

Øyen

Når matematikk blir et verktøy i yrkesfag

«Pytagoras, ja, det lærte vi i 9. klasse ... men hva vi bruker det til? Har ingen aning!» I beste fall kommer svaret «Kanskje noe med trekanter?». Dette er utdrag fra en vanlig time i begynnelsen på skoleåret på vg1 byggfag. Elever som begynner på vg1 yrkesfag, har hatt matematikk i mange år, men de har svært liten erfaring med hvordan faget brukes i yrkeslivet.

Hva om matematikk ble sett på som et verktøy i verktøykassa for å løse konkrete problemer i yrkesfag, og ikke bare som et obligatorisk fellesfag? Hvordan kan vi gjøre matematikk meningsfull, slik at elevene ser nytten av det de lærer, og bruker det for å lykkes i praktiske utfordringer på arbeidsplassen?

Svaret kan ligge i praktiske, autentiske oppgaver som speiler det elevene møter i hverdagen. Oppgaver hvor matematikk blir et verktøy på lik linje med tomme stokk, hammer eller multi-meter – for eksempel når man legger varmekabel, beregner materialforbruk eller bygger en skråvegg. Der elevene opplever at matematikken blir et verktøy for å komme videre i arbeidet – ikke et mål i seg selv.

Å lage slike oppgaver krever mer enn gode ideer. Det krever nøye planlegging, samarbeid

og et skolemiljø som legger til rette for at matematikk og yrkesfag møtes på en meningsfull måte.

Hva er praktisk matematikk?

I dag brukes begrepet «praktisk matematikk» ofte om alt fra fysiske hjelpemidler til hverdagslige eksempler. Omfanget er stort, og det finnes ingen entydig definisjon på hva praktisk matematikk egentlig er – noe som kan være både inspirerende og utfordrende. I denne artikkelen bruker jeg begrepet praktisk matematikk om den matematikken som faktisk tas i bruk for å løse konkrete, yrkesfaglige problemstillinger. Praktisk matematikk er ikke nødvendigvis enklere enn den de møter i klasserommet. Kanskje snarere tvert imot.

Praktisk matematikk handler om å finne den matematikken som faktisk blir brukt i ulike yrkesfaglige settinger, og gjøre den tilgjengelig og synlig for elevene. Når elevene må beregne lengder, vinkler, materialforbruk eller effekt for å få en konstruksjon eller installasjon til å fungere, opplever de *hvorfor* matematikken er viktig. De ser at små regnefeil får praktiske konsekvenser, og at nøyaktighet faktisk betyr noe. I slike situasjoner blir matematikk både relevant og nødvendig, ikke bare noe som «skal gjøres fordi det står i læreplanen».

For å illustrere hvordan denne typen praktisk matematikk fungerer – der matematikk

Marie Vaterland Øyen

Vinstra vidaregåande skule
marvat@innlandetfylke.no

møter programfag – vil jeg her presentere to konkrete caseoppgaver. Dette er oppgaver hvor elevene får erfare og oppleve at matematikk faktisk fungerer som et verktøy for å løse reelle problemer i yrkesfaglig arbeid.

Case 1: Varmekabel (EL)

I denne oppgaven skal elevene legge varmekabel i verkstedbåsen sin. Hensikten er at elevene skal se hvordan man prosjekterer og legger en varmekabel i et gitt rom. Oppgaven er virkelighetsnær og realistisk, men tilrettelagt for undervisning. Tidsrammen er ca. 4 skoletimer, og alle arbeider selvstendig.

Oppgavens oppbygning:

Elevene skal:

1. Beregne arealet på verkstedbåsen og bruke tabeller for å finne hvor mange W/m^2 rommet skal ha, for å bestemme total effekt.
2. Måle motstanden (Ω) på ulike kabler og bruke Ohms lov til å finne strømstyrken (I).
3. Beregne effekt per kabel og sammenligne med ønsket totaleffekt (P).
4. Velge riktig varmekabel – den som har nærmest beregnet wattverdi.
5. Bestemme kabelens lengde og c/c -avstand (avstand mellom sløyfer).
6. Legge kabelen fysisk med korrekt avstand fra vegger og mellom sløyfer.

Denne oppbygningen viser tydelig hvordan matematikk har direkte konsekvenser: Feil i beregningene kan gi feil kabellegging og dårlig varmefordeling. LK20 har gitt oss et stort handlingsrom, særlig i 1P-Y, med tydelig oppfordring til tverrfaglig arbeid. Utarbeidelsen av varmekabeloppgaven er derfor gjort med mål om at de matematiske beregningene skal ligge innenfor kompetansemålene i matematikk, og ikke oppleves som noe som «kommer på siden av pensum». Matematikken skal være grunnlaget for at det praktiske arbeidet kan gjennomføres.



Figur 1: Elever som legger varmekabel i verkstedbås.

Resonnering og beregning

Et viktig element i oppgaven er at elevene ikke bare skal sette tall inn i formler, men de må også resonnerer seg frem til *hvilke beregninger som er nødvendige*, og i hvilken rekkefølge disse må gjøres. Når elevene får oppgitt en effekt per kvadratmeter (W/m^2), må de selv forstå hvordan total effekt i watt kan beregnes ved å kombinere denne verdien med arealet i m^2 . Dette gir en konkret og meningsfull inngang til arbeid med sammensatte enheter og viser hvordan benevningene faktisk «styrer» regnemethoden.

Når elevene skal finne effekten til en varmekabel, har de ikke alltid tilstrekkelig informasjon til å kunne bruke effektformelen direkte. Strømstyrken I er ukjent, og må først beregnes ved hjelp av Ohms lov. Oppgaven er derfor bevisst bygget opp slik at elevene naturlig går veien om $U = R \cdot I$ for å finne strømstyrken, før denne verdien kan brukes videre i effektformelen $P = U \cdot I$. Å gå veien om en annen formel for så å bruke en annen formel etterpå er ikke noe vi forventer at elevene ser umiddelbart, særlig ikke tidlig på vg1. Oppgaven er derfor strukturert slik at elevene ser fremgangsmåten, og forhåpentligvis kan dette til en senere anledning.

Nøyaktighet og praktisk anvendelse

Videre stilles det krav til nøyaktighet i både måling, omregning og det å skrive utregninger, ikke bare svaret. Et sentralt eksempel er når elevene først beregner bruttoarealet av verkstedbåsen i m^2 , og deretter skal finne nettoarealet – altså det arealet som faktisk skal dekkes av varmekabel.

Ettersom varmekabel ikke skal legges helt inntil vegg, skal det trekkes fra 5 cm på hver side. Dette innebærer at både lengde og bredde må reduseres med totalt 10 cm. For å kunne gjøre denne justeringen korrekt er det avgjørende at elevene har skrevet opp hele utregningen, og ikke bare arealet i m^2 .

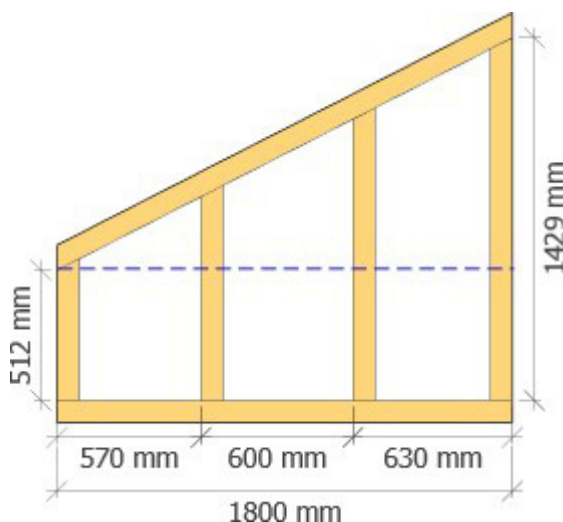
Dersom eleven kun har notert svaret i m^2 uten å ha oversikt over hvilke mål som ligger til grunn for svaret, blir det vanskelig – eller i praksis umulig – å trekke fra 10 cm på hver side uten å måtte måle opp verkstedbåsen på nytt. På denne måten får elevene selv erfare hvorfor utregninger ikke bare er noe «læreren maser om», men fungerer både som dokumentasjon og som et nødvendig verktøy i videre beregninger som kreves for å kunne legge varmekabler korrekt. Dette bidrar til at elevene får en autentisk matematikkopplevelse der teori og praksis er uløselig knyttet sammen.

Case 2: Skråvegg (BA)

I denne oppgaven skal elevene bygge en modell av en skråvegg, så lik arbeidstegningen som mulig. Prinsippet er enkelt, men arbeidstegningen mangler flere vesentlige mål som elevene må finne ut av før de kan sette den sammen. Tidsrammen for oppgaven er en hel skoledag.

Reaksjoner fra elevene når de får utdelt tegningen med skråveggen, starter stort sett slik: «Men dette er jo kjempelett. Er du seriøs på at vi skal bruke hele dagen på dette?» «Hallo, vi har jo tegningen, vi er ferdige på 30 minutter!»

Disse reaksjonene endrer seg raskt når elevene oppdager at arbeidstegningen mangler flere



Figur 2: Arbeidstegning av skråveggen med markert hjelpelinje.

kritiske mål, og at de faktisk må bruke matematikk for å komme videre.

Oppgavens oppbygning:

Elevene skal:

1. Identifisere manglende mål på arbeidstegningen.
2. Regne ut de manglende lengdene på skråveggen og regne ut vinkelen.
3. Overføre riktige mål til arbeidstegningen og kontrollere at alt stemmer.
4. Utføre den praktiske byggingen av modellen.
5. Gjennomføre etterarbeid med kostnadsberegning av prosjektet.

I planleggingsfasen må elevene bruke matematikk for å beregne lengder på stendere og vinkel på toppsvill. Pytagoras' setning og tangens er sentrale verktøy i oppgaven og bør ligge lett tilgjengelig i elevenes «verktøykasse». Oppgaven kombinerer matematisk nøyaktighet med praktiske ferdigheter og utfordrer elevene på problemløsning og utholdenhet.

Oppgavens progresjon og didaktiske valg

Oppgaven er bevisst delt inn i mindre deler, der de mest krevende beregningene kommer først. Erfaring viser at Pytagoras-beregninger knyttet til skråveggen oppleves som mer utfordrende enn trigonometrisk beregning av vinkler ved hjelp av tangens. Selv om Pytagoras' setning er et velkjent verktøy, opplever mange elever at bruken blir krevende når den inngår i komplekse konstruksjoner som en skråvegg med stendere. Samtidig med at Pytagoras krever flere «trinn» i utregningsprosessen. Derfor starter oppgaven med arbeid knyttet til Pytagoras' setning, før vinkelberegningene. Oppgaven stiller også tydelige krav til nøyaktighet og tegningsforståelse. Elevene må ta stilling til om mål er angitt som innvendige eller utvendige mål, og feil tolkning får direkte konsekvenser når materialene skal kappes.

For å gjøre oppgaven tilgjengelig for flest mulig elever er det markert en hjelpelinje på skråveggen på arbeidstegningen, som deler figuren i en trekant og en firkant. Uten en slik visualisering ville kun de faglig sterkeste elevene klart å se trekanten på egen hånd, og lærerens rolle ville i større grad blitt å «tegne opp løsningen». Hensikten med forenklingen er ikke å gjøre oppgaven lettere, men å senke terskelen for å komme i gang. Målet er at flest mulig elever skal oppleve mestring dersom de behersker selve regneoperasjonene. Over tid er håpet at elevene selv skal kunne identifisere slike hjelperkanter uten støtte, men i denne oppgaven legges det til rette for at de først og fremst skal lykkes med beregningene. Fokus på mestring er derfor et bevisst valg i oppgavens design.

Vinkler og komplementvinkler

Selv om utregninger med tangens kan virke enkle på papiret, stiller praktisk anvendelse større krav til forståelse og nøyaktighet. En vinkel som beregnes til 34° på papiret, må i praksis omsettes til riktig innstilling på saga, som i dette tilfellet innebærer å bruke den kom-

plementære vinkelen på 56° . Dette illustrerer hvordan matematiske utregninger alene ikke er tilstrekkelige, men må forstås i sammenheng med den praktiske situasjonen de inngår i. Oppgaven gir dermed elevene mulighet til å møte de samme matematiske prinsippene både gjennom teoretiske beregninger og gjennom konkret praktisk arbeid, og synliggjør hvordan små misforståelser kan få store konsekvenser i utførelsen.

Etterarbeid og refleksjon

Etter den praktiske gjennomføringen skal elevene beregne kostnaden for skråveggen basert på faktisk materialbruk, inkludert lønn, merverdiavgift og et påslag på 10 % for svinn og kapp. I tillegg gjennomfører elevene en egenvurdering der de reflekterer over arbeidsprosessen og egen innsats gjennom dagen.

Erfaringene fra de fem årene oppgaven har vært gjennomført, viser at elevene gir utlukkende positive tilbakemeldinger. Det eneste gjentagende forbedringspunktet som trekkes frem, er ventetid ved saga. Samtidig er det nettopp i den praktiske gjennomføringen at mange elever møter sine største utfordringer. Unøyaktige målinger, feil tolkning av tegningen eller forveksling mellom innvendige og utvendige mål fører ofte til at deler må kappes på nytt – enkelte elever må gjøre dette både to og tre ganger.

I motsetning til i en tradisjonell matematikkøkt gir ikke feil her et abstrakt tall som svar, men et konkret problem som må løses. Elevene reagerer ofte med frustrasjon, men kaster seg raskt rundt og fortsetter arbeidet. Denne utholdenheten og viljen til å prøve på nytt er sjelden å se i vanlig matematikkundervisning. Gleden elevene uttrykker når modellen til slutt blir godkjent, med et avvik på maksimalt ± 2 mm, illustrerer hvordan praktisk arbeid kan gi sterke mestringsopplevelser og bidra til dypere forståelse av matematikkens betydning i yrkesfaglig sammenheng.

Elevreaksjoner, utholdenhet og mestring

Reaksjonene til elevene etter at disse oppgavene var gjennomført, var tydelige:

«Slike oppgaver vil vi ha mer av!»

«Men denne matematikken her er jo ikke vanskelig, for dette er jo praktisk.»

«Den praktiske delen var faktisk mye vanskeligere enn jeg trodde!»

«Dette er faktisk nesten som å være ute i YFF (praksis), jo!»

Gjennom oppgavene oppdager elevene at hver eneste utregning har betydning – gjør de en feil, får det direkte konsekvenser i praksis. Det er en erfaring de sjelden får i tradisjonelle matteoppgaver i boka, hvor feil ofte bare blir et tall i boka uten noen form for praktisk betydning. Og de går videre til neste oppgave.

Oppleggene skaper et engasjement vi sjelden ser ellers: Elevene jobber intenst og må tvinges til pauser – vi har til og med fysisk måttet slå av strømmen og låse døra på verkstedene når kaffen skal inntas. Dette skyldes trolig både at oppgavene gir direkte mestring, og at elevene ikke kan starte den praktiske delen før de har gjort alle nødvendige utregninger. Flere elever som normalt sliter med matematikk, har uttrykt overraskelse over egen innsats og forståelse: «Jeg har aldri jobba så godt med matte i hele mitt liv før jeg», «Hjernen min er helt kokt nå, jo!» og «Jeg er imponert over meg selv at jeg faktisk har fått regnet alt, jeg!»

Når elevene ser resultatet av egne beregninger i et fysisk produkt, får de umiddelbar tilbakemelding på riktige og feilaktige utregninger. Dette gir særlig de som sliter med faget, mulighet til å vise kunnskap på en ny måte, mens faglig sterke elever ser sammenhenger mellom fagene og utfordres til å bruke kunnskapen i nye kontekster. Å møte elevene på deres premisser, for eksempel på verkstedet, gjør matematikken tydelig relevant, og de opplever selv at systematisk arbeid, nøyaktighet og utholdenhet faktisk lønner seg.

Tverrfaglig samarbeid

For at praktisk matematikk skal fungere, må skolen legge til rette for samarbeid mellom lærere på tvers av fag. Oppgaver som varmekabel og skråveggmodul krever både matematikkompetanse og praktisk fagkunnskap fra programfagene. Det er *umulig for én lærer alene* å lage oppgaver som både er matematisk riktige, praktisk gjennomførbare og autentiske i en yrkesfaglig kontekst.

Programfaglærerne bidrar med yrkesfaglig autoritet og kunnskap om hvordan arbeidet faktisk utføres, mens matematikklærerne gjør utregningene tilgjengelige og bygger opp oppgavene trinn for trinn. Samarbeidet mellom programfaglærere og matematikklærere handler derfor ikke bare om å «hjelp» hverandre, men om å utfylle hverandres kompetanse.

Samarbeid mellom matematikk- og yrkesfaglærere bidrar til flere positive effekter:

- Tverrfaglig kvalitet: Matematiske beregninger og praktiske løsninger sjekkes mot hverandre, slik at elevene får et realistisk og gjennomførbart opplegg.
- Motivasjon: Når yrkesfaglærere deltar, får elevene umiddelbar bekreftelse på at oppgaven er relevant for deres fremtidige yrke.
- Felles kultur for elever: Når lærere fra ulike fag samarbeider og viser at «vi alle er lærere for de samme elevene», styrkes både tillit og respekt mellom elevene og lærerne. Samtidig senkes terskelen for samarbeid mellom ulike typer lærere.

Dette samarbeidet har også en form for «å bryte isen-effekt»: Ofte er det historisk sett en viss distanse mellom fellesfaglærere og yrkesfaglærere. Når man lager opplegg sammen, deler erfaringer og ser at alle har det samme målet – å gi elevene best mulig læring – brytes barrierer ned. Skolens kultur blir mer helhetlig, elevsentrert og sammensveiset, og elevene opplever at fellesfag kan være mer meningsfulle og relevante fordi læringen henger sammen på tvers av fag.

Å kunne utfylle hverandres kompetanse

Ved planlegging av varmekabeloppgaven samarbeidet matematikk- og elektrolærere tett over tid. Elektrolærerne bidro med yrkesfaglig kompetanse og visste hvilke beregninger som måtte gjøres, i hvilken rekkefølge, hvilke verdier som var realistiske, og hvordan arbeidet skulle utføres. De hadde også ansvar for valg av måleutstyr og varmekabler, slik at oppgaven ble mest mulig lik det elevene møter på en arbeidsplass. Matematikklærernes rolle var å strukturere oppgaven matematisk og didaktisk, med fokus på elevenes forkunnskaper og vanlige «fallgruver».

Ved tett samarbeid mellom matematikk- og yrkesfaglærere trenger ikke matematikklæreren å være ekspert på verken varmekabler, strøm, bruk av sag eller andre tekniske detaljer. Tvert imot kan det være en fordel å ikke vite alt på forhånd. På den måten stiller matematikklæreren seg på linje med elevene, som ofte er helt i startgropa, og får innblikk i hvordan elevene selv tenker, og hva som kan være vanskelig å forstå. En lærer uten for mye forkunnskap om den praktiske biten kan lettere stille riktige delspørsmål og dele opp oppgavene i oversiktlige trinn som ikke føles uoverkommelige.

Denne tydelige steg-for-steg-oppbygningen gjorde at mange elever klarte å gjennomføre både beregninger og praktisk arbeid på egen hånd, uten kontinuerlig lærerstøtte. For lærerne frigjorde dette verdifulle ressurser: Tid og oppmerksomhet kunne rettes mot de elevene som virkelig trengte ekstra oppfølging – enten det handlet om matematisk forståelse, praktisk utførelse eller annet. I stedet for at lærerne måtte «slukke branner» hos mange samtidig, ble lærerrollen mer veiledende og støttende. Elever som mestret oppgaven, fikk arbeide videre i eget tempo, mens de som strevde, fikk hjelp. På denne måten bidro oppgavens didaktiske struktur ikke bare til økt mestring hos elevene, men også til bedre differensiering og mer hensiktsmessig bruk av lærerressurser. Rent vurderingsmessig ville graden av selvstendighet i oppgaven være et naturlig kriterium for høy måloppnåelse.

Resultatet av samarbeidet ble et undervisningsopplegg der matematikken ikke ble foranklet bort, men gjort tilgjengelig. Elevene fikk erfare at matematikk faktisk er et nødvendig verktøy i yrket. Opplegget kunne vanskelig ha blitt utviklet av én lærer alene; det er møtet mellom yrkesfaglig praksiskunnskap og matematikdidaktikk som skaper slike unike læringsarenaer.

Organisering av tverrfaglige prosjekter på Vinstra vgs

For at tverrfaglige prosjekter skal fungere, er det avgjørende at lærerne får tid til planlegging. På min arbeidsplass, Vinstra videregående skule, har ledelsen satt av egne fagdager der matematikklærere og programfaglærere må planlegge og gjennomføre opplegg sammen. Dagene er plassert i timeplanen i InSchool som en «aktivitet», for eksempel Fagdag Matematikk/Programfag IBA. Hele eller halve dager kan tilpasses behov og ønsker for hver yrkesfaglinje. Det viktigste er at lærerne møtes og utvikler opplegg sammen, med tema tydelig merket som «tverrfaglig arbeid».

Målet er å skape trygghet for lærerne: Man trenger ikke være redd for å «trække på andres fag». Mitt inntrykk er at programfaglærere ønsker å samarbeide med matematikklærere for å gi elevene en mer helhetlig og relevant undervisning.

Fysisk organisering av skolen understøtter samarbeidet. Kontorlandskapene er blandet: Matematikklærere sitter med byggfaglærere og vaktmestere, mens TP-lærere sitter med samfunnsfag og norsklærere. Dette utfordrer tradisjonelle faggrensene, fremmer uformell dialog og åpner for nye samarbeidsformer.

Resultatet er tydelig: Elevene opplever fagdager og praktisk matematikk som relevante og motiverende. De ser at matematikken faktisk brukes i praksis, og at ferdighetene de lærer, er nødvendige på arbeidsplassen. Samtidig styrkes lærerteamet – vi lærer av hverandre, utfordrer gamle vaner og bygger en mer helhetlig sko-

Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning

lekultur. Ledelsen har vist stor tillit og støttet opp, noe som gjør tverrfaglig samarbeid til en levende del av hverdagen. Dette gir mer motiverte elever og gjør at alle lærere jobber mot samme mål: elevenes beste.

Med praktisk matematikk blir undervisningen mer levende og relevant: Elevene ser direkte konsekvensene av egne beregninger, lærer å

tenke systematisk og opplever mestring når teori møter praksis. Samtidig styrkes samarbeidet mellom lærere på tvers av fag, og skolekulturen blir mer helhetlig og elevsentrert. Praktisk matematikk gjør ikke bare elevene dyktigere i faget – den gir dem erfaringer og ferdigheter som vil være gull verdt i arbeidslivet.