dette må du bare prøve som lærer. Her er både din terskel og elevene sin terskel lav fra første klipp. Det beste er at måling er jo ikke bare lengdemåling. Nei da, Oppgavebanken har også mange fine oppgaver med vekt-, volum- eller tidsmåling.

Riktig god fornøyelse!

Fosnot-hefter oversatt til norsk



Spill

Utvikling av tidlig tallforståelse

Spill – utvikling av tidlig tallforståelse er et ressurshefte som kan brukes gjennom hele skoleåret. Det består av 24 spill som kan inngå i undervisningsopplegg eller brukes individuelt etter behov. Lek og spill er naturlig del av barns læring og brukes som motivasjon for å utvikle tallforståelse og automatisere tallfakta. Elevene samarbeider i spillene, de må dele strategier med hverandre. For hvert spill gis det oversikt over det aktuelle læringslandskapet og faglige mål. Utdrag fra elevsamtaler viser samspill mellom lærer og elever med muligheter til utvikling. Spillene passer best på første og andre trinn, men kan også brukes for litt eldre elever.

Bearbeidet og tilrettelagt for norsk ved Tore Heggem.

Froskehopp. Algebra gir elevene inngang til algebra og algebraiske uttrykk og symboler. Det er særlig rettet mot mellomtrinnet.

Beste kjøp. Brøk – addisjon og subtraksjon er knyttet til brøk, desimaltall og prosent. Det er særlig rettet mot mellomtrinnet.

Dagligvarer. Multiplikasjon – en innføring er knyttet til multiplikasjon og divisjon. Det er særlig rettet mot elever på 3.–5. trinn.

Køyesenger. Tidlig tallforståelse handler om tallforståelse, addisjon og subtraksjon. Det er særlig rettet mot de tre første skoleårene.

Arkitektprosjektet handler om areal, omkrets og volum. Det passer på grunnskolens mellom- og ungdomstrinn.

Hvert hefte koster 295,–

Caspar Forlag AS · www.caspar.no

Bestill hos ordre@fagbokforlaget.no

Returadresse: Tangenten / Caspar Forlag AS, Kanalveien 51, 5068 Bergen