tangenten

2/2023

tidsskrift for matematikkundervisning 34. årgang

Temanummer:

Rettferdighet og matematikk

tangenten 2/2023

Tidsskrift for matematikkundervisning

Utgitt av Caspar Forlag AS
Kopiering fra tidsskriftet er ikke tillatt uten redaksjonens godkjenning

ISSN 0802-8192

Ansvarlig redaktør
Bjørn Smestad

Redaksjonsgruppe
Trude Fosse
Rune Herheim
Terje Lerø
Toril Eskeland Rangnes
Janneke Tangen
Gry Anette Tuset
For LAMIS: Renate Jensen

Redaksjonsråd
Marit Johnsen-Høines
Aasmund Kvamme
Ole Einar Torkildsen

Adresse
Caspar Forlag/Tangenten
Kanalveien 51
5068 Bergen
tangenten@caspar.no
www.tangenten.no

Abonnementspriser (fra 1.1.2023)

Ordinært	499,– per år
Studenter	289,– per år
Klassesett	270,– per år
(ved minimum 12 studenter)	
Utland	500,– per år

Utgivelsesdatoer
20. februar, 20. april
20. september, 20. november

Layout
Caspar Forlag / Aasmund Kvamme

Grafisk produksjon
John Grieg, Bergen

Artikler til bladet sendes til
tangenten@caspar.no

Omslaget
Utforming: Sigrun Werner

Adresseendringer
Medlemmer i LAMIS må bruke
post@lamis.no
for å melde fra om adresseendinger.
Direkteabonnenter hos Caspar Forlag bruker
post@caspar.no

Retningslinjer for vanlige artikler
tangenten.no/for-bidragsytere/retningslinjer-for-forfattere/

Retninglinjer og informasjon for fagfellevurderte artikler
tangenten.no/for-bidragsytere/retningslinjer-for-niva-1-artikler/

Fagfellevurderte artikler er merket som dette i boksen med forfatteropplysninger.

Rettferdighet og matematikk

Rettferdighet er utenkelig uten matematikk. Alle systemer som er laget for å bidra til rettferdighet, som trygdesystemer, skattesystemer, valgordninger og internasjonale handelsavtaler, er avhengige av matematiske modeller. Det samme gjelder regler i spill og idrett. Matematikk finnes overalt.

Verden er fortsatt urettferdig. Urettferdigheten finnes i det små og i det store; i barns hverdag og i fordelingen av goder og byrder i verden. Matematikk er avgjørende for å avdekke denne urettferdigheten og å finne løsninger på den. Noen ganger er enkel statistikk tilstrekkelig for å vise hva som er urettferdig. Andre ganger kan urettferdigheten være skjult i komplekse formler eller datasystemer som menigmann ikke kan kontrollere. I slike tilfeller er matematikkunnskap en forutsetning for å kunne stille de kritiske spørsmålene som trengs. Matematisk kunnskap gir makt og mangel på slik kunnskap kan føre til maktesløshet.

Klimaproblemet er et eksempel på dette. Forskning som dokumenterer klimaproblemene og modeller som viser hvordan situasjonen kan utvikle seg i framtida, inneholder mye matematikk. Tiltak for å motvirke klimaproblemene bygger på modeller og utformes ved hjelp av matematikk. Hvor mye mer vindkraft må bygges ut for å få til en grønn omstilling? Hvor klimavennlige er elbiler? Hvor stor andel av byrdene ved nye klimatiltak mener vi at de fattigste landene i verden skal bære? Ingen av disse spørsmålene kan besvares uten matematikk, og ingen kan besvares med matematikk alene.

Matematikkfaget spiller en sentral rolle i å avdekke urettferdighet og å finne løsninger som kan bidra til rettferdighet. Men faget kan også oppleves urettferdig for elevene. Det er en kunst å tilpasse undervisningen slik at alle får godt utbytte av faget og å fange opp og framheve elevenes gode strategier, slik at elevene får tro på seg selv som aktive deltakere i matematikken.

Dette temanummeret inneholder artikler om barns syn på rettferdighet, om rettferdighet i valg og spill, om rettferdighet i klimaproblematikk og programmering, og om sosial rettferdighet. Sammen gir disse artiklene et rikt bilde av sammenhengene mellom rettferdighet og matematikk. Vi ønsker oss fortsatt flere artikler om arbeid med rettferdighet i klasserom på ulike trinn, fra lærere over hele landet.

Vi ønsker alle Tangentens lesere en god sommer, og en god opplevelse til alle som skal delta på sommerkonferansen.

Fosse, Meaney, Tuene

Regnefortellinger om rettferdighet og urettferdighet

Rettferdighet og urettferdighet er aktuelle tema i skolen, dette gjelder ikke minst i barnehage og begynneropplæring. Barn erfarer ofte situasjoner hvor rettferdighet er viktig. For eksempel kan vel mange huske tilbake til egen barndom, når fordeling av brus og lørdagsgodteri skulle gjøres, hvor viktig det var at alt skulle deles likt. Å kunne dele rettferdig krever at barn er i stand til å ta en annens persons synspunkt, noe som ut fra et Piaget-perspektiv kan være vanskelig før barnet er 7 år. Nikiforidou & Pange (2015) belyser hvordan barnas forståelse av rettferdighet er knyttet til utvikling av demokratisk forståelse, som også handler om å kunne se dette i sammenheng med matematikk og det å gjøre moralske vurderinger. Almås mfl. (2010) viser i sin forskning at også små barn er opptatt av rettferdighet og urettferdighet, noe som kan tyde på at dette er spørsmål som barnehage og skole gjerne kan ta opp i samtaler også med små barn.

Trude Fosse
Høgskulen på Vestlandet
Trude.Fosse@hvl.no

Tamsin Meaney
Høgskulen på Vestlandet
Tamsin.Jillian.Meaney@hvl.no

Vilde Tuene
Høgskulen på Vestlandet (masterstudent)
vildetuene@live.no

Med dette som utgangspunkt skal vi her se nærmere på hva barn på omkring 7 år tenker om begrepene rettferdighet og urettferdighet. Vi ba 16 elever på 2. trinn skrive og tegne regnefortellinger i matematikktimen rundt temaene rettferdighet og urettferdighet. Regnefortellinger ser vi som multimodale tekster som omhandler matematikk hvor barn har muligheter til å presentere ideene sine om matematikk fra egen hverdag (Fosse, 2019).

For å støtte barnas forståelse av oppgaven ble det vist en regnefortelling fra tidligere forskning (Fosse, 2019), der Lise spiser de fleste eplene til Per. I Fosses (2019) forskning er det flere regnefortellinger hvor forfatterne presenterer barn som er triste i urettferdige situasjoner. På bildet i regnefortellingen som ble vist, gråter Per. Vi valgte denne som et eksempel på en urettferdig hverdagslig situasjon. Å bruke en eksempeltekst kan virke som en støtte for elevene omkring hvordan en slik regnefortelling kan være, men den kan også bli oppfattet som styrende for hvordan regnefortellingene skal lages. Vi valgte likevel å ha en slik tekst, siden den ikke eksplisitt handlet om en urettferdig situasjon, men ga elevene mulighet til å vurdere teksten i det lyset.

Figur 1a: Urettferdig. Vis Emil for 10 pølse og Emilie for en.
Figur 1b: Rettferdig. Vis Jonas for 20 iskrem og lise også for 20 iskrem blir de rettferdig

I denne nye studien laget hver elev to regnefortellinger, en om rettferdighet og en om urettferdighet, i løpet av to matematikktimer. Siden dette er rett før jul i 2. klasse, er de nybegynnere når det gjelder skriving og regning, men regnefortellingene de laget, viser at de har kunnskap om både skriving og regning. Mange av tegningene i regnefortellingene har et felles tema om at det er urettferdig når én får mer enn den andre, og at det er mest rettferdig å dele likt. Temaet rettferdighet og urettferdighet engasjerte elevene.

Vi ser av regnefortellingene vi fikk fra elevene på 2. trinn at de er opptatt av å dele likt, noe også Almås mfl.. (2010) fremhever er typisk hos barn i 6–7-årsalderen. Gode eksempler på dette er to elevers regnefortellinger om urettferdig og rettferdig deling av pølser og pizza som er vist på henholdsvis Figur 1a og 1b og på Figur 2a og 2b.

Figur 1a og Figur 1b viser eksempler på regnefortellinger hvor forfatteren skifter antall ressurser, henholdsvis 11 pølser og 40 is. Endringen fra et oddetall til et partall er sannsynligvis gjort fordi et partall lettere kan deles likt enn et oddetall, se også figurene 4a/4b og 5a/5b. Denne endringen fra odde- til partall finner vi i 13 av de 16 regnefortellingene vi samlet inn. I de resterende tre regnefortellingene brukes den samme mengdene både i regnefortellingen om urettferdig fordeling og om rettferdig fordeling som for eksempel i regnefortellingene i figurene 2a og 2b. Forfatteren av figurene 2a og 2b har brukt en ny fordeling av pizzaen for å vise den rettferdige situasjonen. Eleven omfordeler den opprinnelige mengden eller ressursene som her er en pizza delt i 8 deler. Disse forskjellige måtene å vurdere deling på er viktig å vite noe om som matematikklærer. Det gir gode muligheter til å ha diskusjoner om matematikk i hver-

Figur 2a: Urettferdig. 6 pizza Mia 2 pizza Peder
Figur 2b: Rettferdig. Dele pizza likt.

dagen med elevene. Når det opprinnelige beløpet eller mengden deles, er det en diskusjon om begrensede ressurser, mens i de andre fortellingene gjøres en ny mengde av noe tilgjengelig for deling. Dette kan åpne for ulike typer deling og distribusjon. Situasjoner der urettferdig deling kan være mer rettferdig, fordi en person kan trenge mer av en ressurs, for eksempel mat fordi de er sultne, finner vi ikke i dette materialet.

Ut fra elevenes tegninger ser det ut som at begrepsparet urettferdighet/rettferdighet forstås og er begreper som de bruker i hverdagen sin. Noen elever ser ut til å følge eksemplet i regnefortellingen om Lise og Per, og viser situasjoner der én person får mer enn den andre, som urettferdig, mens andre velger andre situasjoner eller kontekster for å illustrere rettferdighet og urettferdighet. Ved å gi oppgaver som åpner for at elevene kan dele erfaringer fra egen hverdag, kan matematikkundervisningen oppleves som mer relevant for den enkelte elev (Botten, 2003). Oppgaver som gir elever mulighet til å dele og bruke erfaringer fra eget liv, kan matematikklærere gjerne bruke i matematikkundervisningen. Det å få elevene selv til å sette ord og matematikk til begrepene viser også matematikkfagets relevans i barns hverdag.

Figurene 2a og 2b viser hvordan eleven har tenkt, fordi det er både tegninger, symboler og skrift som viser at Mia og Peder kan dele pizzaen på en urettferdig måte ved at Mia får 6 pizzastykker, mens Peder får 2 pizzastykker. Tegningene gir tilleggsinformasjon om virkning på barns følelser når det foregår ulik fordeling, noe som kan være viktig at barn får uttrykke.

Eleven som har skrevet regnefortellinger vist på figurene 3a og 3b, viser en annen fordeling av pizzastykker. Regnefortellingen viser at også

Figur 3a: URETTFERDIG.
Figur 3b: RETTFERDIG.

denne eleven kjenner begrepene urettferdig og rettferdig og kan bruke det matematiske språket i sin argumentasjon. Vi kan anta at denne eleven har forsøkt å utfordre seg selv i arbeidet med pizzastykkene, siden det matematiske problemet bruker ideen om en hel pizza med åtte stykker og ytterligere fire stykker. Dette antyder en viss forståelse av brøker med mer enn en hel. I tegningen av rettferdig fordeling av pizzabiter (Figur 3b) ser det ut til at forfatteren har forsøkt å tegne tre fjerdedeler av en pizza, noe som indikerer at eleven vet at de seks bitene vil være mer enn halvparten av en pizza, men ikke så mye som en hel pizza. Det at en syvåring viser slik matematisk forståelse er imponerende.

Når barns matematiske argumentasjon studeres, er fokuset vanligvis på meningen som formidles i de skriftlige setningene. Andre representasjoner i den skriftlige argumentasjonen blir gjerne ikke vektlagt i samme grad. Kosko (2016) og Kosko og Zimmerman (2019) anerkjenner og understreker tegningenes tilskudd til å forklare elevenes tenkning. Meaney mfl. (2012) studerte elevers skriving i matematikk fra 1. til 13. trinn i en newzealandsk skole og fant at elever som kombinerte forskjellige representasjoner, fortalte at de gjorde det for å støtte sin egen matematiske forståelse. For dem ble skriving alene, for eksempel ved bruk av matematiske symboler, ofte gjort for å oppfylle kravene til læreren i stedet for sin egen læring.

I arbeid med regnefortellinger jobber elevene med flere av kjerneelementene i matematikk slik som Resonnering og argumentasjon og Representasjon og kommunikasjon (LK20). Ved å legge til rette for elevers arbeid med matematisk argumentasjon ved hjelp av regnefortellinger, for eksempel gjennom arbeid med begreper

Figur 4a: «Uretferdig barna har ike like mye»
Figur 4b: «Retferdig barna har like mye»

som rettferdighet og urettferdighet, kan lærere støtte elevenes egen matematiske forståelse.

Å arbeide med urettferdighet kan bidra til elevers engasjement med matematikk. Selv om divisjon ikke er et matematisk tema for 2. trinn, er arbeidet med halvering, som elevene viser i sine regnefortellinger, en kompetanse som alle elevene i denne 2.-klassen viste. I alle regnefortellingene finnes denne dikotomien med likt og ulikt, til å presentere rettferdig eller urettferdig deling.

På Figur 4a ser vi en regnefortelling om en ujevn fordeling av is. Den viser at to barn har henholdsvis fire og to is, og hvor den med færrest gråter. Dette i motsetning til en solfylt dag hvor forfatteren av regnefortellingen skriver at barna har like mye. Denne gangen er det ikke like mye av is, men begge har stol, begge har «kontroll» eller ratt som de styrer hver sin figur i videospillet med. Det indikerer at når det er lik fordeling av ressurser, er barn mer i stand til å samarbeide. Dette gir en interessant mulighet for lærere til å ta opp spørsmål som har med fordelingen av ressurser i samfunnet å gjøre, når målet er å samarbeide.

Regnefortellingene som er vist på figurene 5a og 5b, viser også at eleven mener det er rettferdig når både Mia og Mie får lik betaling for å rydde, og at det er urettferdig hvis Mia får fem kroner og Mie bare får to kroner. Idéen om lik lønn for likt arbeid er noe vi også kjenner igjen fra arbeidslivet.

Ved å se på barnas regnefortellinger er det mulig å få innsikt i ulike sider ved elevenes mulighet til å utvikle sin demokratiske kompetanse. I den nye læreplanen (LK20) fremheves det at barn skal bli demokratiske borgere ved å lære om ulike tema, også når det gjelder matematikk. Å la barn skrive og tegne om spørsmålet om rettferdighet gir en slik mulighet.

Figur 5a: «Bege ryder Mia for fem kr og Mie for to kr»
Figur 5b: «Bege ryder Mia for fem kr og Mie for fem kr»

Å være en demokratisk samfunnsborger krever kompetanse til å bestemme hvordan ressursene brukes i et samfunn. For å gjøre dette kreves det en forståelse av hva som er rettferdig, og hva som ikke er rettferdig, samt konsekvensene når ressursene ikke deles rettferdig, både for den enkelte og for samfunnet.

Barnet som fikk minst ressurser, enten pølser eller pizzastykker, blir vanligvis vist gråtende eller opprørt. Dette antyder at barna er i stand til å ta en annen persons synspunkt og vurdere hvordan en situasjon kan endres for å gjøre det mer rettferdig for alle. Å la barn presentere egne erfaringer med urettferdighet gjør at de får innsikt i hvordan matematikk kan brukes til å forbedre sin egen hverdagssituasjon. Dessuten kan det å be barn om å lage regnefortellinger om rettferdige og urettferdige situasjoner også gi lærere anledning til å videreutvikle matematikkbegreper. For eksempel gir pizzaeksemplet en mulighet til å introdusere brøker.

Alle regnefortellingene i denne undersøkelsen viser at elevene her tenker at det mest

(fortsetter side 26)

Steffensen

«Det er på tide!»

I løpet av et skoleår samarbeidet jeg med tre matematikk- og naturfaglærere på ungdomstrinnet, og fire klasser på 10. trinn (Steffensen, 2021). Temaet var matematikk, klimaendringer og kritisk demokratisk kompetanse. I ulike klasseromsøkter og prosjekter utforsket lærerne og elevene hvordan undervisning om klimaendringer kan bidra til at elevene utvikler seg som demokratisk aktive borgere. I denne artikkelen viser jeg noen glimt fra elevers engasjement og hvordan matematikk kan være utgangspunkt for deres refleksjoner rundt viktige samfunnsspørsmål knyttet til fornybar energi som for eksempel vindkraft.

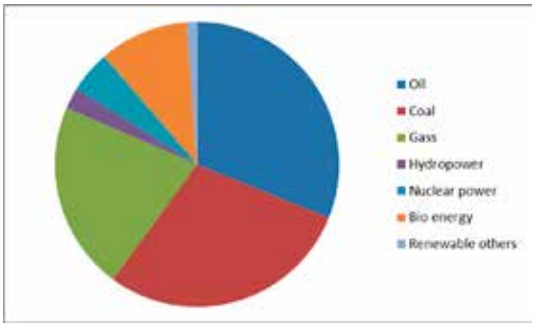
En av de første gangene jeg møtte elevene, var vi på vei til stranden for å gjøre målinger av abiotiske og biotiske faktorer, som vekster i strandsonen, temperatur, og CO_2. Anne, en av elevene, utbryter i det jeg kommer bort til henne: «det er på tide!» Hun var klar på at skolen har hatt for lite søkelys på klimaendringer. Samtaler med eleven tydeliggjorde at elever har samfunnsengasjement når det gjelder klimaendringene. Det er avgjørende at vi som lærere er bevisste på dette, vi har et ansvar for å ivareta og stimulere til at de utvikler dette engasjementet.

Lisa Steffensen
Høgskulen på Vestlandet
Lisa.Steffensen@hvl.no

Plakat til energimesse

Neste gang jeg møter Anne, er det i forbindelse med at klassene skal delta på en lokal energimesse. Læreren Max har bedt elevene om å lage en plakat, der de skal velge «eit tal som spelar ei sentral rolle i klimaundervisinga. Døme: 2, 3, 4 eller 0,9. Vis kvifor dette er eit viktig tal og kva det fortel oss om den globale oppvarminga». Max viste til kompetansemål fra naturfag og matematikk, som handler om å søke etter og analysere statistiske data, vise kildekritikk, presentere data, drøfte ulike dataframstillinger og hvilket inntrykk de kan gi, samt å diskutere ulike miljøeffekter fra fornybare og ikke-fornybare energikilder.

Anne samarbeider med Thea som er flerspråklig. Når de starter med å søke på internett om fornybar energi, merker jeg at de snakker en blanding av engelsk og norsk og at de lager plakaten på engelsk. Jentene har forberedt seg hjemme, de har søkt litt rundt på internett. Når de møter hverandre i klassen, diskuterer de ulike forslag til problemstilling og lander på: «How much renewable energy in % does each country produce?» De lager en hypotese om at mange land produserer mer fornybar energi enn ikke-fornybar energi. Etter en stund foreslår Anne at de lager en oversikt over hvor mye energi det er, fordelt på ulike produksjonsmetoder. I plakaten har de derfor med en oversikt over energiproduksjon på verdens-



Figur 1: Elevenes oversikt over energiproduksjon på verdensbasis «13 % of worldwide production of energy is renewable.»

basis (se Figur 1). Sektordiagram brukes når man ønsker å vise hvor stor andel noe er av en helhet, for eksempel hvor stor andel fornybar energiproduksjon utgjør av totalen. Sektordiagrammet tallfester ikke de ulike sektorene, men under figuren skriver de at 13 %[1] av energien på verdensbasis er fornybar. Noen ganger kan det være hensiktsmessig å vise tallverdier (eks. prosent) i sektorene, slik at leserne enkelt kan få informasjon om de enkelte gruppedata, eksempelvis andelen olje. Videre kan det være lurt å gruppere dataene etter et system. For eksempel kunne det vært naturlig å plassere kjernekraft rett etter de fossile energikildene, siden dette ikke regnes som fornybart (selv om dette har relativt lave karbonutslipp og regnes som rent når det gjelder klimaendringsproblematikken).

Jentene har funnet tallene i ulike kilder på nett, og en av kildene de benytter seg av viser en tabell over ulike lands elektrisitetsproduksjon (se Tabell 1 for et skjermutklipp av de fire første landene). Oversikten inneholdt mye informasjon om total energiproduksjon (i GWh) og i prosent. Videre er det delt inn i totalproduksjon, samt andeler på vann-, vind-, solkraft, etc. Elevene starter med å utforske denne tabellen.

Mens de skroller seg nedover tabellen, kommer de med kommentarer som «Look at that [0,8 %]. Israel. Israel is stupid. Really, really stupid», «But look at that, Leshoto, 100 %, they are so good, but so poor», «Moldova does need to change [5,3 %]», «Paraguay is doing good [100 %]», «South Africa is not doing good [3,2 %]», «look at that, 0,23 %. Those guys are stupid. Trinidad and Tobago». I følge Oxford-ordboken betyr stupid «lacking intelligence or common sense». Å bruke et slikt kraftuttrykk kan indikere at Anne og Thea synes at land som ikke prioriterer fornybar energi mangler sunn fornuft til å gjøre de riktige valgene. Ytringene viser et tydelig engasjement hos Anne og Thea, de er klare på at land som har lav prosentandel av fornybar energiproduksjon, må foreta en endring. Det ser ut til at de har få problemer med å tolke tabellen, selv om den inneholder mange relativt tekniske opplysninger, og at den i tillegg er på engelsk. De fokuserer i første omgang på fornybartallene i prosent av totalproduksjonen (RE % of total).
Når de kommer til Turkmenistan, sier Anne: «And look at that, even worse, 0,02 %». Thea foreslår at kanskje «they don't just have enough money to change it». De bestemmer seg for å undersøke litt mer om Turkmenistan, og ser på forhold som geografi, topografi, politisk styresett, etc. De finner bl.a. ut at landet har stor forekomst av naturgass. Å vurdere de ulike forutsetningene et land har for å gjøre en overgang fra fossil energiproduksjon til en mer klimavennlig energi, er avgjørende i en omstillingsprosess. Det er Thea som bringer inn aspekt som økono-

	Country or territory	Year	Total (GWh)	Total RE (GWh)	RE % of total	Hydropower			Wind power			Biomass			Solar power			Geothermal		
						GWh	% of total	% of RE	GWh	% of total	% of RE	GWh	% of total	% of RE	GWh	% of total	% of RE	GWh	% of total	% of RE
1	Afghanistan*	2016		1,071		1,035		96.7%	0.1		0.0%			0.0%	35.5		3.3%			
2	Albania*	2016	7,784	7,784	100%	7,782	100.0%	100.0%		0.0%	0.0%		0.0%	0.0%	2	0.0%	0.0%			
3	Algeria*	2016	70,967	430.5	0.6%	72	0.1%	16.7%	19.4	0.0%	4.5%		0.0%	0.0%	339.1	0.5%	78.8%			
4	Angola*	2016	10,361	7,282	70.3%	7,109	68.6%	97.6%		0.0%	0.0%	155	1.5%	2.1%	16.3	0.2%	0.3%			

Tabell 1: Skjermutklipp av tabellen som elevene brukte (Wikipedia).

mi, og dette kan tyde på at elevene ser at det kan være slike forhold som er til hinder for omlegging til fornybar energi.

Thea foreslår at de lager sin egen tabell med utvalgte land, slik at deltakerne ved energimessen også kan se forskjellene mellom landene (se Tabell 2). Anne er enig: «Okey, let's review how the renewable situation is in the world». De presenterer først en tabell (øverst i Tabell 2) hvor de har foretatt et utvalg av land basert på prosentandel av fornybar energiproduksjon. De presenterer utvalgte land i synkende rekkefølge. I intervallene fra 20–30, 30–40, og opp til 100, har de valgt en representant til hvert av intervallene. Men, i den nedre del av skalaen har de avveket fra dette mønsteret. I intervallet 0–10 og 10–20 har de valgt tre land i hver av disse (rødt og oransje farge). Det kan tyde på at de har bevisst fokus på å fremheve land med lav andel fornybar energiproduksjon, som de kaller «stupid»-landene.

Jentene velger også å ta med en oversikt over totalproduksjon av fornybar energi i synkende rekkefølge (nederst i Tabell 2). Her har de valgt å inkludere de 10 landene med høyest totalproduksjon. De viser dette i TWh, i motsetning til tabellen de har utforsket (Tabell 1), som viser GWh.

Hva er viktig – og riktig?

Etter at Anne og Thea har arbeidet med informasjonsinnhenting og bearbeiding av tall og fakta om fornybar energi, kommer de inn på solkraft og vindkraft. Thea problematiserer at det er vanskelig å få tak i nok solcellepaneler og at det er dyrt, mens Anna framhever at det kreves mye sol for å bruke solkraft. De begynner å snakke om at vindturbiner kan være en mulig løsning i Norge:

Thea They make a lot of noise, and they stress out animals, so they don't reproduce themselves because they become too stressed. […] Especially the birds.

COUNTRY	RENEWABLE ENERGY PERCENTAGE
LESOTHO	100 %
NORWAY	98.49 %
AFGHANISTAN	80.32 %
NORTH KOREA	71.25 %
CANADA	64.48 %
DENMARK	56.58 %
FINLAND	41.82 %
GERMANY	32.7 %
CHINA	24.4 %
FRANCE	**17.42 %**
USA	**14.27 %**
SYRIA	**10.87 %**
EGYPT	**9.48 %**
ISRAEL	**0.8 %**
TURKMENISTAN	**0.02 %**

RANK AND COUNTRY	TOTAL RENEWABLE ENERGY IN TWh
1. CHINA	1 300
2. USA	549.5
3. BRAZIL	451.5
4. CANADA	397.3
5. GERMANY	168.4
6. RUSSIA	167.9
7. INDIA	160
8. JAPAN	148.6
9. NORWAY	139
10. ITALY	122.6

Tabell 2: To av tabellene som elevene lagde til plakaten på energimessen.

Lisa Så … da har vi et dilemma … hva gjør vi med slike dilemma?

Thea We decide what's more important for us.

Anne So what's more important … should George down the street be able to charge his phone whenever he wants, or should the birds, in the trees, in his garden, be able to make eggs?

Lisa	So, what is more important?
Anne	We can put silencers on the windmills.
Lærer	The point here, there will always be things to choose between, less of two evils...right, so if you have two evils to choose between… you don't have any choice… you have to choose between those two… what is less evil…
Anne	Can I choose none?
Lærer	No, that's not a choice.
Anne	Why not?
Lærer	Like … will you kill the birds with pollution [CO_2 emission] and not choosing renewable energy, or will you kill the birds with noise and turbines.

Dialogen mellom jentene, læreren og meg inneholder to spor: verdivalg- og teknologisporet. Når det gjelder verdivalg, så starter Thea med å framheve noen av problemene ved vindkraft (støy og ulemper for dyreliv). Når hun blir utfordret til å ta stilling til hva vi gjør med dilemmaet om at fornybar energi på den ene siden er mer klimavennlig, men på den andre siden så skader den dyreliv (klima mot natur), så svarer Thea at «vi må bestemme hva som er mest viktig for oss». På mange måter så kan denne ytringen oppsummere utfordringene vi må forholde oss til i komplekse samfunnsproblemer. Det er gjerne verdivalg som må tas, og hensyn til ulike aktører spiller ofte en viktig rolle. I den pågående debatten om vindmøller i Fosen, står f.eks. menneskerettigheter (urbefolkningens rett til kulturutøvelse og reindrift) opp mot samfunnets behov for energi. Det som kan oppleves som rettferdig for noen (rimelig og fornybar energi) kan for andre oppleves som urettferdig (ødeleggelse av natur og rett til kulturutøvelse). Ulike aktører kan ha vektige argumenter, av ulik art (f.eks. økonomi, energiforsyning, klima, natur og kultur). Anne setter dilemmaet på spissen ved å spørre hva som er mest viktig (eksemplifisert med George «down the street») – om vi skal ha ubegrenset tilgang til strøm – eller om fuglene skal få fortsette med å legge egg.

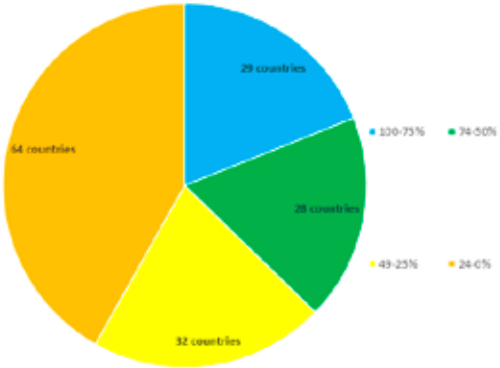
Anne foreslår at vi kan ha lyddempere på vindturbinene. Det finnes ulike teknologier som kan redusere ulemper ved energiproduksjon. For eksempel kan vindturbiner konstrueres material- og formmessig slik at de støyer mindre, samt det kan monteres sensorer som fanger opp bevegelser fra dyr og som kan stanse vindturbinene. I det grønne skiftet blir teknologisporet gjerne betydelig vektlagt, ofte for å opprettholde levestandard og forbruk slik vi kjenner det i dag (spesielt i den industrielle delen av verden). For eksempel erstatter elektriske kjøretøy fossilkjøretøy (uten at vi kjører særlig mindre), eller nye produkter utvikles uten at forbruket reduseres. Anne fremhever ulike tiltak som å bruke mindre energi, bruke energi mer effektivt, og at apparater som telefon, PC og lys burde bruke mindre strøm. Hun eksemplifiserer med at: «we don't all need an electrical toothbrush», noe som kan tyde på at hun mener at vi som forbrukere har en viktig rolle i å tenke over forbruksvanene våre. I den pågående energiforsyningskrisen i Europa, er det viktig at vi tenker over rettferdighetsprinsippet i fordeling av energiforsyning. Anne spør læreren om hun må velge mellom vindmøller som støyer og dreper fugler eller mer forurensende energi. Dersom premisset er et fortsatt høyt forbruk av varer og tjenester, så er kanskje svaret som læreren sier – hun må velge mellom to onder. Men Anne er også inne på at vi som forbrukere – både utfra klima, natur, kultur, og et rettferdighetshensyn, har muligheter for å endre våre forbruksvaner.

Når vi snakker om kostnadene ved fornybar energi, sier Thea at vi må vurdere «If it's really worth it. Because, at the end, you will also going to have trash with renewable energies». Hun fremhever at det også vil få konsekvenser (trash som utslipp, ulemper, mm) selv om vi legger om til fornybar energiproduksjon. Anne framhever at «Man må beregne kostnader, strukturer, bygningsstrukturer, beregninger og sannsynligheter», og at matematikken kan spille en viktig rolle i dette arbeidet. Økonomiske aspekter

står ofte sentralt i slike samfunnsspørsmål, og i jentenes plakat, finner vi også en oversikt over utvalgte kostnader ved vann-, sol- og vindkraft. Å beskrive kostnader ved ulike former for energiproduksjon er ingen enkel sak, men de inkluderer bl.a. kostnader fra bygging og vedlikehold. Det at jentene har fokus på dette, indikerer at de er klar over at økonomiske kostnader er viktig.

«Vi tok helt feil»

Anne og Thea sin problemstilling var å finne ut hvor mye fornybar energi det enkelte land produserer i prosent av totalproduksjonen. For å besvare dette, viste de eksempler fra ulike land i to tabeller (Tabell 2). I tillegg inkluderer de et sektordiagram som viser oversikt på verdensbasis (Figur 2).



Figur 2: Elevene lagde oversikt over lands ulike prosentvise andel. «Over 1/3 of the world's countries have a renewable energy production that do not exceed 24% of their total energy production.»

Sektordiagrammet viser antall land sin prosentvise fornybare energiproduksjon i forhold til total energiproduksjon. Den er delt i fire kategorier; 0–24 %, 25–49 %, 50–74 %, og 75–100 %. Følgeteksten til diagrammet framhever at mer enn 1/3 av landene i verden har en fornybar andel som ikke overstiger 24 % av den totale energiproduksjon. Denne teksten henviser til den oransje sektoren (64 land). Sektordiagrammet, sammen med følgeteksten og resten av plakaten, gir et lite innblikk i situasjonen i verden når det gjelder andel av fornybar energiproduksjon.

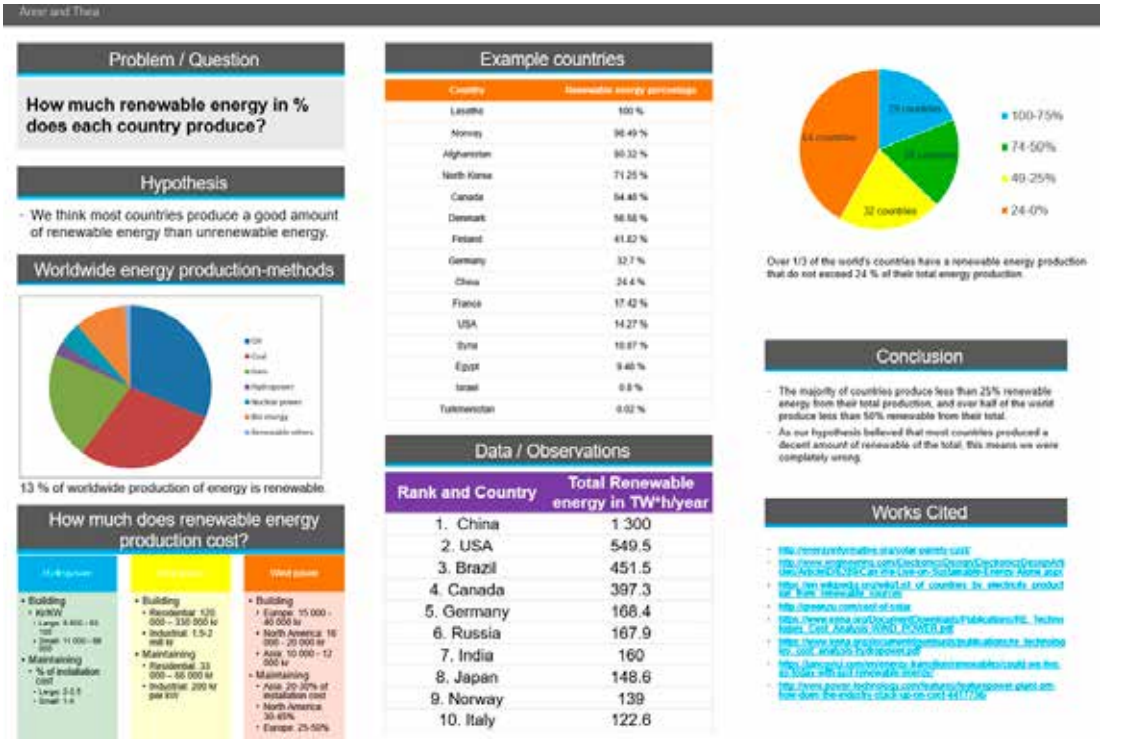
> The majority of countries produce less than 25% renewable energy from their total production, and over half of the world produce less than 50% renewable from their total.
> As our hypothesis believed that most countries produced a decent amount of renewable of the total, this means we were completely wrong.

Jentene har i tillegg en innfelt tekstboks hvor de framhever sin konklusjon, hvor de svarer både på problemstillingen og hypotesen sin:

Jentene tydeliggjør at mer enn 1/3 av landene har mindre enn 24 % fornybar energiproduksjon, og at over halvparten har mindre enn 50 %. Deres hypotese var at mange land har en stor andel fornybar energiproduksjon, og på plakaten framhever de at de tok feil på dette punktet. Det kan være ulike årsaker til at de tenkte dette, bl.a. kan den store andelen med fornybar energi i Norge være en medvirkende årsak. Norge, sammen med land som Island og Sverige, står i en særstilling når det gjelder fornybar energi, med en produksjon som dekker mer enn 60 % av forbruket[5].

Oppsummert

Læreren på 10. trinn har invitert elevene sine til å utforske sammenhenger mellom tall og klimaendringer. Anne og Thea velger å fokusere på fornybar energiproduksjon. Gjennom ytringer som «det er på tide!», og «stupid» viser de et engasjement for klimaendringer. Holdningene utvikles gjennom utforsking av artikler og tabeller på internett, og i dialog med hverandre og lærere. Når de blir møtt med dilemma («natur mot klima»), gir de uttrykk for at dette er et verdivalg – vi må bestemme hva som er viktig for oss. Det som gjør slike og tilsvarende samfunnssaker vanskelig, er at det som er viktig – og riktig – for noen, ikke vil være dette for andre. Da kan det gjerne oppstå en følelse av



Figur 3

urett. Matematikk brukes til å beskrive, til å forutse, og til å kommunisere om samfunnsutfordringer. Noen ganger kan også tall og matematikk brukes som argumenter i samfunnsdebatter. Eksempelvis får gjerne kostnader og andre tallfestbare aspekter større gjennomslag enn mindre tallfestbare verdier som natur, kultur og klima. Matematikk blir da på et vis et redskap for å forsterke de kvantitative argumentene på bekostning av andre perspektiv; matematikk kan bli et redskap for urettferdighet.

Gjennom valg av figurer, tall, og tabeller, kommuniserer jentene om den faktiske situasjonen i verden når det gjelder fornybar energiproduksjon. De trodde på forhånd at alle land i verden hadde en stor andel fornybar energiproduksjon. Deres undersøkelser ved hjelp av tall viste at dette ikke var tilfelle, «vi tok helt feil», skriver de på plakaten. Men ved å velge denne tematikken, setter de søkelys på utfordringer de mener må håndteres bedre – at vi må ivareta både natur og klima. Valgene som ble foretatt i forbindelse med utforming av tabellene og figurene fokuserer på den relativt lave andelen fornybar energiproduksjon, 13 % av totalen. For eksempel velger de å inkludere flest land med lav andel fornybar energi. På denne måten kan man kanskje si at jentene bruker matematikk som et redskap for å belyse ting de mener må forbedres; matematikken blir et redskap for å rette opp en urettferdighet.

Matematikklærere har en viktig rolle i å la elever utforske samfunnsaktuelle problemstillinger. Ved å tilrettelegge for elevers undersøkelser, dialoger, og kritiske bruk av tall, kan elevene få oppleve hvordan matematikk spiller en rolle i argumenter, i verdivalg, og til syvende og sist vår oppfattelse av rettferdighet.

(fortsetter side 20)

Jaff

Rettferdighet i sannsynlighet – et katt-og-mus-spill?

Innledning

Det er iøynefallende at sannsynlighet blir regnet som et tema som er vanskelig å formidle av lærere og matematikkdidaktikere, ifølge Dahl (2003). I dette ligger den komplekse forståelsen av begreper som *tilfeldighet*, *sjanse*, *store talls lov* og *rettferdighet*, for å nevne noen. Kunnskap om disse begrepene har fått stor relevans i matematikkopplæringen siden sannsynlighet spiller en viktig rolle i innlæringen av andre temaer i faget. Det er i tillegg nødvendig for å gjøre riktige tolkninger av stokastiske data og informerte beslutninger i daglige livssituasjoner som involverer usikkerhet og slutninger (se Batista mfl. 2022; Batanero mfl., 2016; Sharma, 2016). I artikkelen «Bør det innføres diktatur i Norge?» argumenterer Hana for viktigheten av å forstå den matematiske strukturen til valgordninger i prosessen med å få innsikt i de mekanismer som styrer demokratiske prosesser (Hana, 2009). Artikkelen diskuterer også kriterier som det kan være naturlig å kreve at en rettferdig valgordning skal ha. Kan det tenkes at noen av disse kriteriene også kan gjelde for et rettferdig sannsynlighetsspill? Dette er selvsagt et hypotetisk spørsmål, men det belyser det faktumet at «rettferdighet» kan ha ulik betydning, avhengig av den konteksten begrepet benyttes i. Videre peker kjerneelementet *matematiske kunnskapsområder* på kunnskap om statistikk og sannsynlighet som et viktig kunnskapsområde som «gir elevene et godt grunnlag når de skal gjøre valg i sitt eget liv, i samfunnet og i arbeidslivet» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3).

Når elevene skal lære om sannsynlighet, bør vi begynne med spill og eksperimenter. Aktivitetene vi starter med, bør være slik at det ikke er lett å forutsi utfallet (Cañizares mfl., 2003). Dette gir elevene motivasjon for å spille mange ganger, holde oversikt over resultatene, og utvikle grunnleggende ideer om sannsynlighet, særlig med tanke på eksperimentell og teoretisk sannsynlighet. Et slikt eksempel er spillet Borel, presentert i Skåsheim og Brakestad (2022). Her argumenterer Skåsheim og Brakestad blant annet for hvordan Borel kan benyttes for å vise elevene at utregninger i sannsynlighetsregning ofte er i strid med intuisjonen vår. Videre bør hensikten med bruk av spill være å introdusere elevene for begreper som har med sannsynlighet å gjøre, deriblant rettferdighet. En idé som det er viktig å utvikle tidlig, er at mens resultatene varierer, forteller sannsynligheten oss hva som vanligvis skjer og kan bli funnet ved å eksperimentere med et stort antall forsøk. Dette kan lede klassediskusjonen over til i hvor stor grad spillet faktisk kan ansees som rettferdig. Enda

Raz Jaff
OsloMet – storbyuniversitetet
rajaf@oslomet.no

viktigere: man bør også avklare hva elevenes forståelse av «rettferdighet» faktisk er.

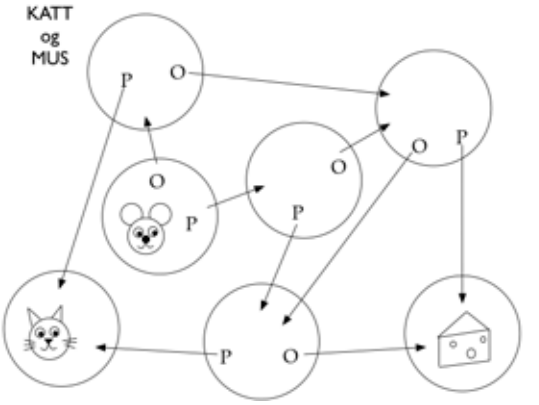
På bakgrunn av dette presenterer jeg her et sannsynlighetsspill som jeg har gitt til førsteårsstudenter ved masterprogrammet for grunnskolelærerutdanningen 1.–7. Spillet heter «katt-og-mus» og er inspirert av Brian Lannens artikkel «*International Perspectices: Cat and Mouse*» (Lannen, 1999). Studentene fikk gjennomføre spillet i grupper på to eller tre, og fikk spille minimum fem runder. Hver runde skulle noteres ned. På bakgrunn av dette skulle studentene diskutere resultatene de hadde fått, og hvorvidt spillet var rettferdig eller ikke. Her presenterer jeg studentenes resultater, samt hvordan spillet kan benyttes i forståelsen av rettferdighet i sannsynlighet. I lys av resultatene fra min undersøkelse presenterer jeg også hvordan spillet kan utvides, modifiseres og benyttes som en problemløsningsoppgave for alle trinn, i tråd med fagfornyelsen og LK20.

Spillets regler

Spillbrettet (se Figur 1) viser en stasjonær katt, en ostebit og en rekke tunneler som musa kan bevege seg gjennom. Startposisjonen til musa er markert med et bilde av en mus. En tellebrikke kan benyttes for å indikere posisjonen og forflytningen til musa. Spillet går ut på å kaste en sekssidet terning for så å flytte tellebrikken i retning av «O» hvis terningen viser oddetall, eller «P» hvis terningen viser partall. Tellebrikken kan kun forflytte seg langs en tunnel én gang, og kun i pilretningen. Spillet vinnes hvis musa kommer seg til ostebiten, og man har tapt hvis musa ender opp hos katten. Etter en nærmere undersøkelse av spillbrettet kan man observere at ved maksimum fire kast vil musa enten havne hos katten eller osten.

En teoretisk tilnærming til spillet

Spillet kan benyttes som et grunnlag for å jobbe med sannsynlighet på 9. trinn, der læreplanen påpeker at elevene skal «beregne og vurdere



Figur 1

sannsynlighet i statistikk og spill» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 13).

Vi vet at spillet har to utfall. Det ene er at musa ender opp med å få en ostebit, mens det andre er at den ender opp med å møte katten. Vi kan dermed kalle de to hendelsene for «ost» og «katt». Siden disse to hendelsene er de eneste, og siden de ikke kan inntreffe samtidig, vil disse to hendelsene være komplementære i forhold til hverandre, slik at

$$P(\text{ost}) + P(\text{katt}) = 1$$

Det er flere måter å illustrere utfallene på, deriblant liste og valgtre/trediagram. Ved nærmere undersøkelse av spillbrettet på Figur 1 kan man faktisk se at dette er en variant av trediagram. For ordens skyld gir jeg her en oversikt over utfallene for de to hendelsene i listeform. Videre innfører jeg notasjonen «O» for oddetall og «P» for partall, slik at for eksempel «OOP» betyr «oddetall», «oddetall», «partall» i den angitte rekkefølgen. Tabell 1 viser de mulige utfallene for hendelsene «ost» og «katt».

Siden ingen av utfallene inntreffer samtidig, er det nærliggende å betrakte utfallene som

Ost: OOP, OOOO, POP, POOO, PPO

Katt: OP, OOOP, POOP, PPP

Tabell 1: mulige utfall for hendelsene «ost» og «katt».

disjunkte. Vi benytter således addisjonssetningen for å summere utfallene for hendelsen «ost»:

$$
\begin{aligned}
P(\text{ost}) &= P(OOP) + P(OOOO) + P(POP) \\
&\quad + P(POOO) + P(PPO) \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} \\
&\quad + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} \\
&= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Som følge av setningen om komplementære hendinger kan vi dermed konstatere at

$$P(\text{katt}) = 1 - P(\text{ost}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

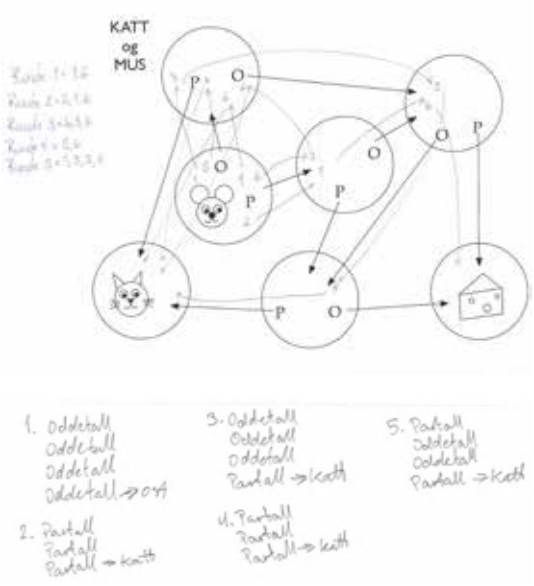
Vi kan selvsagt kontrollere resultatet ved å regne ut sannsynligheten for hendelsen «katt» også, men dette overlater jeg til leseren. Det er likevel bemerkelsesverdig at til tross for at det er flere utfall for hendelsen «ost» enn «katt», så er det like stor sannsynlighet for at hver av de to hendelsene inntreffer. Det bør også understrekes at dette kan være en gyllen mulighet for læreren til å la elevene utforske ulike deler av sannsynlighet som uavhengige hendelser, komplementære hendelser og utfallsrommet.

Hvordan løste studentene spillet?

Som nevnt innledningsvis ble studentene delt inn i grupper på to og to, og enkelte grupper bestod av tre studenter (n = 30). Studentene fikk instrukser på hvordan de skulle gjennomføre spillet, slik som beskrevet under «spillets regler». Videre fikk studentene instrukser om å spille minimum fem runder, der de skulle loggføre hver runde. Til sist, basert på de resultatene de hadde fått, skulle de diskutere følgende spørsmål:

- Diskuter resultatet som dere fikk, og skriv ned bemerkninger på arket.
- Var spillet rettferdig? Begrunn!
- Hva er det som faktisk er like sannsynlig her?

Studentene ble også informert om at resultatene de legger frem, er anonyme og kan bli brukt til forskningsformål. De gruppene som ikke ønsket å delta, trengte ikke å levere inn sin besvarelse. 15 grupper har kun gitt resultatet av antall runder spilt, men ikke gitt en forklaring på hvorvidt spillet er rettferdig eller ikke. Det er likevel interessant å studere de ulike metodene gruppene har benyttet for å presentere resultatet, hvor Figur 2 presenterer to av dem.



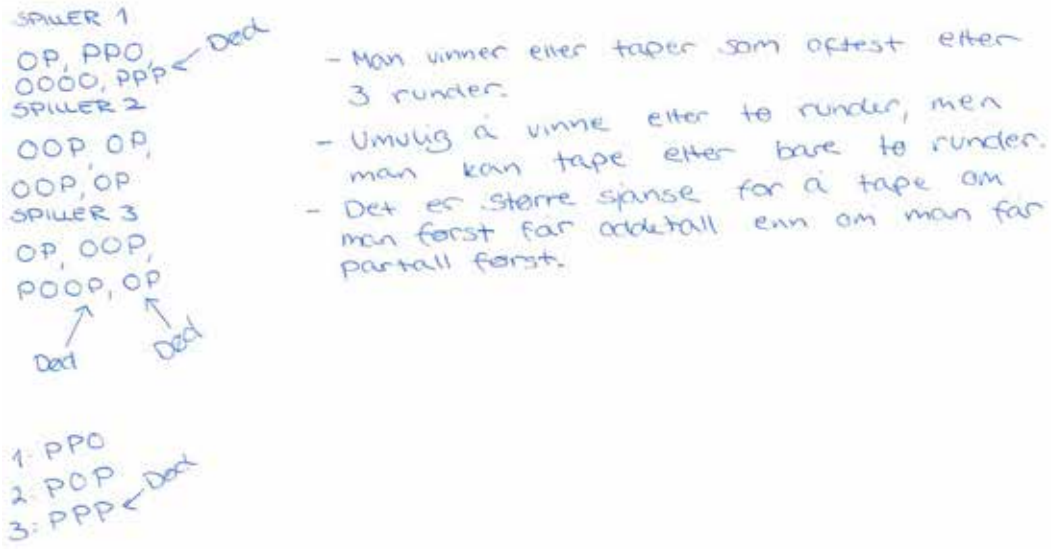
Figur 2

Enkelte av gruppene argumenterte for at siden det er færre steg til katten kontra osten, så må det være lettere å tape enn å vinne. Figur 3 viser en slik argumentasjon. Siden det kun er ett stopp til katten (referanse til tilfellet OP, se Figur 1), og minst to stopp til osten, så er jo spillet ikke rettferdig. Her kan man også anta at gruppen har basert noe av sin konklusjon på de empiriske dataene, nemlig at etter å ha spilt

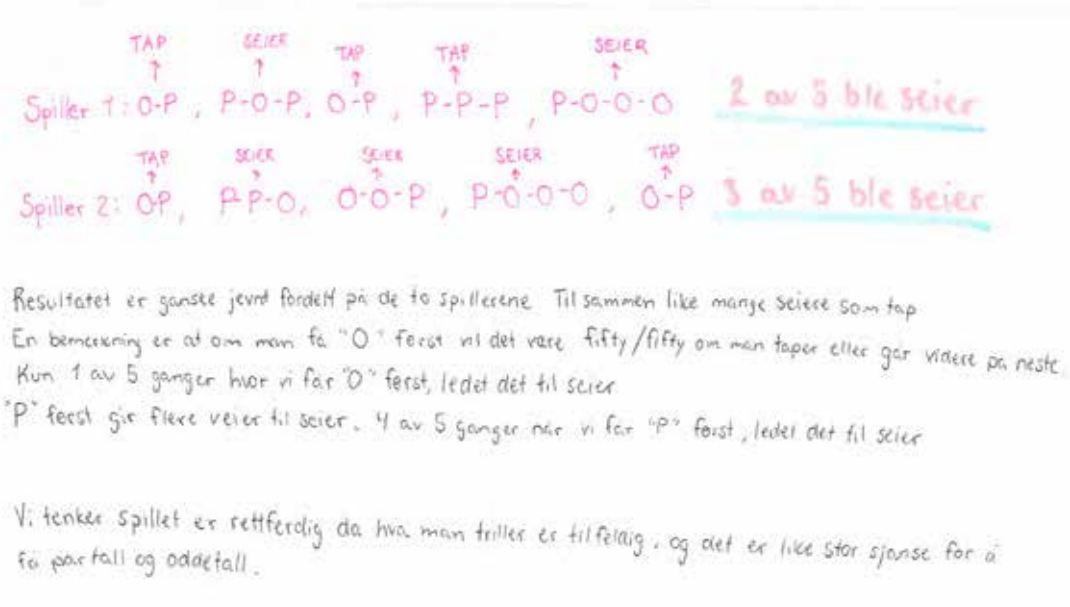
Figur 3

fem runder hver, så har deltakerne endt opp ni ganger hos katten, mot seks ganger hos osten. En bemerkning som er verdt å påpeke, er at tre av gruppene baserte spillets resultat på hvorvidt man fikk oddetall eller partall på terningen først, og at dette avgjorde spillets videre gang. Figur 4 viser en slik argumentasjon. Her ser vi at gruppa har spilt fem runder totalt, og markert de gangene spiller 1, 2 og 3 har tapt («død»). Videre gir gruppa noen viktige bemerkninger. Først påpekes det at man vinner eller taper som oftest etter tre runder, etterfulgt av argumentet om at man ikke kan vinne etter bare to runder, men at tap er fullt mulig. Dette er i samsvar med den teoretiske begrunnelsen presentert tidligere. Det er likevel en interessant observasjon at «det er større sjanse for å tape om man først får oddetall, enn om man får partall først», dvs. ved første kast.

En annen gruppe argumenterer for at om man får OO etter to runder (kontra OP), så har man flere muligheter for å havne hos osten. Basert på dette konkluderer gruppa med at det ikke er like muligheter, og dermed ikke rettferdig spill. Gruppa begrunner dette med resultatene de har fått, der resultatene for «vinn» (at musa kommer til osten), er listet opp med rutene OOP og OOOO, mens «tap» (at musa havner hos katten) er ruten OP. Studerer vi



Figur 4



Figur 5

Tabell 1, kan vi se at det er to ruter som gir «vinn» hvis man først får OO etter to runder spilt (OOP og OOOO), mens kun én rute som gir «tap» (OOOP). Får man ruten OP, så er det direkte tap. Vil gruppas argumentasjon stemme med den teoretiske sannsynlighetsmodellen?

For tilfellet der man får OO etter to runder, har vi sannsynlighetene:

$$
\begin{aligned}
P(\text{ost}) &= P(\text{OOP}) + P(\text{OOOO}) \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}
\end{aligned}
$$

For tilfellet der man får OP, som leder til direkte tap, har vi sannsynligheten:

$$P(\text{katt}) = (\text{OOOP}) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Selv om det er to ruter til å komme til «vinn» for tilfellet med OO, så er det altså større sannsynlighet for «tap» med ruten OP, noe som riktig nok var overraskende for gruppa.

En tredje gruppe argumenterer med at hvis man får O først, så er det like stor sjanse om man taper eller går videre til neste posisjon. Denne begrunnelsen kan vi merke oss er i strid med begrunnelsen presentert på Figur 4. Videre argumenterer gruppa for at hvis man får P først, gir det flere ruter til seier. Dette er i tråd med Tabell 1, der vi ser at tre ruter leder til «ost», hvis man får P først, mot to ruter til «katt». Gruppa konkluderer så med at spillet er rettferdig, siden hva man får på terningen, er tilfeldig, og at det er like stor sjanse for å få partall som oddetall (se Figur 5).

Ved å trekke frem ulike argumenter, slik jeg har gjort her, gir dette læreren muligheten til å arbeide med kjerneelementet *resonnering og argumentasjon* i LK20. Dette gjøres ved at læreren legger til rette for at elevene må diskutere, formulere egne argumenter og forklaringer, finne sammenhenger og begrunne deres meninger (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 3). Gjennom klasseromssamtaler kan elevene dermed utvikle en felles forståelse for rettferdighet i spillet, men også for viktige begreper i sannsynlighet.

Modifisering av spillet og veien videre

Avhengig av trinn og elevenes forkunnskaper åpner spillet for en rekke modifikasjoner og utvidelser. Elevene kan få erfaring med ulike versjoner av spillet, og på bakgrunn av dette kan de diskutere hvorvidt spillet er rettferdig eller ikke. Som Lannen (1999) også påpeker, vil man oppleve at elever på de laveste trinnene definerer rettferdighet som det tilfellet der musa alltid havner hos osten. Riktig nok vil dette synet endre seg hos de eldre elevene, og nærme seg et mer «femti-femti»-tilfelle. Dette har vi også sett tendenser til blant studentbesvarelsene. Her mente en rekke studenter at spillet ikke var rettferdig fordi musa havnet hos katten flere ganger enn hos osten. Det bør påpekes at mye av grunnlaget for denne konklusjonen lå i studentenes empiriske resultater. Dette forteller oss om viktigheten av empiriske data. I de innledende fasene bør elevene ha en empirisk tilnærming til spillet. Dette vil gi elevene erfaring i å samle, organisere og presentere data. Ikke minst vil det gi elevene en gyllen mulighet i å tolke innsamlete data, og samtidig unngå å møte på barrieren som en rent teoretisk tilnærming vil skape. Elevene får kompetanse i å utforske og analysere funn fra reelle datasett, og lærer å vurdere hvor gyldige slike funn er. Dette er i tråd med det tverrfaglige temaet *demokrati og medborgerskap* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 4). En teoretisk tilnærming bør komme ved et senere tidspunkt etter at elevene har fått etablert en kontekstuell forståelse av sjanse, forbedret databehandlingskunnskapene sine og økt sin kunnskap i sannsynlighet.

For de laveste trinnene kan spillet forenkles ved å erstatte en terning med mynt, og endre «P» og «O» i spillet til «K» for krone og «M» for mynt, eventuelt kan fargekoder også benyttes. For eksempel påpeker læreplanen for 5. trinn at elevene skal «diskutere tilfeldighet og sannsynlighet i spill og praktiske situasjoner og knytte det til brøk» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 9). Dette vil være en forenkling for de laveste trinnene, samtidig som man bevarer spillets grunnleggende ideer, nemlig tilfeldighet, rettferdighet og sjanse. I dette ligger prinsippet om at man ikke kan benytte strategi for å vinne i spillet, men at man er bundet av sannsynligheten og utfallet av mynten/terningen. Ved et senere tidspunkt kan man selvsagt erstatte mynten med en terning, og la elevene erfare partall og oddetall gjennom spillet. Her vil det åpnes en gyllen mulighet til å gi elevene en kontekst og mening til partall og oddetall (Lannen, 1999). Videre kan spillet også utvides ved at det introduseres primtall og sammensatte tall. Her er det dog fordelaktig å benytte to eller flere terninger, noe som selvsagt vil øke kompleksiteten og utfordringen. Man benytter to terninger med forskjellige farger, for eksempel rød og blå. Rød terning representerer første siffer i tallet (tierplassen), mens blå representerer enerplassen. Én på rød terning og tre på blå terning gir dermed tallet 13, som er et primtall, og som indikerer at musa må gå i retning av «P» (primtall). Hadde tallet derimot vært 14, måtte musa ha gått i retning av «S» (sammensatt tall). Vi ser at effekten på spillets resultat er signifikant, da det ikke er likt antall primtall og sammensatt tall for de 36 utfallene av to terningkast.

Lannen (1999) presenterer flere modifikasjoner og utvidelser, deriblant ulike startposisjoner for musa, legge til flere tunneler og posisjoner, tillatte katten å flytte på seg og legge til flere spillere. Her kan man utfordre elevene i prosessen ved for eksempel å spørre hvor og hvor mange tunneler som må legges til for at spillet ikke lenger kan regnes som rettferdig? Hvordan kan man legge til flere posisjoner og tunneler og samtidig beholde spillets resultater? Hva om katten også beveger seg, hva slags resultater kan man få, da? Dette åpner også for implementering av programmering for å løse problemet. For de eldre elevene kan et programmeringsspråk som Python vurderes etter hvert som spillet blir mer komplekst. I læreplanen for 9. trinn påpekes det at elevene må kunne «simulere utfall i tilfeldige forsøk og beregne sannsynligheten for at noe skal inntreffe, ved å bruke programmering» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 13). Uansett hvordan man benytter spillet, er jeg av den tro at et

slikt spill vil være med og gi elevene en idé om hva rettferdighet i sannsynlighet og i matematikk faktisk er.

Referanser

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S. & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability. ICME-13 Topical Surveys*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3_1

Batista, R., Borba, R. & Henriques, A. (2022). Fairness in games: a study on children's and adults' understanding of probability. *Statistics education research journal, 21*(1). https://doi.org/10.52041/serj.v21i1.79

Cañizares, M. J., Batanero, C., Serrano, L. & Ortiz, J. J. (2003). Children's understanding of fair games. I M. A. Mariotti (Red.), *European research in mathematics education III: Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 3). ERME.

Dahl, H. (2003). Hvorfor er sannsynlighet så vanskelig? *Tangenten – tidsskrift for matematikk-undervisning, 14*(1), 35–36.

Hana, G. M. (2009). Bør det innføres diktatur i Norge? *Tangenten – tidsskrift for matematikk-undervisning, 20*(2), 8–11.

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05)*. Fastsett som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Lannen, B. (1999). International perspectives: Cat and mouse. *National Council of Teachers of Mathematics, 4*(7), 456–459.

Sharma, S. (2016). Probability from a socio-cultural perspective. *Statistics Education Research Journal, 15*(2), 126–144. https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.244

Skåsheim, G. & Brakestad, I. H. (2022). Borel – eit spel for sannsynsrekning, *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 33*(4), 18–22.

(fortsatt fra side 13)

Noter

1 Dette tallet er antageligvis noe lavt, IAP anslår at andelen fornybar energi nådde 28,7 % i 2021, med en økning på 7 % bare i 2021: https://www.iea.org/reports/renewable-electricity

2 Tallene elevene bruker avviker noe fra tabellen, da denne er oppdatert siden elevene benyttet den.

3 Fosen-saken: https://no.wikipedia.org/wiki/Fosen_Vind eller her: https://www.nrk.no/norge/derfor-demonstrerer-samer-og-natur-og-ungdom-mot-regjeringen-og-vindkraft-pa-fosen-1.16314273

4 Energiforsyningskrisen: https://commission.europa.eu/strategy-and-policy/priorities-2019-2024/european-green-deal/eu-action-address-energy-crisis_en

5 Eurostat: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=File:Share_of_energy_from_renewable_sources,_2021_(%25_of_gross_final_energy_consumption).png

Referanser

Steffensen, L. (2021). *Critical mathematics education and climate change: A teaching and research partnership in lower-secondary school* (PhD), Western Norway University of Applied Sciences. Bergen.

Wikipedia. (2023). *List of countries by renewable electricity production*. Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_renewable_electricity_production

Xenofontos, Smestad

Sosial rettferdighet

I denne artikkelen vil vi se på forholdet mellom *sosial rettferdighet* (eng. social justice) og matematikkfaget i skolen. Den norske læreplanen understreker at alle skolefag skal bidra til utvikling av borgere som aktivt deltar i et demokratisk samfunn. Som matematikklærere kan vi, gjennom arbeidet og faget vårt, bidra til å få barn og unge som tenker kritisk og bærekraftig, som respekterer og verdsetter mangfold, og som har kunnskap og ferdigheter til å gjøre verden til et bedre sted for alle (LK20). En nylig gjennomgang av forskning om matematikklærere og sosial rettferdighet i perioden 2000–2019 (Xenofontos mfl., 2021) fant ut at sosial rettferdighet tolkes på to måter internasjonalt, som *like muligheter* (engelsk: equity) og som *kritisk matematikk*. Disse to tolkningene samsvarer med en nyttig metafor som Gutiérrez (2009) innførte: *å lære å spille spillet* og *å lære å endre spillet*. Vi skal ta for oss hvert av disse måtene, og se på eksempler på hvordan man kan arbeide med dem.

Constantinos Xenofontos
OsloMet – storbyuniversitetet
conxen@oslomet.no

Bjørn Smestad
OsloMet – storbyuniversitetet
bjorsme@oslomet.no

Sosial rettferdighet som like muligheter

Forståelsen av sosial rettferdighet i skolematematikk som *like muligheter* er nok den mest gjenkjennelige, siden den er direkte koblet til begrepet *tilpasset opplæring*, som lenge har vært et sentralt begrep i Norge. Like muligheter handler altså ikke om at alle elever skal behandles likt, men om at opplæringen må tilpasses slik at alle får de samme mulighetene, uavhengig av bakgrunn. Sosial rettferdighet som like muligheter handler om å ta hånd om hvert enkelt barns behov i matematikkundervisningen, og støtte det barnet til å lære å «spille spillet» som det er. Gutiérrez (2002, s. 153) definerer det som at like muligheter er oppnådd når vi er «ute av stand til å forutsi elevens resultater, deltakelse, evne til kritisk å analysere data eller samfunnet osv., basert utelukkende på karakteristikker som rase, klasse, etnisitet, kjønn, tro eller språklig bakgrunn» (vår oversettelse).

Mange studier, spesielt fra Europa og Nord-Amerika, viser at matematikkfaget i skolen favoriserer en spesiell gruppe elever, ikke minst på et ubevisst plan: hvite middelklassegutter. Dette betyr at mange andre grupper elever, som jenter, barn med innvandrerbakgrunn, LHBTQ+-elever,[1] barn med funksjonshemminger og lærevansker og barn fra familier med lav sosioøkonomisk status, blir tilsidesatt når det gjelder matematikklæring. I tillegg overlapper naturligvis disse gruppene; vi kan møte

et LHBTQ+-barn med innvandrerbakgrunn, ei jente med lav sosioøkonomisk status som bruker rullestol, og så videre. Favoriseringen av hvite middelklassegutter og tilsidesettingen av mange andre grupper har blitt identifisert i ulike kontekster, men de fungerer ikke nødvendigvis likt overalt. Så selv om vi vil understreke hvor viktige disse mekanismene har vist seg å være for matematikkundervisning internasjonalt, påstår vi ikke at de virker på samme måte i Norge.

La oss se på noen konkrete eksempler for å forstå hvordan like muligheter kan understøttes gjennom tilpasset opplæring. Vi vil se på elever med innvandrerbakgrunn. Ifølge Statistisk sentralbyrå (2023) har 20 % av elevpopulasjonen i Norge innvandrerbakgrunn (enten som barn av innvandrere eller som innvandrere selv). Så hvordan kan vi, som matematikklærere, bidra til at disse elevene får like stort utbytte av undervisningen? Det første mange umiddelbart tenker på, er språk, og det faktum at mange av disse barna snakker andre språk enn norsk hjemme. Moschkovich (2013), som arbeider med disse temaene med elever som bruker engelsk som andrespråk i USA, har gitt noen råd til matematikklærere: (a) fokuser på elevenes matematiske resonnementer, ikke språklig presisjon, (b) fokuser på matematiske praksiser, ikke språk i betydningen enkeltord og vokabular, (c) anerkjenn den språklige kompleksiteten i matematikklasserom og støtt elevene i å engasjere seg i denne kompleksiteten, (d) behandle hverdags- og hjemmespråk som ressurser, ikke som hindringer. Moschkovich gir disse rådene med bakgrunn i omfattende arbeid i dette feltet og baserer sine råd på forskningsfunn som viser hvordan disse rådene kan hjelpe barn. Matematikklærere som aktivt ønsker å tilpasse undervisningen for å ivareta behovene til barn som ikke behersker norsk like godt som de andre elevene, bør vurdere disse rådene. Det viser seg dessuten at slik undervisning fungerer godt for alle elevene i klasserommet, ikke bare enkelte grupper. Se for øvrig også Lekaus og Lossius (2022) om språksensitiv matematikkundervisning.

Språk er ikke den eneste faktoren som er viktig i matematikklasserommet. Den kulturelle ballasten elevene har med seg hjemmefra, er også viktig. Forskere bruker ordene *kunnskapsforråd* (eng: funds of knowledge) (Williams mfl., 2020) eller *samfunnets kunnskap* (eng: community knowledge) (Gutstein, 2016) for å snakke om den matematiske kunnskapen og erfaringene som elevene tar med seg til skolen hjemmefra og fra lokalsamfunnene. Et eksempel hentet fra Andrews og Yee (2006) er ni år gamle Saqib, en gutt med pakistansk bakgrunn som bor med sin familie i Storbritannia. Faren jobber som drosjesjåfør. Saqibs mor forklarte at en matematikkrelatert aktivitet Saqib var opptatt av hjemme, var å samle og spare mynter som ble funnet i farens drosje, for å gi til veldedige formål. Denne aktiviteten er viktig for Saqibs (matematiske) identitet, «siden det å gi til veldedige formål er en av de fire søylene i islam som praktiseres av muslimer i deres dagligliv» (Andrews og Yee, 2006, s. 443, vår oversettelse). Studier fra hele verden viser at mange lærere ofte overser barns kunnskapsforråd og ikke bygger aktivt på disse i matematikklasserommet. Det å overse barns kunnskapsforråd kan ses på som vold mot barnet (Mellin-Olsen og Rasmussen, 1975). Det norske skolesystemet gir lærere stor autonomi i å velge tilnærminger til matematiske begreper. Dette gir store muligheter for å inkorporere barns kunnskapsforråd, slik at de kan gjøre skolematematikken mer relevant for barnas liv.

Et annet område å nevne er kjønn. Selv om lærere flest tilstreber å likebehandle ulike kjønn og er enige i at matematikktalent er likt fordelt, viser internasjonal forskning at jenter fortsatt forventes mindre av, både av lærere og av medelever. Kjønnsroller kan gjøre det vanskelig for jenter å være populære og samtidig flinke i matematikk. Mange vil nok tenke at dette ikke har vært noe problem i Norge på mange

år. Dessverre viser også forskning i norsk kontekst at bildet er mer sammensatt enn som så, for eksempel viser Foyn mfl. (2018) at det kan ha sosiale omkostninger å være jente som åpenlyst er flink i matematikk.

Noen av grepene vi har nevnt, er det ganske enkelt å ta i bruk i eget klasserom. Det er kanskje vanskeligere når en del av problemet er ubevisst forskjellsbehandling fra lærer og medelever, som nok er tilfellet når det gjelder kjønn. Imidlertid hjelper det å være oppmerksom på problemet og ta for eksempel kjønnsroller opp til diskusjon. Men i virkeligheten er ting mer komplisert enn vi har fremstilt det, særlig når de tidligere nevnte faktorene (kompetanse i undervisningsspråket, hjemmekultur, kjønn osv.) virker sammen. I tilpasset opplæring i klasserommet er det ingen ferdige oppskrifter som fungerer overalt.

Hvis skolen en dag skulle klare å oppfylle Gutiérrez' ideal om at hvordan elevene lykkes i skolen, ikke har sammenheng med rase, klasse, etnisitet, kjønn, tro eller språklig bakgrunn – altså hvis alle barn faktisk har like muligheter i skolen – da har vi kanskje kommet i mål? Nei, for vi har fortsatt ikke nødvendigvis forberedt barna på å gå ut i samfunnet – et samfunn hvor det kan være rasisme, kvinneundertrykkelse, homofobi og så videre. Derfor vil mange si at det ikke holder med sosial rettferdighet i form av like muligheter; vi trenger kritisk matematikk.

Sosial rettferdighet som kritisk matematikk

Forståelsen av sosial rettferdighet som kritisk matematikk har sine røtter i arbeidet til den brasilianske pedagogen og filosofen Paulo Freire og hans velkjente bok *De undertryktes pedagogikk* (Freire 1974). Freire hadde brukt mange år på å bidra til å lære brasilianske voksne å lese og skrive. Han skriver om hvordan utdanning må bevege seg mot dekolonialisering; å bryte forbindelsen mellom undertrykkere og de undertrykte, og føre til frigjøring. Sentralt for å få til dette er ideen om *kritisk bevisstgjøring* (portugisisk: conscientização), prosessen å utvikle kritisk bevissthet om ens sosiale realitet gjennom refleksjon og handling. For å si det enkelt: Hovedmålet for kritisk pedagogikk er å hjelpe de lærende til å forstå ulikheter, urettferdigheter og undertrykkelse, og samtidig gi dem de nødvendige hjelpemidlene og ferdighetene til å handle for å endre verden.

I matematikkdidaktikken har disse ideene slått rot gjennom arbeider til forskere som Marilyn Frankenstein (1983) og Ole Skovsmose (1994), som skrev om kritisk matematikkundervisning. Sosial rettferdighet gjennom kritisk *matematikk* har som mål å hjelpe elevene til å bruke *matematikk* til å forstå politiske strukturer som gir ulikhet, urettferdige praksiser og undertrykkelsesmekanismer, samtidig som det gir dem de nødvendige *matematiske* hjelpemidlene og ferdighetene til å handle for å forandre verden. En slik forståelse stemmer overens med Gutiérrez' idé om å lære å «endre spillet». Å undervise matematikk fra et kritisk perspektiv handler om at matematiske mål og sosial rettferdighets-mål virker sammen i den samme matematikktimen. Her må vi understreke at det finnes andre forståelser av kritisk matematikk som ikke er like sterkt knyttet til sosial rettferdighet i den internasjonale forskningen. Dette kan være kritisk syn på matematikkfagets rolle (blant annet knyttet til Stieg Mellin-Olsen[2]) eller det å være kritisk når man blir presentert for matematiske resonnementer. I denne artikkelen begrenser vi oss altså til kritisk matematikk i den forstand som følger opp arven etter Freire.

Det finnes oppgaver i norske matematikklærebøker som kan tolkes som kritisk matematikk. For eksempel har boka Matematikk 10 (Hjardar & Pedersen, 2021) en rekke tverrfaglige oppgaver knyttet til FNs bærekraftsmål. En av disse handler om avskoging (s. 286–287), hvor elevene skal svare på mange spørsmål om regnskogen, stort sett knyttet til arealer, og lage egne spørsmål og oppgaver. En annen oppgave (s. 262–263) handler om klimaendringene og bærekraftsmålet «Handle omgående for å mot-

arbeide klimaendringene og konsekvensene av dem». Her skal elevene svare på spørsmål som handler om issmelting og havnivåstigning, og de skal lage egne spørsmål og oppgaver.

En utfordring med slike korte opplegg er at de nok ofte kan hjelpe til for å *forstå* fenomener i verden, i hvert fall i form av de konkrete konsekvensene av dem, men at de kommer til kort når det gjelder å forstå de underliggende årsakene. For å motarbeide klimaendringene holder det ikke at alle vet at isen smelter, hvis ingen vet *hvorfor* isen smelter (for å omskrive Holberg). Og det neste steget – å se hvordan verden kan endres – er enda lenger unna.

Det må ofte mer omfattende prosjekter til for at elevene både skal forstå selve det konkrete problemet, forstå noe av hva som fører til problemet, og komme i gang med å tenke over hvordan man kan lage løsninger. Denne innsikten har gjort at noen fagmiljøer har utviklet undervisningsressurser med større opplegg. For eksempel har flere kolleger i USA som arbeider med kritisk matematikk, publisert en serie bøker med undervisningsopplegg som omhandler sosiopolitiske[3] temaer i matematikkundervisning på ulike klassetrinn (se liste over ressurser på slutten av artikkelen). I disse bøkene presenterer ulike forfattere miniprosjekter som har både matematiske og sosiopolitiske mål. Et eksempel er et undervisningsopplegg utviklet av Hendry mfl. (2023) for mellomtrinnet. De matematiske målene er knyttet til forståelse av operasjoner på brøker i virkelige kontekster, utvikling av diagrammer for å kommunisere informasjon og tolkning av data. Disse matematiske begrepene utforskes gjennom det sosiopolitiske temaet likelønn. I første time blir elevene introdusert for lønnsforskjeller som et spørsmål om sosial rettferdighet, knyttet til både etnisitet og kjønn. For å gjøre dette utforsker elevene reelle lønnsdata fra USA. I andre time utforsker barna lønnsforskjeller mer detaljert, og representerer data med grafer og brøker, og observerer og diskuterer mønstre. I tredje time inviteres barna til å reflektere over egen læring, å se sammenhenger mellom temaene i dette opplegget og andre opplegg, og å lage en plan for hva man kan *gjøre* (hva kunne endre urettferdighetene knyttet til lønn?). I denne bokserien er det mange opplegg som er skrevet av ulike forfattere, og hvert av dem kobler matematiske begreper til temaer som fattigdom, kjønn, rasediskriminering, miljøet og klimaendringer og så videre.

Det er ikke vanskelig å lage eksempler knyttet til den norske hverdagen. Prisstigningen på boliger, renteøkninger og økte strømpriser er blant faktorene som har ført til diskusjoner om hvem som egentlig har råd til å komme inn på boligmarkedet. Det er mye matematikk i å regne på hvem som har råd til å kjøpe bolig i nærheten av de store sykehusene i Norge, for eksempel: Er det legene, sykepleierne eller rengjøringspersonalet? Her kommer både prisstatistikker, låneberegninger, levekostnadsutregninger og forventede lønnsøkninger inn i bildet. Det er viktig at det er nok tid til å diskutere de samfunnsmessige sidene ved dette, slik at man ikke sier seg fornøyd med en konkusjon om at det er lurere å bli lege enn rengjøringspersonale. I en slik diskusjon kan man naturligvis også trekke inn at mange innvandrere med høy utdannelse ikke får jobbe med det de er utdannet for.

Det finnes mange argumenter mot å arbeide med sosial rettferdighet i form av kritisk matematikk i matematikkfaget: Eksamen tester det ikke, noen foreldre kan reagere på at faget blir for politisk, lærere kan bli utrygge og så videre. De aller fleste kompetansemålene kan man arbeide med uten å knytte dem til urettferdigheter i verden. Det beste argumentet *for* å arbeide med dette må være at det kan bidra til at elevene forstår at de kan bidra til å gjøre samfunnet bedre. Dette er som sagt et mål i den overordnede delen av læreplanen, og formuleringene om demokrati og medborgerskap i matematikkplanen peker i samme retning. Elevene kan også forstå at matematikk kan være et verktøy i arbeidet med å gjøre samfunnet bedre.

Oppsummering

Begrepet sosial rettferdighet knyttes altså til en bevissthet om at det finnes urettferdigheter i matematikklasserommet, og at det finnes urettferdigheter i samfunnet rundt oss. Urettferdighetene i klasserommet kan læreren motvirke ved hjelp av den formen for sosial rettferdighet som vi har kalt like muligheter. Urettferdighetene i samfunnet rundt oss må neste generasjon hjelpe oss med å motvirke, og det bidrar vi til ved den formen for sosial rettferdighet som vi har kalt kritisk matematikk.

I arbeidet med kritisk matematikk kan noen av disse ressursene være til nytte:

https://www.todos-math.org/

Bartell, T. G., Yeh, C., Felton-Koestler, M. D. & Berry III, R. Q. (2023). *Upper Elementary Mathematics Lessons to Explore, Understand, and Respond to Social Injustice.* Corwin Press.

Berry III, R. Q., Conway IV, B. M., Lawler, B. R. & Staley, J. W. (2020). *High school mathematics Lessons to Explore, Understand, and Respond to Social Injustice.* Corwin Press.

Conway IV, B. M., Id-Deen, L., Raygoza, M. C., Ruiz, A., Staley, J. W. & Thanheiser, E. (2023). *Middle School Mathematics Lessons to Explore, Understand, and Respond to Social Injustice.* Corwin Press.

Koestler, C., Ward, J., del Rosario Zavala, M. & Bartell, T. G. (2022). *Early Elementary Mathematics Lessons to Explore, Understand, and Respond to Social Injustice*. Corwin Press.

Noter

1 LHBTQ+ står for lesbiske, homofile, bifile, transpersoner og queerpersoner (skeive).

2 Stieg Mellin-Olsen er blant annet kjent for begrepet «oppgavediskursen», se Mellin-Olsen (1996).

3 Med «sosiopolitiske» menes problemer knyttet til kulturelle, sosiale og politiske temaer, for eksempel fattigdom, ulike former for diskriminering, miljøproblemer og så videre.

Referanser

Andrews, J. & Yee, W. C. (2006). Children's 'funds of knowledge' and their real life activities: Two minority ethnic children learning in out-of-school contexts in the UK. *Educational Review, 58*(4), 435–449.

Foyn, T., Solomon, Y. & Braathe, H. J. (2018). Clever girls' stories: The girl they call a nerd. *Educational Studies in Mathematics, 98*(1), 77–93.

Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *The Journal of Education, 165*(4), 315–339.

Freire, P. (1974). *De undertryktes pedagogikk*. Gyldendal.

Gutiérrez, R. (2002). Enabling the practice of mathematics teachers in context: Toward a new equity research agenda. *Mathematical Thinking and Learning, 4*(2–3), 145–187.

Gutiérrez, R. (2009). Embracing the inherent tensions in teaching mathematics from an equity stance. *Democracy & Education, 18*(3), 9–16.

Gutstein, E. R. (2016). "Our issues, our people – Math as our weapon": Critical mathematics in a Chicago neighborhood high school. *Journal for Research in Mathematics Education, 47*(5), 454–504.

Hendry, I., Huynh, T. & Gargroetzi, E. (2023). Lesson 6.2. Exploring equitable pay for work. In T. G. Bartell, C. Yeh, M. D. Felton-Koestler, & R. Q. Berry III (Red.), *Upper Elementary Mathematics Lessons to Explore, Understand, and Respond to Social Injustice* (pp. 144–157). Corwin Press.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2021). *Matematikk 10 Grunnbok*. Cappelen Damm.

Lekaus, S. & Lossius, M. E. H. (2022). Språksensitiv matematikkundervisning. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 33*(3), 10–16.

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk. Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 7*(2), 9–15.

Mellin-Olsen, S. & Rasmussen, R. (1975). *Skolens vold*. Pax forlag.

Moschkovich, J. (2013). Principles and guidelines for equitable mathematics teaching practices and materials for English language learners. *Journal of Urban Mathematics Education, 6*(1), 45–57.

Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 27*(1), 35–57.

Statistisk sentralbyrå (2023). Immigrants and Norwegian-born to immigrant parents. Accessed online on March 6, 2023. https://www.ssb.no/en/befolkning/innvandrere/s+tatistikk/innvandrere-og-norskfodte-med-innvandrerforeldre

Williams, J. J., Tunks, J., Gonzalez-Carriedo, R., Faulkenberry, E. & Middlemiss, W. (2020). Supporting mathematics understanding through funds of knowledge. *Urban Education, 55*(3), 476–502.

Xenofontos, C., Fraser, S., Priestley, A. & Priestley, M. (2021). Mathematics teachers and social justice: A systematic review of empirical studies. *Oxford Review of Education, 47*(2), 135–151.

(fortsatt fra side 7)

rettferdige er en lik fordeling av ressursene. Om ressursene er penger, is, pizza pølser eller leker. En annen mulighet er å be barn om å lage regnefortellinger der ulik fordeling av ressurser kan gi en mer rettferdig situasjon. Undersøkelser av Rizzo og Killen (2015) finner at barn helt ned i syvårsalderen kan tilpasse tildelingen til spesifikke behov hos dem som ressursene blir fordelt mellom. Det ser imidlertid ikke ut til å foreligge forskning som ber barn identifisere situasjoner der lik fordeling ikke vil gjøre ressursfordelingen rettferdig. Det er derfor behov for mer utprøving i klasserommet og forskning på området.

Referanser

Almås, I., Cappelen, A. W., Sørensen, E. Ø. & Tungodden, B. (2010). Fairness and the Development of Inequality Acceptance. *Science, 328*(5982), 1176–1178. https://doi.org/10.1126/science.1187300

Botten, G. (2003). *Meningsfylt matematikk*. Caspar Forlag.

Fosse, T. (2019). Regnefortellinger. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 30*(3), 14–18.

Kosko, K. W. (2016). Making use of what's given: Children's detailing in mathematical argumentative writing. *Journal of Mathematical Behavior, 41*, 68–86.

Kosko, K. W. & Zimmerman, B. S. (2019). Emergence of argument in children's mathematical writing. *Journal of Early Childhood Literacy, 19*(1), 82–106.

Meaney, T., Trinick, T. & Fairhall, U. (2012). *Collaborating to meet language challenges in Indigenous mathematics classrooms*. Springer.

Nikiforidou, Z. & Pange, J. (2015). Fairness through mathematical problem solving in preschool education. In U. Gellert, J. G. Rodríguez, C. Hahn, S. Kafoussi (Red.) *Educational Paths to Mathematics* (s. 161–171). Springer.

Rizzo, M. T. & Killen, M. (2016). Children's understanding of equity in the context of inequality. *British Journal of Developmental Psychology, 34*(4), 569–581.

Moen

Rettferdig fordeling av mandater

Mandater eller representanter spiller en viktig rolle i det norske demokratiet. Mandater skal representere velgerne og fordeles ut fra stemmene ved et valg. Ved stortingsvalget i 2021 var det ca. 3 000 000 stemmer som skulle ende opp i 169 mandater. Men hvordan går man fra stemmer til mandater? Hvordan gjør man 3 000 000 stemmer om til 169 mandater på en mest mulig rettferdig måte? Mine elever tenkte at å omgjøre stemmer til prosentfordeling var mest rettferdig. Men hva hvis for eksempel parti A fikk 1 250 000 av 3 000 000 stemmer ved et valg. Da får parti A 41,67 % av stemmene. Hvor mange mandater blir dette? 41,67 % av 169 er 70,42, skal da parti A få 70 eller 71 mandater? Vil denne metoden gå opp, eller vil man ha et mandat eller to i rest, og hva gjør man da? Prosent brukes ikke i de fleste demokratier. De fleste demokratier bruker en algoritme som, enkelt sagt, deler stemmene til partiene på større og større tall etter hvert som de får tildelt mandater. Det finnes flere algoritmer som er i bruk i ulike land som er knyttet opp til de ulike valgordningene. Ulike algoritmer kan gi ulike resultater av mandatfordeling basert på samme stemmefordeling. I denne artikkelen vil jeg presentere et undervisningsopplegg jeg gjennomførte med flere klasser i forbindelse med stortingsvalget 2021. Her presenteres algoritmen som er brukt i Norge, hvor vi har forholdstallsvalg. Målet med undervisningsopplegget var å vise viktigheten av matematikk i demokrati, og skape refleksjoner rundt rettferdig fordeling av stemmer til mandater. Undervisningsopplegget har hentet inspirasjon fra en artikkel i Nettavisen (Nisja-Wilhelmsen, 2007).

Alexander Moen
Kleppestø Ungdomsskole
axmoen@gmail.com

Parti	Antall stemmer
A	2000
B	1000
C	700
D	600

Tabell 1: Oversikt over stemmene ved et fiktivt valg.

Undervisningsopplegg med erfaringer

Dette er et undervisningsopplegg som ble gjennomført med en elevgruppe på 9. trinn, men det kan tilpasses andre aldersgrupper. Vi startet timen med å diskutere hva et mandat eller en stortingsrepresentant er. Etter å ha snakket om hva et mandat er presenterte jeg et fiktivt valg. Fire partier, A, B, C og D, stilte til valg, og totalt ble det avlagt 4300 stemmer. Resultatet av valget ble skrevet på tavlen, og er gjengitt i Tabell 1.

Det første spørsmålet jeg stilte elevene, var: «Hvordan kan man fordele seks mandater på de fire partiene?» Etter en diskusjon i plenum

kom elevene frem til at man kan bruke prosent til å fordele mandatene basert på antall stemmer de har fått. Forslag om prosentregning var noe som skjedde i flere klasser jeg gjennomførte opplegget i. Dette kan tyde på at elevene tenkte at prosentfordeling var en god strategi for å fordele rettferdig. Jeg hadde forutsett at elevene ville foreslå prosent som en måte å fordele mandatene på, og vi gjennomførte utregningen til prosentfordelingen, og jeg skrev opp resultatet i en tabell, Tabell 2.

Parti	Antall stemmer	Prosentvis fordeling av stemmer, rundet av til 2 desimaler
A	2000	46,51 %
B	1000	23,26 %
C	700	16,28 %
D	600	13,95 %

Tabell 2: Oversikt over valget med prosent.

Ved å se på Tabell 2 ser man at parti A fikk 46,51 % av stemmene. Jeg fortalte elevene at 46,51 % av 6 blir 2,79. Jeg spurte elevene om 46,51 % av stemmene bør bli 2 eller 3 mandater. Elevene hadde ikke svar på dette spørsmålet, og de viste tegn på usikkerhet. Dette tolket jeg som om at elevens tanker om å bruke prosent for rettferdig fordeling ble utfordret. Spørsmålet om hvorvidt man skal runde opp eller ned, var vanskelig. Runder man ned, vil parti A få 2 mandater, parti B får 1 mandat og C og D ingen. Runder man opp, vil parti A få 3 mandater og parti B, C og D få 1 mandat. Skal man da alltid runde ned eller opp, eller skal man ha noen partier som får flere/færre mandater annenhver uke? Hva skal man gjøre i avrundingssituasjoner der det ikke er nok mandater eller ikke alle mandatene blir tildelt? Jeg utfordret elevene til å reflektere over om dette var en rettferdig fordeling av mandater. Elevene fikk tid til å tenke og diskutere med nærmeste partner. Flere elever gav uttrykk for at det ikke var rettferdig: Hvorfor skulle parti D få like mange mandater som parti B når det var en forskjell på 400 stemmer? Her reflekterer elevene over informasjonen som var gitt og metoden som var brukt. Elevene stiller spørsmål om egen metode og knytter det opp mot rettferdighet med tanke på stemmer de ulike partiene har fått. Dette var en indikasjon for meg på at jeg hadde elevene der jeg ønsket dem.

Jeg gjentok mitt spørsmål om hvordan vi rettferdig kan fordele mandater basert på stemmer. Etter en kort «tenke og diskutere med partner»-pause hadde ikke elevene noen forslag. Dette kan tolkes som at de bare hadde én måte å fordele rettferdig på. Det er usikkert om elevene kunne ha kommet med forslag med mer tid, og det kunne ha vært interessant å utfordre elevene ytterligere til å finne en rettferdig måte å fordele mandater på. Videre tolket jeg det som om de var i en posisjon der de ønsket å finne svaret. Det kan også tolkes som om dette ikke er en problemstilling i andre fag, at man ikke reflekterer over hvordan mandater fordeles basert på stemmer. At man tar for gitt en rettferdig fordeling uten å være kritisk til hvordan.

Nå som elevene var mer innforstått med problematikken av fordeling av mandater ved valg, presenterer jeg kort matematikeren Andrè Sainte-Laguë. Han var en fransk matematiker som laget en metode eller algoritme for å fordele mandater fra stemmer. Ifølge Wikipedia brukes hans algoritme i flere land, blant annet i Norge (Norge bruker en modifisert metode) (Wikipedia 2022a, 2022b). Algoritmen består i å dele stemmene på forskjellige tall (1,4, 3, 5, 7…) for så å sammenligne størrelsen på antall stemmer etter siste regneoperasjon. Første steget i algoritmen er å dele alle stemmene på 1,4. Neste steg i algoritmen er å se hvilket parti som, etter deleoperasjonen, har flest stemmer. Partiet med flest stemmer tildeles et mandat. Når et parti får tildelt et mandat, deles stemmene til det partiet på neste tall. Man kan finne neste tall ved å bruke brøken $\frac{s}{1+2m}$, hvor s er antall stemmer et parti fikk, og m er tildelte mandater. Etter en

ny deling sammenlignes tallene på nytt, og nytt mandat tildeles. Videre i algoritmen vil det partiet som fikk mandat, få sine stemmer delt på neste tall etterfulgt av en ny sammenligning av stemmer etter siste regneoperasjon. Denne algoritmen fortsetter til alle mandatene er tildelt. Tallet 1,4 brukes for å gjøre det vanskeligere for partier å få stemmer og få et mandat. Å starte med å dele på 1,4 er den modifiserte metoden som brukes i Norge. Den umodifiserte versjonen starter med å dele på 1. Andre land, som Sverige, starter med å dele på blant annet 1,2. Resten av deletallene er oddetall, og de har som mål å skape en proporsjonal representasjon (forholdstallsvalg) av alle partiene som deltar. En proporsjonal representasjon har som mål at alle partier skal være representert. Ofte ved demokratier som bruker forholdstallsvalg, er det en sperregrense. Ved å bruke oddetall fremfor stigende tall (1, 2, 3, 4 osv.) blir mindre partier mer favorisert enn større.

For best mulig å forklare Sainte-Laguë-algoritmen tok jeg utgangspunkt i Tabell 1, hvorav flere kolonner ble lagt til underveis med forklaring. Her forklarte jeg algoritmen uten innspill fra elevene. Det første steget i algoritmen er å dele alle tallene på 1,4, noe som resulterer i Tabell 3. Her rundes alle tallene av slik at de ikke har desimal.

Ser vi på den nye kolonnen, ser vi at parti A har det største tallet (1429) og fikk tildelt et mandat. Etter å ha blitt tildelt det første mandatet er neste steg i algoritmen at parti A får sine antall stemmer delt på 3 (2000 / 3). Noe som resulterer i Tabell 4.

Parti	Antall stemmer	Antall stemmer delt på 1,4
A	2000	1429
B	1000	714
C	700	500
D	600	429

Tabell 3: Første steget i Sainte-Laguë-algoritmen som består i å dele alle stemmene på 1,4.

Etter regneoperasjonen følger en ny sammenligning av tallene etter siste regneoperasjon. Det resulterte i at parti B fikk tildelt et mandat (største tallet med 714) og måtte dele sitt tall på 3 (1000 / 3). Oppdatert resultat sees i Tabell 5.

Nå er det parti A som har det største tallet (667) og fikk ett mandat til. Det neste steget i algoritmen er å dele på 5, og parti As stemmer deles på 5 (2000 / 5), som gir Tabell 6.

Nå er det parti C som har høyest tall (500), og som fikk tildelt et mandat. Etter å ha delt Cs stemmer på 3 ser man at parti D også fikk et mandat. Det oppdaterte resultatet kan sees i Tabell 7.

Det siste mandatet går til parti A (største tall med 400), og mandatfordelingen etter Sainte-Laguë-algoritmen kan sees i Tabell 8.

Etter å ha presentert et eksempel på den modifiserte Sainte-Laguë-algoritmen spurte jeg elevene om dette var en rettferdig fordeling? Flere av elevene mente nei. Det begrunnet elevene med at parti A ikke hadde fått 50 % av stemmene, men at de likevel satt igjen med 50 % av mandatene. Flere elever påpekte også at antall mandater tildelt basert på forskjellen i antall stemmer var urettferdig. Hvorfor skulle

Parti	Antall stemmer	Antall stemmer delt på 1,4	Antall stemmer delt på 3	Tildelt mandat
A	2000	1429	667	1
B	1000	714		
C	700	500		
D	600	429		

Tabell 4: Andre steg i Sainte-Laguë-algoritmen, den med det høyeste tallet etter å ha delt på 1,4 skal så deles på 3.

Parti	Antall stemmer	Antall stemmer delt på 1,4	Antall stemmer delt på 3	Tildelt mandat
A	2000	1429	667	1
B	1000	714	333	1
C	700	500		
D	600	429		

Tabell 5: Tredje steg i Sainte-Laguë-algoritmen, parti B fikk sine stemmer delt på 3 (1000 / 3).

Parti	Antall stemmer	Antall stemmer delt på 1,4	Antall stemmer delt på 3	Antall stemmer delt på 5	Tildelt mandat
A	2000	1429	667	400	2
B	1000	714	333		1
C	700	500			
D	600	429			

Tabell 6: Fjerde steg i Sainte-Laguë-algoritmen. Parti As stemmer skal deles på 5.

Parti	Antall stemmer	Antall stemmer delt på 1,4	Antall stemmer delt på 3	Antall stemmer delt på 5	Tildelt mandat
A	2000	1429	667	400	2
B	1000	714	333		1
C	700	500	233		1
D	600	429	200		1

Tabell 7: Fjerde og femte steg i Sainte-Laguë-algoritmen. Parti C og D har blitt delt på 3.

Parti	Tildelte mandater
A	3
B	1
C	1
D	1

Tabell 8: Mandatfordelingen etter Sainte-Laguë-algoritmen.

parti C og B få like mange mandater med en forskjell i 400 stemmer? Elevene uttrykte frustrasjon over fordelingen, og mente at hverken algoritmen eller prosentfordelingen var rettferdig. Her reflekterer elevene godt over problemstillingen og sammenligner med opprinnelig fordelingsmetode. Elevene viste gode tegn på å sette seg inn i den matematiske fordelingen samt å knytte det opp til en demokratisk problemstilling. Elevene vurderte og var kritiske til hvordan mandater skal fordeles mest mulig rettferdig. Elevene spurte også hvorfor stemmene først skulle deles på 1,4, så 3 og så 5. Hva var spesielt med disse tallene, og hva ble eventuelt neste tall? Dette viser tegn på at elevene vurderer algoritmens kredibilitet. At elevene lurer på hva som ligger bak algoritmens valg. Hvorfor skal det å dele på disse tallene gjøre at fordelingen blir rettferdig? Dessverre avsluttet jeg undervisningen her, men jeg ser i etterkant at jeg burde ha brukt mer tid på å besvare spørsmålene og vist andre matematiske måter å fordele mandater på.

Det er flere ulike aspekter man kunne ha utvidet undervisningsopplegget med. Elevene kunne ha blitt delt inn i grupper og kommet frem med sin metode for å fordele rettferdig. Elevene kunne ha skrevet algoritmen på en datamaskin og prøvd ulike stemmer på parti-

ene og analysert resultatet. Elevene kunne, i et dataprogram, ha variert stemmer til partiene og reflektert over om noen stemmefordelinger gjorde algoritmen mer eller mindre rettferdig, og eventuelt hvorfor. Elevene kunne ha sett nærmere på Sainte-Laguë-algoritmen og hvorfor flere land har valgt denne, den historiske bakgrunnen. Elevene kunne ha kommet med forslag for å modifisere algoritmen ytterligere for en eventuell mer rettferdig fordeling. Elevene kunne ha sammenlignet hvordan ulike land, med demokratisk styre, fordeler mandater. Elevene kunne ha dykket dypere ned i mandatfordelingen i Norge med tanke på utjevningsmandater, hvorfor man har 169 mandater og de ulike tallene fra de ulike fylkene. Er utjevningsmandater, 169 mandater og antall mandater fra de ulike fylkene rettferdig?

Refleksjon

Undervisningsopplegget retter seg ikke direkte mot et kompetansemål, men det er innom flere andre viktige aspekter i læreplanen. Elevene må reflektere og tenke kritisk rundt en demokratisk problemstilling og matematikkens rolle for å løse problemet. Det ble skapt engasjement rundt det å lære for å lære, og det var mulighet for å utforske og fordype seg i rettferdig fordeling av mandater. Elevene fikk også et historisk innblikk i noe svært viktig og sentralt for det norske demokratiet, samt et dypere innblikk i en demokratisk problemstilling. Algoritmisk tankegang ble også vist og reflektert rundt. Undervisningen belyser matematikkens rolle i demokratiet, og viser at det ikke er rett frem å rettferdig fordele mandater basert på stemmer.

I etterkant burde jeg ha utvidet undervisningsopplegget, brukt mer tid og hatt enda mer refleksjon. Til tross for kort tid på undervisningsopplegget tror jeg at elevene lærte en del. Spørsmålene de stilte, og engasjementet de viste, indikerte at de satte seg inn i problemstillingen rundt rettferdig fordeling og matematikkens sentrale rolle i demokratiet. Det er ikke alltid elever får se en av matematikkens mange sentrale roller i samfunnet, og det kan være viktig å fremheve.

En annen interessant observasjon var at elevenes første strategi var å omgjøre stemmene til prosent for så å bruke det for å finne antall mandater per parti. Elevene valgte å gå fra et bestemt tall på en diskret skala til en kontinuerlig skala og bruke det for å finne et bestemt antall på en diskret skala. Slike overganger hadde ikke elevene verktøy til å håndtere og reflektere rundt.

Referanser

Nisja-Wilhelmsen, P. (2007, 10. sept.) Slik regnes valget ut, *Nettavisen*, https://www.nettavisen.no/artikkel/slik-regnes-valget-ut/s/12-95-1327938

Wikipedia. (2022a). *André Sainte-Laguë*. https://en.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A9_Sainte-Lagu%C3%AB

Wikipedia. (2022b). *Webster/Sainte-Laguë method*. https://en.wikipedia.org/wiki/Webster/Sainte-Laguë_method

Steffensen, Hauge, Herheim

Etisk tenkning og programmering

Introduksjon

Programmering har blitt en betydelig del av de nye læreplanene, særlig i matematikk, men også i naturfag, musikk, kunst og design, og som valgfag. Det er en økende mengde forskning (f.eks. Herheim & Johnsen-Høines, 2021) som dokumenterer at programmering gir elever nye muligheter til å diskutere og lære matematikk, men hva med etiske aspekter knyttet til programmering? Et uttrykt mål i valgfaget er å utvikle etisk bevissthet og kritisk tenkning rundt bruk av teknologi. I matematikk skal elevene utvikle forståelse av teknologi som kan hjelpe elevene til å gjøre «ansvarlige livsvalg» (Utdanningsdirektoratet, 2019, s. 3). Dette gir grunnlag for å si at teknologi, programmering og etikk bør betraktes som en viktig del av matematikkundervisningen, og innebærer kompetanser utover å mestre tekniske kodeferdigheter, bl.a. at man kritisk reflekterer over digitale teknologiers mulige konsekvenser.

Lisa Steffensen
Høgskulen på Vestlandet
Lisa.Steffensen@hvl.no

Kjellrun Hiis Hauge
Høgskulen på Vestlandet
Kjellrun.Hiis.Hauge@hvl.no

Rune Herheim
Høgskulen på Vestlandet
Rune.Herheim@hvl.no

Denne artikkelen starter med argumentasjon for at det er relevant å rette søkelyset mot etisk tenkning og programmering. Deretter presenterer vi en kartlegging av hvilken forskning som er gjort på etisk tenkning og programmering i matematikkundervisning. I siste del diskuterer vi tre undervisningseksempler i programmering som på ulike vis involverer etiske aspekter. Det første handler om førerløse biler, mens de to siste handler om hvordan droner kan bidra til å motvirke klimaendringer, og hvordan droner kan bidra til en bedre fremtid.

Teknologi og programmering bidrar til at verden blir et bedre sted å være i. Innenfor områder som medisin, utdanning, og transport har programmering f.eks. bidratt til å diagnostisere sykdommer, redde liv, og gi tilgang til utdanning til mennesker som tidligere ikke har hatt muligheter til dette. Samtidig påvirker programmering samfunnet i økende grad på usynlige måter som kan være uheldig. F.eks. bestemmer algoritmer hvilken type informasjon og annonser man mottar på sosiale medier, eller hvilke treff man får i ulike søkemotorer. O'Neil (2016) betegner slike matematikkbaserte algoritmer som «weapons of math destruction» dersom de brukes til destruktive beslutninger på områder som bank, forsikring og sykehus,

samt bidrar til å øke ulikheter i samfunnet. Hun framhever at dette kan true demokratiet fordi åpenhet er avgjørende, og fordi usynlige algoritmer kan styre menneskelig atferd og favorisere visse interesser. Programmering og algoritmer har ingen moral i seg selv. Det er mennesker som utvikler algoritmene, og menneskers valg påvirker hvorvidt verdier, f.eks. fortjeneste, skal trumfe rettferdighet. Dersom matematiske modeller, data og algoritmer behandles som nøytrale, kan dette bidra til at en fraskriver seg ansvaret for urettferdighet basert på algoritmer.

Kunstig Intelligens (KI), der maskiner er programmert til å lære, tenke og handle som mennesker, skaper en ny type utfordring fordi beslutninger som tas, er basert på maskinlæring, uten at mennesker nødvendigvis har det siste ordet. Buolamwini (2016) understreker at på grunn av algoritmiske skjevheter og de sosiale implikasjonene og skadene som KI kan forårsake, er det avgjørende med en bevissthet om hvem som koder, hvordan vi koder, og hvorfor vi koder. Eksempler inkluderer ansiktsgjenkjenning, selvkjørende biler, chat-boter (f.eks. Tay til Microsoft, som gikk fra å være vennlig til hatefull og rasistisk i løpet av en dag på Twitter) og krigføring basert på KI, der overordnede diskusjoner handler om hvem som er ansvarlig hvis noe går galt. Rhim mfl. (2020) sammenlignet koreanske og kanadiske bilføreres preferanser for hvilke etiske prinsipper som bør være veiledende for selvkjørende biler i fiktive ulykker. De fant kulturelle forskjeller, blant annet favoriserte de kanadiske respondentene avgjørelser som minimerte antall ofre, mens koreanske favoriserte avgjørelser som fulgte trafikkreglene. I selvkjørende biler løses slike dilemmaer basert på algoritmer og er dermed innbakt i selve teknologien. Dersom en dødsulykke inntreffer, kan man spørre seg om hvem som har ansvaret for ulykken: Er det sjåføren som valgte å aktivere autopiloten, er det bilprodusenten, eller er det programvareutvikleren? KI blir ofte beskyldt for å inkludere «svart boks»-avgjørelser, det vil si at man ikke får innsikt i hvordan avgjørelser blir tatt. Dette innebærer at en ikke kan vite nøyaktig hva som førte til en hendelse, på grunn av mangel på åpenhet i hvordan algoritmene ble brukt. Dermed er det usikkerhet knyttet til kvaliteten på beslutninger (NENT, 2020). Colman mfl. (2018) understreket at siden 1980 har det vært en økning i problemer som blir behandlet som «beregnbare» problemer. Det betyr at en del problemer blir løst algoritmisk selv om de er komplekse eller uløselige. Som kritiske borgere blir det viktig å stille spørsmål ved hvilke problemer som kan beregnes, og hvilke som må behandles med mer omhu.

Som borgere tar vi daglig i bruk algoritmer som tilsynelatende letter vår hverdag. Imidlertid kan flere av disse teknologiene medføre utfordrende dilemmaer og føre til uante konsekvenser når de brukes i nye sammenhenger. Bl.a. kan ansiktsgjenkjenning oppleves praktisk når man logger seg på smarttelefonen, men det blir straks mer problematisk når systemene brukes til overvåking av innbyggere, eller når data om personlige preferanser samles inn og brukes eller selges av Google og Facebook. Utviklingen av digital teknologi har ført til et misforhold mellom hvem som tjener på teknologien, og hvem som får ulempene. Teknologien påvirker enkeltpersoner og samfunnet. F.eks. øker smarttelefoner individets muligheter, men data om personlige søk og hva man trykker «liker» på, samles inn og omsettes. Oppsummert kan man si at utviklingen av programmering og digital teknologi medfører en rekke etiske dilemmaer knyttet til dens bruksområder, maktforhold og personlige og samfunnsmessige konsekvenser.

Å undersøke etisk tenkning og programmering i matematikkundervisning er et ganske nytt forskningsfelt. Her utforsker vi hva en slik etisk tenkning kan være, ved først å presentere funn fra en litteraturstudie, for deretter å se på tre oppgaver som en lærer har utviklet til sine elever. Vi fant tre sentrale temaer i forskningen som tar for seg etisk tenkning og programmering i utdanning: grunner til å inkludere etikk når programmering inkluderes i undervisning,

kodeferdighet og etisk tenkning samt tilrettelegging for etisk tenkning.

Etisk tenkning og programmering i utdanningsforskning

Etisk tenkning er ferdigheter knyttet til hvordan man skal handle etisk og tenke gjennom etiske dilemmaer og scenarioer (Schrier, 2015). Etiske dilemmaer oppstår i situasjoner der valg fører til ulike scenarioer med uheldige etiske konsekvenser, og hvor det ikke er åpenbart hvilket valg som er best. F.eks. må programmerere av selvkjørende biler ta beslutninger om hvem som skal treffes i tilfelle en uunngåelig ulykke (Seoane-Pardo, 2018; Rhim mfl., 2020). Å la elever få reflektere over grunnlaget for, og konsekvensene av, slike beslutninger mens de lærer programmering, kan bidra til at de blir bevisst på lignende situasjoner. Ifølge Schrier (2015) kan etisk bevissthet omfatte det å identifisere perspektiver, tolke situasjoner, forstå moralske dilemmaer, og forestille seg årsaker og virkninger av beslutninger.

Grunner til å inkludere etikk

Det er flere grunner til at etiske refleksjoner bør inkluderes når programmering er en del av undervisningen. Dufva og Dufva (2016) framhevet at koding ikke er verdinøytralt, men gjenspeiler bevisste og ubevisste verdier hos programmereren. De beskriver at undervisning i programmering ofte er begrenset til mekanisk læring, og de foreslår at utdanning bør inkludere diskusjoner om mulige konsekvenser av teknologier. De hevder videre at programmering kan sees på som et «komplekst menneskeskapt verktøy for å forme verden» (s. 107), som endrer vår atferd og praksis. På denne måten kan matematikk og programmering umerkbart forme samfunnet.

Etiske utfordringer knyttet til stordata (digitale data som er for store og sammensatte til å kunne benytte tradisjonelle teknikker for å hente ut informasjon) ble framhevet av Colman mfl. (2018). De problematiserte hvordan vi er brukere av Internett og sosiale medier, samtidig som vi er leverandører av data som påvirker oss gjennom usynlige algoritmer utviklet for å sikre profitt. Etikk og samfunnsmessige konsekvenser bør ifølge Burton mfl. (2017) og Rodríguez García mfl. (2020) være nøkkelelementer i skolefag som involverer KI.

Etiske spørsmål som rettferdighet og mangfold ble løftet fram av Kules (2016; 2018) som et viktig tema å belyse når man lærer programmering. Han beskrev en læreplan for å hjelpe universitetsstudenter med å gjenkjenne, analysere og iverksette tiltak når de møter disse problemene (2018, s. 31). Læreplanen var en del av et kurs der det ble undervist i JavaScript og Python, og der fokus var å se på programmering i en bred samfunnskontekst. Studenter leste relevant litteratur og diskuterte i grupper om temaer som sosial ulikhet, bl.a. hvordan algoritmer bestemmer fengselsstraff, eller hvordan søkemotorer forsterker eksisterende kjønnsforskjeller. Funnene viste at studentene identifiserte og undersøkte etiske problemstillinger knyttet til programmering. Fokuseringen på etiske spørsmål økte bevisstheten rundt programmering som en ikke-nøytral aktivitet.

Kodeferdigheter og etisk tenkning

For å delta i diskusjoner om etikk foreslo Dufva og Dufva (2016) at kodeferdighet skulle forstås som «innsikt i koden og dens intensjoner og kontekst» (s. 98). Å lære å kode er ikke tilstrekkelig for å danne et kritisk tankesett for digitale teknologiers mulige konsekvenser. De foreslo at kodeferdighet ikke bare bør inkludere å lære et programmeringsspråk, men også å forstå hvordan koder kan brukes til å løse problemer og bidra til å gjøre verden til et (antatt) bedre sted. En slik forståelse av kodeferdighet innebærer at man kan plassere koding i dens kulturelle kontekst (hvordan tankesett, ideologier og trender påvirker koden), forstå hvordan koder kan påvirke samfunn og individer (f.eks. gjennom spillavhengighet eller politisk (mis)bruk av koder på Internett), og identifisere ulike

maktforhold involvert i koding (f.eks. Googles persontilpassede søkeresultater, mulig misbruk av data til overvåkingsformål og hackingskader, men også forbrukermakt og andre muligheter for endringer). Kodeferdighet kan i tillegg innebære det å utøve kreativitet og å lære nye måter å uttrykke seg selv på. Formålene omfatter dermed grunnleggende prinsipper og logikk for koding, samt mer sammenvevde etiske problemstillinger som involverer koding og individer/samfunn. Kodeferdighet handler derfor, ifølge Dufva og Dufva, om å forstå og leve i en digitalisert verden.

Etisk bevissthet og refleksjon er en sentral del av det å arbeide med koding, og et slikt fokus kan legge til rette for etisk funderte beslutninger når man arbeider med virkelige problemer, i tråd med Schriers (2015) utdanningsmål for etisk tenkning.

Tilrettelegging for etisk tenkning

Ulike rammeverk kan brukes for å legge til rette for etisk tenkning når det programmeres i undervisning. Burton mfl. (2017) foreslo at studenter kunne lære om etiske teorier ved å bruke dem som verktøy for å reflektere over konkrete problemer. De viste hvordan pliktetikk (Hva er de riktige reglene?), konsekvensetikk (Hva gir et størst mulig gode for flest mulig?) og dydsetikk (Hvem skal jeg være?) gir ulike innfallsvinkler til etisk tenkning som er relevante for problemet. De foreslo en blanding av de tre tilnærmingene når studentene skulle bestemme hvordan en robot skulle oppføre seg, eller hvordan annonser kunne rettes mot publikum.

Beslutningsmodeller kan også være til hjelp når lærere skal tilrettelegge for elevers etiske tenkning i forbindelse med programmering. Schrier (2015), Seoane-Pardo (2018) og Ladwig og Schwieger (2020) framhevet alle viktigheten av det å kunne identifisere, beskrive og bli bevisst på etiske problemstillinger og dilemmaer. Elever må få kompetanse til å kunne identifisere aktører og hvordan de påvirkes, slik at de får et grunnlag for å ta veloverveide beslutninger og handle deretter. Elever kan utfordres på etiske beslutningsprosesser, f.eks. gjennom konsekvenstilnærminger, der fokuset er på å minimere skader, risiko eller økonomiske kostnader, og gjennom plikttilnærminger, der en beskytter de som følger reglene. Estevez mfl. (2019) beskrev hvordan en workshop om KI på en videregående skole endret elevenes forståelser for etiske problemstillinger. Elevene skulle utvikle koder og diskutere KI-egenskaper og begrensninger. Etterpå var elevene mindre bekymret for farer presentert i sci-fi-filmer og mer bekymret for misbruk av data med hensyn til personvern og frihetsperspektiver.

Det er lite forskning på etikk og programmering. Det er kanskje ikke rart siden programmering i skolens læreplaner har kommet det siste tiåret. I forskningen vi har funnet, har vi altså identifisert tre overordnede temaer: grunner til å inkludere etikk når det programmeres, elevers kodeferdigheter og læreres tilrettelegging for etisk tenkning.

Tre programmeringsoppgaver

Max er ungdomsskolelærer og underviser i matematikk, naturfag og programmering, og har utviklet mange programmeringsoppgaver. Vi ser nærmere på tre oppgaver som på ulike vis involverer etiske aspekter. Den første handler om selvkjørende biler og etiske forhold rundt dette. Den andre handler om hvordan droner kan overvåke og være et verktøy for å motvirke klimaendringer. Den tredje handler om hvordan droner og programmering kan skape en bedre fremtid. Vi bruker funn fra litteraturen til å diskutere oppgavenes potensial for å fremme elevers etiske refleksjoner.

Selvkjørende biler

Som en del av oppgaven med selvkjørende biler laget Max en brosjyre med litt informasjon. Her beskriver hun blant annet at programmering og utvikling av teknologi er viktig, men at dette ikke er tilstrekkelig, og at «Elevene må reflektere over muligheter og utfordringer denne teknolo-

gien gir, samt ta stilling til etiske problemstillinger i sammenheng med dette». Hun framhever at KI-teknologi i selvkjørende biler inkluderer både muligheter og etiske utfordringer. Dette innebærer at KI-teknologien ikke er verdifri og er en grunn til å inkludere etikk i algoritmisk tenkning, i tråd med Burton mfl. (2017) og Rodríguez García mfl. (2020). Videre skriver Max i brosjyren at:

> Maskiner har ikke etikk og moral, de gjør slik de er programmert. Dersom en førerløs bil kommer i en situasjon der noen må dø, må den treffe et valg. Hvordan skal vi avgjøre hva den gjør, og vil vi kjøpe en bil som er programmert til å drepe oss?

Max oppmuntrer til refleksjoner over etiske problemstillinger knyttet til programmererens rolle. Dette tyder på at hun forstår kodeferdighet som noe mer enn bare teknisk; den krever etisk bevissthet og resonnement om beslutningstaking knyttet til et problem i den virkelige verden, i tråd med Dufva og Dufvas (2016) forståelse av kodeferdighet. Max tilrettelegger for etisk tenkning ved å rette oppmerksomheten mot valg som må treffes av en selvkjørende bil, og at et slikt valg kan bety et etisk dilemma om hvem som må dø. Hvis en sjåfør i en vanlig bil møter en ulykke, tas beslutninger intuitivt, mens i en selvkjørende bil blir avgjørelsen om hvorvidt man skal krasje inn i en fotgjenger eller en bil, tatt på forhånd gjennom kodingen. Å reflektere over disse etiske dilemmaene er i tråd med det Ladwig og Schwieger (2020) og Seoane-Pardo (2018) fremmet. Dette innebærer at ulike etikkteorier er relevante for å rette oppmerksomheten mot etiske spørsmål som hva dilemmaene er, hvem interessentene er, hva som er beslutningsalternativene, og hva som skiller maskiner fra mennesker i beslutningssituasjoner. Oppgaven tar ikke eksplisitt opp disse aspektene, men dette kan gjøres av lærer eller elever. F.eks. kan oppmerksomheten rettes mot ulike aktører: sjåføren, trafikanter, bilprodusenter og myndigheter med ansvar for trafikksikkerhet. Beslutninger som tas i kodingen, vil påvirke disse ulikt. For eksempel kan regjeringer som tar sikte på å redusere trafikkdødsfall, foretrekke et minimum antall dødsfall, mens det kan lønne seg for produsenten å la kjøperen av bilen velge foretrukne algoritmer.

Bærekraft og klimaendringer

Oppgave 2: Har du noen gang lurt på hvordan vi kan bruke droner for å stoppe klimaendringene? Bruk dine kreative ferdigheter til å finne en løsning der droner kan brukes til dette formålet. Presenter kreative forslag til løsninger ved å programmere en minidrone slik at den gjennomfører en operasjon som kan bidra til å stoppe global oppvarming.

Oppgave 3: Mor Teresa sa at noen ganger tenker vi at det vi gjør, bare er en dråpe i havet. Men havet ville vært mindre uten den dråpen. Lag et produkt som kan programmeres enten blokk- eller tekstbasert, og som kan bidra til å gjøre verden til et bedre sted å bo for barn i framtiden. Nøkkelord: bærekraft, energi, hav, entreprenørskap, jordbruk, teknologi osv.

I disse utdragene fra to ulike oppgaver blir elevene bedt om å bidra til å gjøre verden bedre for framtidige generasjoner. Å hindre global oppvarming og forbedre verden er etiske temaer i seg selv og gir grunn til etiske refleksjoner. Oppgavene antyder at droner kan ha en viktig rolle i klimaendringer. F.eks. kan droner bidra til mindre CO_2-utslipp ved å erstatte fossil transport, og gjenplanting etter avskoging. Dette innebærer at etisk tenkning kan være en del av selve programmeringskonteksten og ikke nødvendigvis kobles til kodingen.

Max' oppgaver knytter programmering til samfunnsaktuelle problemer. Når elever skal løse oppgavene, kan det bli reist spørsmål om rettferdighet, f.eks. hvordan klimaendringer kan føre til større utfordringer for barn i fattige områder enn i rike områder. Å øke bevissthet

om urettferdighet samtidig som man engasjeres i programmering, er i tråd med det Kules (2016, 2018) etterlyste. Å finne muligheter for bruk av droner og det å kunne programmere dem for disse bruksområdene kan tilrettelegge for etisk tenkning knyttet til dronenes mer utfordrende sider, som hvordan de brukes i krigføring og (ulovlig) overvåking. Det at Max lager oppgaver i en etisk kontekst som klimaendringer kan forstås i lys av det som Dufva og Dufva (2016) foreslo som kodeferdighet. I disse oppgavene er det de mulige positive implikasjonene av digitale teknologier som blir framhevet. Ingen etiske dilemmaer foreslås, men dilemmaer forbundet med f.eks. klimaendringer eller misbruk av droner kan tas opp i timen av læreren eller av elevene.

Disse oppgavene er noe annerledes enn oppgave 1, da de ikke spesifikt ber elevene reflektere om etiske aspekter. De ligger imidlertid til rette for etisk tenkning, da konteksten for oppgavene er etisk (å gjøre noe bra), og de kan brukes til å introdusere etiske dilemmaer. Dette innebærer at den etiske tenkningen ikke først og fremst er på kodenivå, men knyttet til bruken av enheten eller til relaterte problemer. Den etiske tenkningen har dermed en svakere kobling til kodeferdigheter beskrevet i tema 2. Læreren hadde sannsynligvis en etisk tanke bak å inkludere disse spesielle temaene, som kan ha sammenheng med det vi fant på tema 1 om grunner til å inkludere etikk når man programmerer, men årsaken er ikke eksplisitt uttrykt i oppgavene.

Avsluttende kommentarer

Funn fra litteraturgjennomgangen viser noe av relevansen av etisk tenkning når det programmeres i matematikkundervisningen. Vi fant tre temaer fra litteraturgjennomgangen: (1) grunner til å inkludere etikk når programmering inkluderes i undervisning, (2) kodeferdighet og etisk tenkning, og (3) hvordan legge til rette for etisk tenkning i programmering. Vi brukte disse emnene til å diskutere kvaliteter og potensialer ved tre oppgaver en lærer hadde laget. Oppgavene tilførte verdifulle perspektiver som vi ikke fant i gjennomgangen av litteratur. Litteraturgjennomgangen viste at det mangler forskning på relevante empiriske eksempler. Det er derfor behov for mer empirisk forskning på etisk tenkning og programmering i matematikkundervisning.

Note

1 Denne artikkelen er en bearbeidet utgave av Steffensen mfl. (2021).

Referanser

Buolamwini, J. (2016). *How I'm fighting bias in algorithms*. http://www.ted.com/talks/joy_buolamwini_how_i_m_fighting_bias_in_algorithms

Burton, E., Goldsmith, J., Koenig, S., Kuipers, B., Mattei, N. & Walsh, T. (2017). Ethical considerations in artificial intelligence courses. *KI magazine, 38*(2), 22–34.

Colman, F. Bühlmann, V., O'Donnell, A. & van der Tuin, I. (2018). *Ethics of coding: a report on the algorithmic condition*. European Commission.

Dufva, T. & Dufva, M. (2016). Metaphors of code—Structuring and broadening the discussion on teaching children to code. *Thinking Skills and Creativity, 22*, 97–110. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2016.09.004

Estevez, J., Garate, G. & Graña, M. (2019). Gentle introduction to artificial intelligence for high-school students using Scratch. *IEEE Access, 7*, 179027–179036. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2956136

Herheim, R. & Johnsen-Høines, M. (2020). A culture perspective on students' programming in mathematics. *Journal of Mathematics and Culture, 14*(2), 91–110.

Kules, B. (2016). Computational thinking is critical thinking: Connecting to university discourse, goals, and learning outcomes. *Proceedings of the Association for Information Science & Technology, 53*(1), 1–6. https://doi.org/10.1002/pra2.2016.14505301092

Kules, B. (2018). Coding with a critical lens: A developing computer programming curriculum for diversity and equity. I P. Wang & A. Green (Red.), *Proceedings of the Association for Library and Information Science Education Annual Conference: ALISE 2018* (s. 31–36). ALISE.

Ladwig, C. & Schwieger, D. (2020). Ethical coding: Privacy, ethics & law in computing. *Information Systems Education Journal, 18*(2), 50–57.

O'Neil, C. (2016). *Weapons of math destruction: How big data increases inequality and threatens democracy*. Crown.

Rhim, J., Lee, G.-b. & Lee, J.-H. (2020). Human moral reasoning types in autonomous vehicle moral dilemma: A cross-cultural comparison of Korea and Canada. *Computers in Human Behavior, 102*, 39–56. https://doi.org/10.1016/j.chb.2019.08.010

Rodríguez García, J. D., Moreno-León, J., Román-González, M. & Robles, G. (2020). LearningML: A tool to foster computational thinking skills through practical artificial intelligence projects. *Revista de Educación a Distancia, 20*(63). http://dx.doi.org/10.6018/red.410121

Schrier, K. (2015). EPIC: A framework for using video games in ethics education. *Journal of Moral Education, 44*(4), 393–424.

Seoane-Pardo, A. M. (2018). Computational thinking between philosophy and STEM—Programming. Decision making applied to the behavior of "Moral Machines" in ethical values classroom. *IEEE-RITA, 13*(1), 20–29.

Steffensen, L., Hauge, K. H. & Herheim, R. (2021). Ethical thinking and programming. In Kollosche, D. (Red.), *Exploring new ways to connect: Proceedings of the Eleventh International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 957–957). Tredition.

The National Committee for Research Ethics in Science and Technology (NENT) (2020). *Opinion on research ethics and artificial intelligence*. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/opinion-on-research-ethics-and-artificial-intelligence.pdf

Utdanningsdirektoratet (2020). *Læreplan i valgfaget programmering (PRG01-02).* https://www.udir.no/lk20/prg01-02

Utdanningsdirektoratet (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn. (MAT01-05)*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

NYTT FRA MATEMATIKKSENTERET

Matematikksenteret er en partner i lokalt utviklingsarbeid, vi forsker på matematikkundervisning og tilbyr forskningsbasert etter- og videreutdanning.

I dette nummeret skriver vi om:

- Matematikk i barnehagen gir inkluderende fellesskap.
- Bli inspirert til mer matematikk i barnehagen!

Vi har spisskompetanse på matematikkdidaktikk og jobber tett på lærere og elever. Vi er et bindeledd mellom praksis, forskning og utvikling. Vårt mål er at alle barn og unge skal erfare at matematikk er engasjerende, utfordrende og meningsfullt.

Besøk våre nettsider:

Matematikksenteret.no
Fagstoff og læringsressurser

MatteLIST.no
Oppgaver og aktiviteter for utforskning og problemløsning

Matematikk.org
Spill, oppgaver og fakta om matematikk

Alleteller.no
Vurderingsverktøy for talloppfatning og tallforståelse

Realfagsloyper.no
Kompetanseutvikling i realfagene

NTNU

MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Matematikk i barnehagen gir inkluderende fellesskap

Universitetslektor Camilla N. Justnes,
Universitetslektor Anne Hj. Nakken,
Førsteamanuensis Beate Nergård,
Matematikksenteret NTNU

IIfølge Udir kjennetegnes et inkluderende felleskap ved at «barn og elever har tilgang til fellesskapet, samarbeider med andre, får læringsutbytte både sosialt og faglig, og opplever at de blir anerkjent og akseptert». For å sette søkelys på sammenhengene mellom matematikk, språkarbeid og inkludering i barnehagen arrangerte Matematikksenteret og Skrivesenteret de regionale konferansene «Matematikk + Språk = Inkluderende fellesskap». Målet med konferansene var å presentere praktiske eksempler og forskningsbasert kunnskap om hvordan barnehagene kan jobbe inkluderende med matematikk og språk.

Hva innebærer fellesskapende aktiviteter med tanke på matematikk?

I barnehagen kan personalet finne på, initiere og drive mange ulike aktiviteter med og for barna. Mange aktiviteter kan bidra til opplevelsen av å være en del av felleskapet og styrke barnas opplevelse av inkludering. At barna selv medvirker til det som skjer i barnehagen, og *hvordan* personalet legger til rette for likeverdig deltagelse, spiller inn. Her vil vi løfte frem noen aspekter ved matematiske aktiviteter som vi håper vil inspirere deg til å tenke på inkludering og fellesskap i arbeidet ditt, enten det er i barnehagen eller i skolen.

Gode møteplasser

Barnehagene skal legge til rette for gode møteplasser, der barna kan leke med, utforske og samtale om matematikk. På disse møteplassene må det altså være noe å utforske og snakke om, og det må være noe å sammen skape mening om. Det er personalet som legger til rette for gode møteplasser, basert på barnas initiativ.

Gode møteplasser for utforsking og samtaler kan være i byggekroken, ved måltidet, i

Hva sier Rammeplanen om matematikk?
I arbeidet innen fagområdet Antall, rom og form, gir barn uttrykk for og synliggjør sine matematiske forklaringer, tanker og meninger gjennom det de sier, og det de gjør. I tillegg til verbalspråket tar de i bruk både gester og konkreter når de uttrykker seg. Ved å verdsette barnas individuelle uttrykksmåter jobber vi tydelig med språk og matematikk, men også med inkludering i barnehagen. Når barna får tid og mulighet til å resonnere og argumentere på sin egen måte, får de følelsen av å bli lyttet til, at det de har å si er viktig, og å høre til i fellesskapet. Når barna blir oppmuntret til å lytte til andre og dele ideene sine, opplever de at egne og andres bidrag er viktig for videre utforsking og lekemuligheter. Denne type kommunikasjon er essensielt for at alle skal få mulighet til å delta likeverdig, men den er også en grunnpilar i alt språklig og matematisk arbeid. Når ansatte tilrettelegger for et inkluderende barnehagemiljø der barna føler seg respektert, sett og tatt på alvor, så legger de samtidig til rette for et godt språklig og matematisk læringsmiljø.

lesestunden eller i kunstneriske aktiviteter, ute som inne. Mulighetene for en utdypende matematisk samtale kan dukke opp når som helst og hvor som helst, og gjerne når vi egentlig driver med noe annet. Ved å følge barnas interesser og utforskning kan samspillet ta mange spennende retninger, og barnas kreativitet, medvirkning og frihet til egen matematisk tenking, blir tydelig.

Et eksempel er når personalet i en friluftsbarnehage ser at barna er opptatt av å tegne og skrive. Når de er mye ute, er det ikke lett å få til dette. Personalet løste det ved å montere en stor tavle på veggen utenfor gapahuken. Barna fikk tilgang på kritt for å kunne uttrykke seg. Barnas interesse var utgangspunkt for materiellet som ble tilbudt dem, og uteområdet ble beriket. Tavla utviklet seg til å bli en møteplass for utforsking av skrift og tegning, og barna opplevde tilhørighet og inkludering.

Et annet eksempel, også fra naturlekeplassen, tar utgangspunkt i barnas selvinitierte lek. Denne barnehagen hadde prosjekt med historien om den fantastiske Mikkel Rev. Dette er en veldig lur rev som har et hi med mange veier, slik at han ikke blir fanget av jegerne. Hvis jegerne dekker til en utgang, så kan reven velge en annen. Barna lekte at de var den fantastiske Mikkel Rev, og klatret over, under, inn og ut i klatrestativet. Personalet la merke til leken, og de så at barna ikke var så orientert mot hverandre. De lekte mest hver for seg, og det var få samtaler mellom barna. Den ene ansatte forsto at leken handlet om å finne mange ulike veier gjennom hiet, og tilbød derfor barna ulike tau. I tillegg kom hun med et forslag: Ta med dere tauet gjennom hiet, og så ser vi om veiene er like eller ulike! Dette eksempelet viser at personalet kan tilby materiell og forslag, uten å blande seg for mye inn i leken. I dette tilfellet fikk leken ny energi, og klatrestativet ble en møteplass for et felles leke-prosjekt. Alle barna kunne delta ved å dra et tau gjennom stativet, og barna fikk mye spennende å snakke om: Var en vei lik eller ulik en annen? Hvor ble det ulikt? Hvor er det likt? Hvor stor forskjell må det være på to veier for at de er ulike? Barna klatrer i klatrestativet, og de får på den måten også matematiske erfaringer med kroppen og sansene sine. De møter begreper som over og under, til høyre og til venstre. De verdifulle diskusjonene om likheter og ulikheter som oppstår hadde ikke vært mulig hvis leken ikke hadde skjedd i et fellesskap. En felles lek ga muligheter for at barna sammen kunne utforske likheter og ulikheter.

Begge eksemplene handler om å berike lek utendørs, men også om å tilrettelegge for fellesskapende aktiviteter. Slike aktiviteter skjer også innendørs, for eksempel i byggekroken. I barnehagen kan vi oppleve at barna bygger litt hver for seg, og at de av og til kan krangle om klossene. For å unngå en slik situasjon, og samtidig bidra til en god møteplass, er det essensielt at barna har nok byggemateriell. Personalet kan også legge til rette for felles byggeaktiviteter ved å henge opp bilder av kjente bygninger på veggen. Barna kan bli inspirert av bildene, og i fellesskap må de samarbeide om å lage en tilsvarende bygning.

Personalet kan legge til rette for møteplasser for lek og utforsking i et fellesskap ved å berike leken, utforskingen eller miljøet, f.eks. ved å tilby nytt eller annet materiell og stille gode spørsmål. Men husk at det er opp til barna om de vil takke ja til invitasjonene eller ikke. Selv om personalet oppfatter forslagene som gode, er det ikke sikkert at barna griper ideen der og da. I slike tilfeller må personalet være sensitive og unngå å presse ideen på barna slik at leken eller utforskingen blir ødelagt.

Aktiviteter med lav inngangsterskel – MatteLIST

Matematikksenteret har utviklet ressurser på nettsiden www.mattelist.no som skal inspirere og støtte personalet i barnehager i planlegging og gjennomføring av aktiviteter som kan være fellesskapende. MatteLIST-aktivitetene er planlagte i den forstand at de legger til rette for at barna får verdifulle matematiske erfaringer. Aktivitetene er fortsatt åpne, slik at det er stor frihet for at utforskingen og leken kan utvikle seg videre. Planlagte aktiviteter kan være nødvendig for at personalet kan inkludere alle barna i gruppa, og lage gode rammer for felles utforsking og matematiske erfaringer.

En av aktivitetene på MatteLIST har vi kalt ”Krukken med mange ting”. Dette er en åpen aktivitet i den forstand at den inviterer inn til flere matematiske erfaringer enn bare mengder, tall og telling. Om vi ikke setter søkelys på hvor mange det er, men heller hvordan vi *kan finne ut* hvor mange det er, inviterer vi til en samtale om strategier. Ved å stille spørsmål som «Hva ser du her?», «Hva tror du?» og ”Hvordan kan vi finne ut av det?”, blir inngangsterskelen lav slik at flere barn kan delta i samtalen.

At inngangsterskelen er lav betyr også at alle kan begynne på aktiviteten uten noen spesielle forkunnskaper, og at samme aktivitet kan bli brukt mange ganger. Med «Krukka med mange ting» – kan en ha nytt innhold i krukkene hver dag, i en uke. En dag er det julekuler, en annen dag er det kanskje dinosaurer oppi, dagen etter

perler og så bomullsdotter. Slik kan personalet fortsette å bruke aktiviteten over lengre tid. Kanskje barnet som ikke turte å delta aktivt den første dagen da det var kuler, tør å være med neste gang, når barnet har skjønt hva aktiviteten handler om. Målet med aktiviteten er altså ikke å finne antallet, men å snakke om hva vi tror, og hvordan vi tenker. Vi kan undre oss, fabulere, komme med ville forslag og fantasifulle løsninger. Å tenke sammen, og å lytte til hverandre, er viktigere enn akkurat antallet i krukken. Når søkelyset ikke er på rette og gale svar, men på å løse problemer sammen, bidrar vi til at flere tør å delta og fellesskapet blir rikere Ved å gjøre aktiviteten flere ganger får barna også erfare sammenhengen mellom størrelsen på hvert objekt i krukka og hvor mange det er plass til. De kan komme frem til matematiske generaliseringer som at jo større en enhet er, jo færre trenger vi for å fylle opp det vi skal måle. Dette er en essensiell sammenheng i all type måling.

Lytting og tenketid

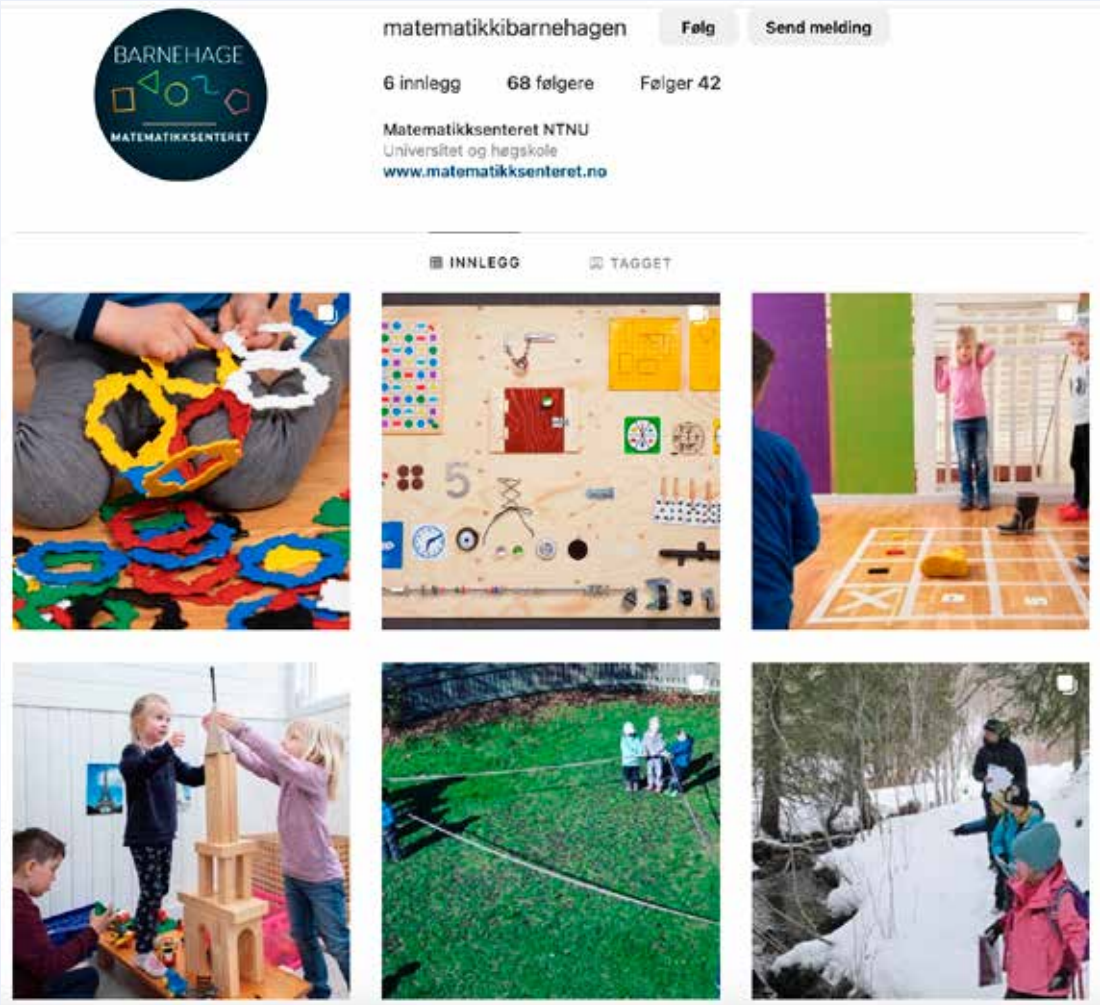
Etter vi har lagt til rette for utforsking og samtale, f.eks. ved å tilby et inspirerende materiell eller problem, og stille et spørsmål, er det av stor betydning at personalet gir barna tenketid. Dette er en slags pause, der den voksne venter på at barna får tenkt, men også der den voksne signaliserer ovenfor hele barnegruppen at det å tenke på et problem, er viktig. Å gi tilstrekkelig tenketid, er en måte å legge til rette for å inkludere flere barn i utforskingen

og samtalen. Noen barn trenger muligheter for en uforstyrret tankeprosess, der de får mulighet til å formulere svar og øve på å si svaret inni seg. I samtaler med fravær av pauser og tenketid, øker ofte farten i aktiviteten og det kan bidra til å at barna er forhindret i å prosessere informasjon, utforske begrepet eller å tenke på andre barns bidrag. Tenketid gir også pedagogen tid til å lytte og finne en passende respons, som kan støtte barna i videre utforsking og tenkning. Tenketid skaper altså utvidede læringsmuligheter.

Lytting er en del av den matematiske samtalen, og er en aktiv handling. Det er et oppmerksomt nærvær der den voksne konsentrerer seg, og gjør seg mottakelig for barnets budskap. Å lytte med en intensjon om å forstå er å ta ordentlig til seg hva barnet forsøker å uttrykke, med alle språkene som er tilgjengelig. Barn som blir lyttet til får lyst til å snakke og delta. Når personalet inntar en lyttende holdning, vil også barna lære å lytte til hverandres ideer. Sånn sett tenker vi at planlagte matematiske aktiviteter kan være inkluderende og fellesskapende ved å stille åpne spørsmål, gi nok tenketid, og lytte aktivt.

I barnehagen er betydningen av variasjon i arbeidsmåter for å legge til rette for fellesskap og inkludering i matematikk viktig. Personalet skal både være til stede i barnas lek og berike den med materiell, og legge til rette med mer planlagte aktiviteter. Variasjonen i arbeidsmåte bidrar til å inkludere alle, slik at alle får mulighet til å bidra på sin egen måte og med sine uttrykksmåter. Alle barn er forskjellige, de utvikler seg, lærer og leker på ulike måter. Både det utadvendte og innadvendte barnet blir invitert inn ved at personalet har variasjon i arbeidsmåtene sine. Det er en måte å invitere inn i erfaringene med matematikk i barnehagen.

Bli inspirert til mer matematikk i barnehagen!



Trenger du ideer og inspirasjon til hvordan du kan berike lek i barnehagen med matematikk? Følg *matematikkibarnehagen* på Instagram.

Små barn er nysgjerrige og utforskende, og de kan egentlig mye om matematikk. På profilen vår finner du mange gode ideer til aktiviteter som kan bidra til å gjøre barnehagematematikken kreativ, morsom og meningsfull!

LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
c/o Elin Unstad
Postboks 181
1371 Asker

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det er en demokratisk rett å få en matematikkundervisning som setter en i stand til å delta aktivt som borger i et demokrati. Derfor vil Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS) sette fokus på matematikk for alle.

Styret for LAMIS

Leder
Renate Jensen, Vestland

Barnehage
Elisabeth Hast Rønnestad, Møre og Romsdal

Barnetrinnet
Hilde Svendsen, Viken

Mellomtrinn
Inger-Lise Risøy, Viken

Mellomtrinn/Ungdomstrinn
Svend Eidsten, Viken

Ungdomstrinn
Kari-Anne Bjørnø Rummelhoff, Viken

Videregående skole
Odd-Bjørn Lunde, Rogaland

Høgskole/universitet
Mona Røsseland, Vestland

Varamedlem (Barnetrinnet)
Henrik Kirkegaard, Møre og Romsdal

Medlemskontingent

450 kr for enkeltmedlem
200 kr for husstandsmedlemmer
300 kr for studenter/pensjonister
975 kr for skoler/institusjoner

Organisasjonssekretær

Elin Unstad, org.sek@lamis.no

Lederen har ordet

Renate Jensen

Kjære LAMIS-kollega

Når du har dette bladet i hånden, er den tredje utsendingen med ressurser til undervisningen dette skoleåret delt med deg. Denne gangen er det oppgaver til fire nye bærekraftsmål medlemmene våre får tilgang til. Oppgavene gir gode ideer til hvordan jobbe flerfaglig. FN sitt bærekraftsmål nummer 12 handler om ansvarlig forbruk og produksjon. Elevene utfordres til å være miljøagenter og jobbe med matematikk knyttet til blant annet sortering, gjenvinning og forbruk. Et annet av bærekraftsmålene vi deler denne gangen, har oppgaver med temaet inkluderende samfunn. Her møter elevene spennende regneutfordringer knyttet til personnummer og valgordninger. Sentralstyret og lokallagene har jobbet med ressursen i flere år, og vi håper denne bidrar til at elevene opplever relevans og motivasjon. I arbeid med fagfornyelsen ble nesten tusen elever intervjuet om hva de opplevde som nyttig å lære på skolen. Det var nesten ingen som svarte et skolefag – de snakket om teknologi, bærekraft, klima, økonomi og helse. Ressursen om FN sine bærekraftsmål handler om slike tema og oppgavene inviterer til samarbeid, fysisk aktivitet og praktisk arbeid.

I utsendingen finner du også lenke til påmelding til årets sommerkonferanse. I august inviterer sommerkonferansekomiteen og sentralstyret til spennende dager på Sørmarka konferansesenter. Her i bladet og på vår nye hjemmeside kan du lese mer programmet – både det sosiale og det faglige, om plenumsforelesere og om verkstedsholdere. Verkstedene favner alt fra barnehagelærere til de som jobber i videregående skole. Det er mange kjente plenums- og verkstedsholdere, men også mange nye. Meld deg på – og ta med en kollega.

Hvert lokallag får dekket to representanter på konferansen – og vi vet at flere lokallag bruker midler de har fått tildelt slik at flere kan reise. Denne sommeren håper vi også å kunne ønske deltakere fra nye lokallag velkommen. Vi i sentralstyret bidrar i disse dager til flere fagkvelder rundt i landet der vi håper å få i gang nye lokallag og blåse liv i lokallag som ikke er aktive. Vi er også aktive på konferanser, og i mars fikk LAMIS muligheten til å snakke til mange som underviser på barnehagelærerutdanningen. Følg med på vår facebook-gruppe – der informerer vi om kommende aktiviteter. Er du ikke med i denne ønsker vi deg velkommen.

Som medlem i LAMIS og i et lokallag kan du påvirke det vi arbeider med. Det er medlemmene som gir retning for det sentralstyret utvikler og tilbyr av ressurser og tema på fagdager og konferanser. Medlemmer får dele sin praksis og får tilgang til andres praksis og ideer. Når vi samles, gir dette en mulighet til å drøfte og få bekreftelse på det vi prøver ut. LAMIS handler om å dele og utvikle sammen.

Ta kontakt om du vil bli aktiv i et lokallag som allerede er etablert eller om du ønsker å få i gang et lokallag der du bor. Sentralstyret tilbyr både faglig og økonomisk hjelp i dette arbeidet.

Til slutt vil jeg ønske elevgruppene som skal delta i semifinale og finale i UngeAbel i april lykke til med innspurten. Elevene forbereder i disse dager både rapport, presentasjon og utstilling. Besøk vår hjemmeside www.lamis.no. Der finner du en flott oppgavebank med både problemløsningsoppgaver og fordypningsoppgaver fra tidligere år.

Årsmøte og verksteder i lokallaget på Sunnmøre

v/Henrik Kirkegaard og Elisabeth Hast Rønnestad

LAMIS Sunnmøre har gjennomført årsmøte på Øyra skole i Volda, med påfølgende verksteder for alle skoletrinn.

Temaene på verkstedene var alt fra Finn formen din med former, tall og leketøy fra SFO-lokalene for barnehage og småtrinnet, til analog koding med puslespill i blinde, flytte figurer på ruteark og finne tvist i korridoren. Her måtte deltakerne jobbe sammen for å lage gode instrukser. Vi skjøt også opp raketter av pappsugerør og gjorde inspirerende matematikkoppgaver av dette.

Ved hjelp av enkle midler som hyssing, saks og PC fikk vi prøve prosentregning, beregne restlengde og gjennomsnittlig vekstfart. Mini-Escape, vertikale tavler, prosentregning med nonstop og mattelist med kortstokk var også tema på verkstedene.

Mattelist er problemløsningsoppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde. Ved hjelp av en kortstokk ble det kombinatorikk for småtrinnet. På en enkel måte kan elevene tegne seg frem til flere mulige løsninger.

Med enkle midler og inspirasjon fra blant annet tidligere matematikkdagshefter, fikk vi en flott kveld med praktiske og inspirerende aktiviteter, refleksjon og diskusjon. Det var særlig kjekt å få gode samtaler mellom skoleslagene, og få erfare at de samme aktivitetene kan brukes på flere trinn.

Det er absolutt verd å ta et dypdykk i Matematikkdagsheftet fra 2011.

Tusen takk til alle deltakerne - dette lover godt for dagens elever i matematikktimene.

Velkommen til årets sommerkonferanse 4.–6. august

Nedtellingen til årets faglige og sosiale høydepunkt har startet – påmeldingen er åpnet. Sommerkonferansekomiteen og sentralstyret ser fram til endelig å kunne invitere til Sørmarka kurs- og konferansesenter i naturskjønne omgivelser i Nordre Follo, et steinkast sør for Oslo.

På de neste sidene beskriver vi plenumsøktene og noen av verkstedene du har mulighet til å delta på i august. Programmet er variert og favner fra barnehage til videregående skole.

Konferansier og verdensmester i hukommelse, Oddbjørn By, vil lede oss gjennom hele helgen med både faglige drypp og matematisk moro.

På lørdagen gjør vi en vri: En matematisk «hinderløype» leder tre km gjennom skog og over elv til Lillebru Gård. På gården venter lunsj og verkstedholdere. Verkstedene denne dagen vil være praktiske og lett gjennomførbare i og utenfor klasserommet. Etter det faglige, åpnes det for sosialt samvær på Låveloftet, før festmiddag med underholdning på hotellet.

Vi håper å se deg i august. For påmelding: www.lamis.no

	Fredag 4. august	
10.00–12.00	Ankomst	
12.00	Velkommen v/komiteen	
12.15	Plenum Memorering som inngangsport til forståelse v/ Oddbjørn By	
13.00	Lunsj	
14.00–15.20	**Verksteder – første økt**	**Målgruppe**
	1A Programmeringslist v/Matematikksenteret	
	1B Rollekategorier i matematisk gruppearbeid v/ Saugestad, Hansen og Røsseland	småtrinn
	1C Utforskende matematikk på barnetrinnet v/Eskeland	småtrinn/mellomtrinn
	1D Datalogging micro:bit og papirrakett v/Du verden	ungdomstrinn/VGO
	1E Barns utforskerkompetanse - på vei fra barnehage til skole v/Rønnestad	barnehage/småtrinn
	1F Alle kan bli gode huskere! v/Oddbjørn By	alle
15.40–17.00	**Verksteder – andre økt**	**Målgruppe**
	2A Tekstoppgaver som oppstart av undervisning v/Devold	småtrinn/mellomtrinn
	2B Uteskole og frakoblet programmering på barnetrinnet v/ Mathisen og Sundtjønn	småtrinn
	2C Hvordan kan man bruke programmering i undervisningen? v/EduData	ungdomstrinn/VGO
	2D Kjerneelementene i klasserommet v/Christensen	alle
	2E Men i matematikktimene hadde vi i alle fall oppvarmingsoppgavene v/Hovtun	mellomtrinn/ungdomstrinn
17.15–19.00	Årsmøte	
20.00	Middag på hotellet	

Lørdag 5. august

09.00	God morgen med info	
09.15	Plenum Gjør forandring til en vane! v/Tommy Nordby	
10.15–11.15	Utstillers time	
11.45	Rebusløp - Finner du veien? til Lillebru Gård	
12.30	Lunsj	
13.45–15.15	**Aktiviteter på Lillebru Gård**	**Målgruppe**
	3A Algebra, iskrem og broer i matematikken v/Hals	ungdomstrinn/VGO
	3B Tallforståelse på småtrinnet v/Kirkegaard	småtrinn
	3C Cogito Ergo Sum: Multidimensjonale representasjoner, algebraisk tenkning og tenkende klasserom v/Sandberg	3. til 8. trinn
	3D Lær blant trær! Motiverende og morsom utematematikk v/ Baumberger og Christensen	alle
	3E Matematikk + naturfag = Lek og læring v/Eidsten	mellomtrinn/ungdomstrinn
15.30-17.30	Sosialt program og retur til hotellet	
20.00	Festmiddag på hotellet	

Søndag 6. august

09.00	God morgen med info
09.15	Plenum v/årets Holmboeprisvinner
10.15–10.45	Pause m/utsjekk
10.45	Paneldebatt – tema Vurdering
11.30	Neste års sommerkonferansekomite presenterer
11.45	Plenum Hvordan få ting til å henge sammen når alt går på kryss og tvers? v/Astrid Bondø
12.30	Avslutning v/sentralstyret
13.00	Lunsj

Plenum sommerkonferansen 2023

Årets sommerkonferanse har tittelen Matematikk på kryss og tvers. Sommerkonferansekomiteen har invitert tre spennende plenumsforelesere som vil vil ta oss med inn i forskningsprosjekt, som vil dele erfaringer fra egen praksis eller praksiser de er så heldige å få et innblikk i.

I tillegg til de tre plenumsforeleserne som blir presentert her, vil deltakerne få et plenum med årets Holmboeprisvinner. Hvem det blir vet vi ikke ennå. Vi gleder oss også til en annen spennende post på programmet – en paneldebatt om det viktige og utfordrende temaet VURDERING.

Fredag:
Memorering som inngangsport til forståelse.

Konferansier og verdensmester i hukommelse, Oddbjørn By, vil lede oss gjennom hele helgen med både faglige drypp og matematisk moro.

For å forstå trafikken hjelper det å huske trafikkreglene. Memo-forfatter Oddbjørn By gir deg gode verktøy til å bruke på skolen, slik at du og elevene slipper å bruke så mye tid på å huske det grunnleggende. Slik at man kan bevege seg til neste nivå. Husketeknikker skal ikke brukes til alt, hele tida – men du kan se fram til øvelser og eksempler som gir stor nytteverdi også i matematikk.

Før Oddbjørn ble hele Norges hukommelsesmester, regnet han seg som en helt vanlig student med kanskje noe haltende motivasjon for å lære. Da han i 2004 kom over noen teknikker på internett for å huske lange tallserier, skulle dette raskt endre seg. Han begynte til og med å konkurrere i memorering, og satte i 2006 en verdensrekord i å huske flest riktige tall i løpet av et minutt. Han kan også memorere en hel kortstokk på imponerende 43 sekunder.

Lørdag:
Gjør forandring til en vane!

Hvordan kan vi legge til rette for god læring i matematikk? Med gode intensjoner i LK-20 har vi nå fått nye lærebøker med tilhørende digitale ressurser. På sosiale medier deles erfaringene på kryss og tvers. Jeg har vært så heldig å få være med på ulike etter- og videreutdanningsprosjekter over hele Norge i over 20 år. På denne reisen har jeg sett og opplevd mye rart. For en del av oss har skolen blitt et nådeløst sted å være, hvor ingen lenger kan hvile på innarbeidede roller.

Samtidig har jeg sett så mye bra. Fremtidens skole krever omstillingskompetanse, en kompetanse mange av dere allerede har vist at dere har! For det er forskjell på å ha en ny læreplan og faktisk bruke den. Fra bruk til god bruk og økt læringsutbytte er det enda et sprang. Men, med nye nettsteder, nye apper, nye duppeditter og nye arbeidsmetoder nesten hver dag – hvordan vet man hva man skal bruke tiden sin på?

I denne økta, vil jeg sammen med deltakerne, komme opp noen ideer som kan legge til rette for god læring i matematikk. Til noen av ideene vil jeg spe på med en og annen aktivitet, som vil både fascinere og overraske. På denne måten håper jeg å vekke nysgjerrigheten til deltakerne, når jeg deler noen av mine erfaringer.

Tommy Nordby er utdannet faglærer i matematikk og naturfag. Han har jobbet som lærer, pedagogisk veileder og rådgiver for Skien kommune. Han var med å starte lokallaget Lamis Grenland og satt i Lamis sentralstyre 2010–2012. Han har vært ressursperson for Matematikksenteret og kursholder for Gyldendal kompetanse. I dag jobber han for Kikora.

Søndag: Hvordan få ting til å henge sammen når alt går på kryss og tvers?

Et av prinsippene i ambisiøs matematikkundervisning er at undervisningen skal gi alle elevene mulighet til å arbeide med utfordringer i matematikk, og at alle får likeverdig tilgang til å lære.

Læreplanen sier en del om hvordan vi kan oppnå dette ved å se sammenhenger mellom fag og mellom overordnet del, kjerneelementer og kompetansemål i matematikk. Men hvordan løser vi dette i klasserommet?

Astrid Bondø er ansatt ved Nasjonalt senter for Matematikk i Opplæringen. Arbeidsoppgavene er knyttet til kompetanseutvikling for lærere, blant annet som veileder i MAM-programmet. Astrid har flere års erfaring som kursholder for lærere. Hun har 20 års undervisningspraksis fra alle trinn i grunnskolen, hovedsakelig på ungdomstrinnet.

Verksteder på sommerkonferansen 2023

På årets sommerkonferanse vil du få muligheten til å velge verksteder i tre ulike økter. De to første øktene vil foregå på hotellet om fredagen, og du kan velge mellom verksteder hvor målgruppen er alt fra barnehage til videregående skole. Temaene er varierte, det handler om muligheter for variasjon utforsking, programmering og problemløsning. Den siste økten med verksteder foregår på Siggerud gård på lørdagen. Disse verkstedene er praktiske og ser på mulighetene til å bruke arenaer utenfor klasserommet for å se sammenhenger i matematikkfaget. En oversikt over hele programmet er presentert på sidene foran.

Videre i denne teksten presentes tre av verkstedene. På hjemmesiden www.lamis.no finner du både påmeldingslenke og muligheten til å lese om resten av verkstedene. Det er mye å glede seg til!

Barns utforskerkompetanse – på vei fra barnehage til skole

«Om sola forsvinner svever planetene og vi bare rundt i verdensrommet. Da kan jeg ha en plan!» (Jente 4,5 år).

Materialer, det fysiske rommet og det kollektive er viktig i barns læreprosesser. I barnehagen tenker en at barns matematiske identitet blir til i møter med andre mennesker, materialer, miljøer og begrep. Det er ikke farlig å gi riktige svar, men det undersøkende trengs for at barna skal få kjenne seg fornøyde med egne svar og strategier. Barns hypoteser og diskusjoner er det som skal føre arbeidet vårt videre og gi barna ny kunnskap. Hvordan kan barnehage og skole jobbe sammen for å ta vare på barns kompetanse, nysgjerrighet og lærelyst når de går fra barnehage til skole?

Vi vil bli presentert for og få arbeide med noen materialer, samtidig som vi reflekterer sammen rundt dette og flere spørsmål. I verkstedet ønsker Elisabeth å vise at en gjennom bevisst arbeid med fysisk miljø, pedagogisk dokumentasjon og refleksjon kan skape forutsetninger som tar vare på barnas nysgjerrighet og lyst til å lære.

Elisabeth Hast Rønnestad jobber som pedagogisk leder i Fjelltun barnehage i Ålesund. Barnehagen er Reggio Emilia-inspirert og i verkstedet vil vi få innblikk i noen spennende prosjektarbeid som viser barnehagebarns teorier og utforskingskompetanse. I arbeidet i barnehagen er Elisabeth opptatt av å skape en hverdag som preges av barns medfødte nysgjerrighet og utforskende tilnærming til verden. Vi må legge merke til hva de er opptatt av, og ta utgangspunkt i det når vi undersøker sammen med dem.

Bruk av rollekategorier i matematisk gruppearbeid

Verkstedet er basert på erfaringer fra masteroppgaven til to studenter skrevet i tilknytning til forskningsprosjektet Teater i Matematikk (TIM). Studentene undersøkte hvordan bruk av rollekategorier kan være med på å endre den matematiske samtalen, hvor målet var en mer undersøkende og argumenterende samtale blant elevene.

Masteroppgaven befinner seg innenfor den delen av TIM-prosjektet som har oppmerksomhet på endring av samtalemønsteret i klasserommene ved bruk av rollekategorier. Rollekategoriene vi benyttet var demokratisk leder (som har vilje til å lytte til ulike synspunkt, men til slutt bestemmer), skeptiker (som ikke tar noe for gitt og stiller spørsmål ved antatte sannheter), nysgjerrigper (som spør helt til hun forstår), initiativtaker (som forsøker å dempe konflikter og ønsker å se det positive ved ulike forslag til løsning).

Gjennom bruk av drama får elevene øvd seg på å tre inn i ulike roller og posisjonere seg ulikt i gruppearbeid. På verkstedet skal deltakerne få prøve seg på bruk av roller i arbeid med problemløsningsoppgaver, for å utforske en mer undersøkende og argumenterende matematisk samtale.

Verkstedholdere er Marte Saugestad, Maren Hansen og Mona Røsseland.

«Men i matematikktimene hadde vi i alle fall oppvarmingsoppgavene!»

«Å nei, nå skal vi ha matematikk igjen!», sier Lise.

«Jeg liker ikke matematikk.», sier Jørn.

«Når får vi bruk for dette?», spør Astrid.

Hvordan kan vi som lærere skape et godt læringsmiljø i matematikk, dersom utgangspunktet er som disse tre utsagna illustrerer? Dette er et spørsmål Gaute har stilt seg mange ganger, både som lærer i grunnskolen og som lærerutdanner. Det finnes ingen enkle svar på dette spørsmålet, og dere kommer ikke til å få et endelig svar. Han vil likevel prøve å gi dere noen verktøy, som kanskje kan hjelpe dere til å skape et enda bedre læringsmiljø blant deres elever.

Under dette verkstedet skal vi se på hvordan lærere kan bruke matematiske oppvarmingsoppgaver som et virkemiddel for å bygge et godt læringsmiljø i klasserommet. Hoveddelen av verkstedet vil være utprøving av forskjellige oppvarmingsoppgaver. Her skal vi rette oppmerksomheten mot hvordan dere som lærere kan bruke oppgavene med elevene. Vi skal også gå nærmere inn på hva som kjennetegner en god oppvarmingsoppgave, vi skal se på hvordan slike oppgaver kan fungere som en motivasjonsfaktor for elevene, og vi skal se på hvordan oppgavene kan bidra til å skape matematisk tenkning og dialog blant elevene.

Gaute Hovtun jobber som universitetslektor på grunnskolelærerutdanningen ved Universitetet i Stavanger. Han jobbet tidligere som kontaktlærer på Bryne ungdomsskule. Gaute har også skrevet boken Mer matematikk, takk! som er en didaktisk oppgavebank med matematiske oppvarmingsoppgaver.

Løsningforslag til UngeAbel-oppgaven i Tangenten 1/23

Marianne Maugesten, juryleder i UngeAbel

Oppgaven var fra semifinalen i 2021.

Fortløpende summer

Det kan være nyttig å legge merke til at summen av alle tallene er $0+1+2+3+\ldots+20 = 210$. (Dette er det vi gjerne kaller trekanttall nummer 20, ofte notert som T_{20}.)

Dette betyr at i gjennomsnitt må de sju søylene hver ha sum $210/7 = 30$. Og siden søylesummene skal være fortløpende, betyr dette at de sju søylesummene nødvendigvis må være 27, 28, 29, 30, 31, 32 og 33. Dermed vet vi hva det er vi skal forsøke å få til, og etter litt prøving og feiling finner vi én eller flere mulige løsninger.

	Søyle 1	**Søyle 2**	**Søyle 3**	**Søyle 4**	**Søyle 5**	**Søyle 6**	**Søyle 7**
Tall nr. 1	0	6	2	5	3	1	4
Tall nr. 2	7	10	8	9	11	13	14
Tall nr. 3	20	12	19	16	17	18	15
Søylesum	27	28	29	30	31	32	33

eller

	Søyle 1	**Søyle 2**	**Søyle 3**	**Søyle 4**	**Søyle 5**	**Søyle 6**	**Søyle 7**
Tall nr. 1	7	8	19	9	1	2	8
Tall nr. 2	3	5	4	10	18	16	13
Tall nr. 3	17	15	6	11	12	14	20
Søylesum	27	28	29	30	31	32	33

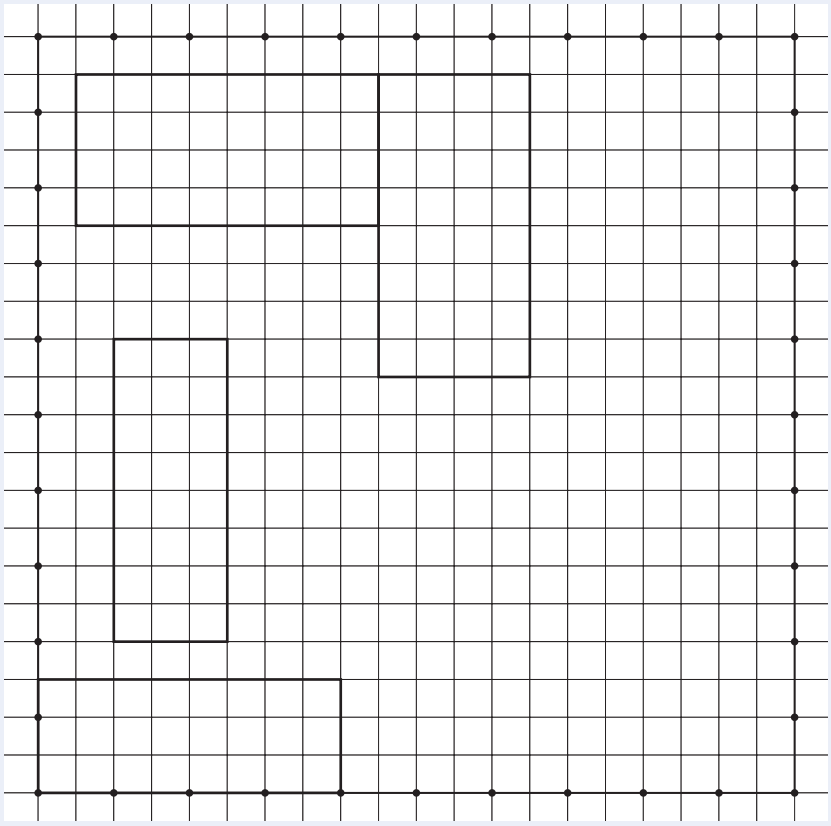
Oppgave fra UngeAbel

Marianne Maugesten, juryleder i UngeAbel

Oppgaven denne gangen er hentet fra semifinalen 2022.

Oppgave 3 Pleksiglass

Av et pleksiglass med mål 100×100 cm skjæres det ut rektangler som er kongruente, enten 15×40 cm eller 20×40 cm.



Pleksiglasset skal utnyttes best mulig. Rektangler som måler 15×40 cm kan selges for 70 kr per stykk, mens rektangler som måler 20×40 cm kan selges for 80 kr per stykk. Hvilken type rektangel bør du lage for å få størst mulig salgsinntekt, og hvor stor er inntektsforskjellen mellom de to alternativene?

Tegn og regn på et svarark.

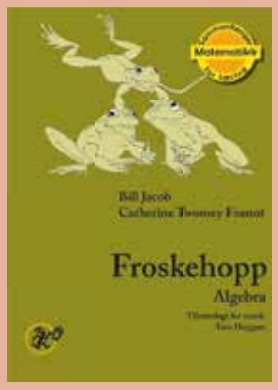
Fosnot-hefter oversatt til norsk

Spill

Utvikling av tidlig tallforståelse

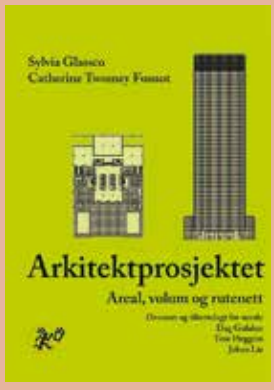
Spill – utvikling av tidlig tallforståelse er et ressurshefte som kan brukes gjennom hele skoleåret. Det består av 24 spill som kan inngå i undervisningsopplegg eller brukes individuelt etter behov. Lek og spill er naturlig del av barns læring og brukes som motivasjon for å utvikle tallforståelse og automatisere tallfakta. Elevene samarbeider i spillene, de må dele strategier med hverandre. For hvert spill gis det oversikt over det aktuelle læringslandskapet og faglige mål. Utdrag fra elevsamtaler viser samspill mellom lærer og elever med muligheter til utvikling. Spillene passer best på første og andre trinn, men kan også brukes for litt eldre elever.

Bearbeidet og tilrettelagt for norsk ved Tore Heggem.



Andre hefter i serien

Froskehopp. Algebra gir elevene inngang til algebra og algebraiske uttrykk og symboler. Det er særlig rettet mot mellomtrinnet.
Arkitektprosjektet handler om areal, omkrets og volum. Det passer på grunnskolens mellom- og ungdomstrinn.



Hvert hefte koster 305,–

Caspar Forlag AS · www.caspar.no

Bestill hos ordre@fagbokforlaget.no

B
NORGE P.P. PORTO BETALT
DISTRIBUERT AV POSTEN NORGE
posten

Returadresse: Tangenten / Caspar Forlag AS, Kanalveien 51, 5068 Bergen

Smestad Rettferdighet og matematikk 1
Fosse, Meaney, Tuene Regnefortellinger om rettferdighet og urettferdighet 2
Steffensen «Det er på tide!» 8
Jaff Rettferdighet i sannsynlighet – et katt-og-mus-spill? 14
Xenofontos, Smestad Sosial rettferdighet 21
Moen Rettferdig fordeling av mandater 27
Steffensen, Hauge, Herheim Etisk tenkning og programmering 32

Matematikksenteret
Justnes, Nakken, Nergård Matematikk i barnehagen
gir inkluderende fellesskap 40
Bli inspirert til mer matematikk i barnehagen! 44

LAMIS
Jensen Lederen har ordet 46
Kirkegaard, Rønnestad Årsmøte og verksteder i lokallaget på Sunnmøre 47
Velkommen til årets sommerkonferanse! 48
Plenum sommerkonferansen 2023 51
Verksteder på sommerkonferansen 2023 53
Maugesten Løsningsforslag til UngeAbeloppgaven i Tangenten 1/23 55
Maugesten Oppgave fra UngeAbel 56